

طراحی و مدل سازی جداساز ارتعاش با سختی شبه صفر

مهدی غلامی*

رضا تیکنی

کارشناسی ارشد

دانشیار

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی

اصفهان، اصفهان، ایران

اصفهان، اصفهان، ایران

m.gholami@me.iut.ac.ir

R_tikani@iut.ac.ir

چکیده

ارتعاشات مکانیکی ناخواسته در فرکانس‌های پایین، به‌ویژه در سامانه‌های حساس و دارای محدودیت فضا، یکی از چالش‌های مهم در مهندسی ارتعاشات است. در این پژوهش، یک جداساز ارتعاش با رفتار سختی شبه صفر طراحی و تحلیل شده است. سلول واحد پیشنهادی از ترکیب یک المان با سختی مثبت مبتنی بر هندسه چشمی و تیرهای دارای انحنای اولیه به‌عنوان مولد رفتار سختی منفی تشکیل شده است. این پیکربندی یکپارچه، برخلاف بسیاری از ساختارهای چندجزئی متداول، با هدف کاهش فضای موردنیاز برای نصب طراحی شده و امکان تنظیم پاسخ مکانیکی از طریق تغییر پارامترهای هندسی را فراهم می‌کند. تحلیل استاتیکی غیرخطی در نرم‌افزار کامسول نشان می‌دهد که این ترکیب هندسی، ناحیه‌ای با سختی مؤثر نزدیک به صفر را در مجاورت نقطه تعادل ایجاد می‌کند. همچنین بررسی پاسخ دینامیکی سیستم به کمک شبیه‌سازی عددی حاکی از کاهش قابل توجه انتقال ارتعاش در محدوده فرکانس‌های پایین است. نتایج عددی نشان می‌دهد که ساختار پیشنهادی، ضمن حفظ پایداری استاتیکی، قابلیت تنظیم‌پذیری عملکرد جداسازی از طریق تغییر متغیرهای هندسی را دارد و می‌تواند به‌عنوان گزینه‌ای مناسب برای کاربردهای دارای محدودیت فضا مورد استفاده قرار گیرد.

واژگان کلیدی: جداساز ارتعاش، سختی شبه صفر، فراماده مکانیکی، تحلیل غیرخطی، جداسازی فرکانس پایین

۱. مقدمه

جداسازی ارتعاشات فرکانس پایین یکی از چالش‌های مهم در طراحی سامانه‌های مهندسی است؛ زیرا در جداسازهای خطی متداول، کاهش فرکانس طبیعی معمولاً با کاهش سختی کلی همراه می‌شود و این موضوع افزایش تغییر مکان استاتیکی و کاهش ظرفیت باربری را در پی دارد [۱-۴]؛ از این‌رو، دستیابی هم‌زمان

به فرکانس طبیعی پایین و پایداری استاتیکی مناسب، توجه پژوهشگران را به ساختارهای دارای سختی شبه صفر معطوف کرده است [۵-۷]. در سال‌های اخیر، فرامواد مکانیکی به دلیل قابلیت تنظیم پاسخ سازه‌ای از طریق طراحی هندسی، کاربرد گسترده‌ای در کنترل ارتعاش و توسعه ساختارهای غیرخطی پیدا کرده‌اند [۸-۱۰]. در این میان، ساختارهای دارای سختی شبه صفر

* نویسنده مسئول

به سبب فراهم کردن سختی مؤثر بسیار کم در همسایگی نقطه تعادل، بدون حذف کامل ظرفیت باربری، گزینه‌ای مناسب برای جداسازی ارتعاشات فرکانس پایین به شمار می‌روند [۱۱]. مطالعات متعددی برای ایجاد این رفتار ارائه شده است. فان و همکاران [۱۲] یک تیر سینوسی و دو قوس نیم‌دایره را به ترتیب به عنوان عنصر سختی منفی و سختی مثبت انتخاب کردند و بدین ترتیب یک سلول واحد با ویژگی‌های سختی شبه‌صفر ساختند. بانرجی و همکاران [۱۳] یک فراماده دوکاربردی مبتنی بر سختی شبه‌صفر پیشنهاد دادند که هم‌زمان قابلیت جذب لرزش و برداشت انرژی را داشت. دستگاه پیشنهادی شامل یک تکیه‌گاه با سختی شبه‌صفر است که به‌طور چشمگیری فرکانس طبیعی سیستم را کاهش می‌دهد و چهار تیر طره‌ای پیزوالکتریک که انرژی لرزشی را متمرکز و برداشت می‌کنند. ژانگ و همکاران [۱۴] با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، یک تیر منحنی با شکل هندسی منحصر به فرد طراحی کردند و ویژگی‌های سختی شبه‌صفر سفارشی ایجاد کردند. گائو و همکاران [۱۵] یک جداساز مبتنی بر تیر کسینوسی پیچ‌خورده با رفتار سختی شبه‌صفر ارائه کردند. باوجود پیشرفت‌های فوق، چالش اصلی همچنان پابرجاست، سیاری از ساختارهای موجود برای دستیابی به عملکرد مطلوب در فرکانس پایین از پیکربندی‌های چندجزئی یا هندسه‌های نسبتاً پیچیده استفاده می‌کنند که می‌تواند کاربرد آن‌ها را در محیط‌های دارای محدودیت فضایی دشوار سازد؛ بنابراین، توسعه ساختارهای فشرده، سبک و قابل سفارشی‌سازی که هم عملکرد بالایی در جذب

ارتعاشات فرکانس پایین داشته باشند و هم پایداری استاتیکی کافی فراهم کنند، ضرورت دارد.

در این پژوهش، یک ساختار مکانیکی یکپارچه با رفتار سختی شبه‌صفر برای جداسازی ارتعاشات فرکانس پایین طراحی و به‌صورت عددی تحلیل شده است. تفاوت اصلی ساختار پیشنهادی با بسیاری از پیکربندی‌های متداول سختی شبه‌صفر، در ترکیب یک المان با هندسه چشمی به‌عنوان مولد سختی مثبت و تیرهای دارای انحنای اولیه به‌عنوان مولد سختی منفی است. این پیکربندی امکان ایجاد ناحیه‌ای با سختی مؤثر نزدیک به صفر را بدون استفاده از مجموعه‌های چند قطعه‌ای متشکل از فنرها، اتصالات و مکانیزم‌های جانبی فراهم می‌کند. از دیدگاه طراحی، ساختار پیشنهادی به‌صورت یک سلول واحد یکپارچه و با هدف کاهش فضای موردنیاز برای نصب توسعه یافته است؛ از این‌رو، در مقایسه با بسیاری از جداسازهای سختی شبه‌صفر مبتنی بر مکانیزم‌های چندجزئی، قابلیت مناسب‌تری برای کاربردهای دارای محدودیت ابعادی دارد. علاوه بر این، ضخامت بخش چشمی و ضخامت تیرهای خمیده اولیه به‌عنوان پارامترهای هندسی قابل تنظیم در نظر گرفته شده‌اند که امکان کنترل شکل منحنی نیرو-جابجایی و پهنای ناحیه سختی شبه‌صفر را فراهم می‌کنند. عملکرد ساختار پیشنهادی در این پژوهش بر اساس سه شاخص اصلی شامل تشکیل و پهنای ناحیه سختی شبه‌صفر در پاسخ استاتیکی، حساسیت پاسخ نسبت به تغییر پارامترهای هندسی و کاهش نسبت انتقال‌پذیری در مقایسه با یک سیستم خطی معادل ارزیابی شده است؛ بنابراین، نوآوری اصلی این پژوهش را می‌توان در ترکیب هندسی

متفاوت مولدهای سختی مثبت و منفی، ساختار یکپارچه و فشرده و قابلیت تنظیم پاسخ مکانیکی از طریق پارامترهای هندسی دانست.

۲. سختی مثبت^۱

در سامانه‌های مکانیکی متداول، هنگامی که نیروی فشاری یا کششی به یک جسم وارد می‌شود، جسم در برابر تغییر شکل مقاومت می‌کند و این رفتار به صورت سختی مثبت شناخته می‌شود. به صورت کلی، سختی لحظه‌ای سیستم از مشتق نیروی بازگرداننده نسبت به جابه‌جایی مطابق رابطه (۱) تعریف می‌شود.

$$k(x) = \frac{dF}{dx} \quad (1)$$

که در آن F نیروی بازگرداننده و x جابه‌جایی است، در صورت مثبت بودن مقدار k ، سیستم دارای سختی مثبت است. در این حالت، افزایش جابه‌جایی موجب افزایش نیروی بازگرداننده در جهت مخالف تغییر شکل می‌شود که نشان‌دهنده پایداری تعادل مکانیکی است. در اغلب سازه‌ها و مواد الاستیک متداول، از جمله فنرهای خطی، تیرها و الاستومرها، رفتار سختی مثبت مشاهده می‌شود؛ این ویژگی موجب می‌شود که سیستم پس از اعمال نیرو، تمایل به بازگشت به وضعیت اولیه داشته باشد. با این حال، وجود صرف سختی مثبت باعث محدود شدن عملکرد سیستم‌های جداسازی ارتعاش در فرکانس‌های پایین می‌شود، زیرا فرکانس طبیعی چنین سیستم‌هایی مستقیماً به مقدار سختی بستگی دارد.

۳. سختی منفی^۲

سختی منفی زمانی رخ می‌دهد که با افزایش جابه‌جایی، نیروی بازگرداننده کاهش یابد؛ به عبارتی مشتق نیرو نسبت به جابه‌جایی مطابق رابطه (۱) منفی شود [۱۶]. از دیدگاه انرژی پتانسیل، سختی منفی زمانی رخ می‌دهد که منحنی انرژی پتانسیل کل سیستم دارای انحنای منفی باشد، یعنی سیستم در حالت تعادل ناپایدار قرار گرفته است. همچنین مطالعات مختلف نشان داده‌اند که مکانیزم‌های مبتنی بر تیرهای کمانش‌یافته یا رفتار پساکمانشی می‌توانند در بازه‌ای از جابه‌جایی، مشخصه سختی منفی از خود نشان دهند [۱۷، ۱۸]. این مفهوم پایه اصلی طراحی سازه‌های دوپایداره^۳ و فرامواد دارای سختی شبه‌صفر محسوب می‌شود که با کنترل هوشمندانه هندسه و مرزها، می‌توان پاسخ دینامیکی سیستم را در فرکانس‌های پایین به شدت کاهش داد.

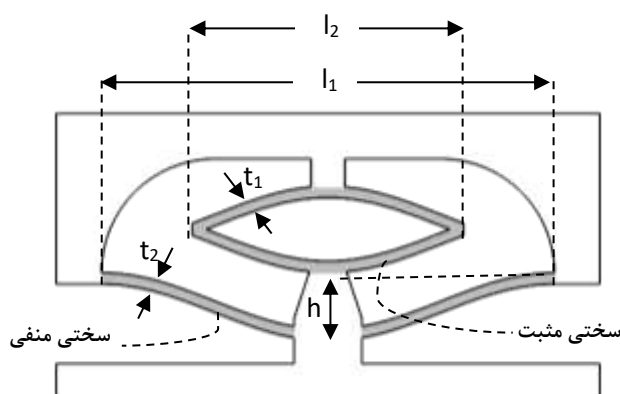
۴. سختی شبه‌صفر^۴

بهره‌گیری از مفهوم سختی شبه‌صفر یکی از راهکارهای بنیادین در طراحی سیستم‌های جداساز ارتعاشی فرکانس پایین به شمار می‌رود. این پدیده زمانی محقق می‌شود که سختی مؤثر سیستم در محدوده مشخصی از جابه‌جایی حول نقطه تعادل استاتیکی به مقدار بسیار کوچکی نزدیک شود؛ به عبارت دیگر، شیب منحنی نیرو-جابه‌جایی در این ناحیه تقریباً صفر می‌شود. این رفتار نرم موضعی، فرکانس طبیعی سامانه را به میزان چشم‌گیری کاهش داده و بدون تضعیف ظرفیت باربری استاتیکی، کارایی جداساز را در فرکانس‌های بسیار پایین به طور محسوسی بهبود می‌بخشد [۱۱]. در عمل، مشخصه سختی شبه‌صفر از طریق ترکیب موازی

المان‌های دارای سختی مثبت و منفی حاصل می‌گردد. در این ساختار، المان‌های سختی مثبت پایداری کلی و ظرفیت باربری استاتیکی سیستم را تأمین می‌کنند؛ در حالی که المان‌های سختی منفی در یک بازه جابه‌جایی مشخص، مشخصه نیروی بازگرداننده نزولی ایجاد می‌نمایند. در نتیجه، برهم‌کنش این دو بخش به شکل‌گیری یک ناحیه با سختی مؤثر نزدیک به صفر در مجاورت نقطه تعادل منجر می‌شود، در حالی که در خارج از این محدوده، غلبه سختی مثبت المان‌های باربر مانع از ناپایداری و فروریزش کلی سیستم می‌گردد [۱۷].

۵. شرح مدل پیشنهادی

شکل (۱)، نمای کلی ساختار پیشنهادی را نشان می‌دهد. این ساختار از دو زیرسامانه مکانیکی مکمل شامل بخش با سختی مثبت و بخش با سختی منفی تشکیل شده است. ترکیب این دو بخش به گونه‌ای طراحی شده است که سامانه در بازه مشخصی از جابه‌جایی، رفتار سختی شبه‌صفر از خود نشان دهد. ایجاد این ناحیه منجر به کاهش فرکانس طبیعی مؤثر سیستم شده و در نتیجه، عملکرد آن در جداسازی و جذب ارتعاشات فرکانس پایین بهبود می‌یابد.



شکل ۱. نمای کلی ساختار پیشنهادی

برای ایجاد بخش با سختی منفی، از تیرهای خمیده اولیه استفاده شده است. شکل اولیه این تیرها بر اساس رابطه (۲) و مطابق روش ارائه‌شده در مرجع [۱۹] تعریف شده است تا هندسه‌ای فراهم شود که بتواند رفتار غیرخطی مطلوب را در حین تغییر شکل بازتولید کند. هدف از انتخاب این هندسه، ایجاد ناحیه‌ای از جابه‌جایی است که در آن شیب منحنی نیرو-جابه‌جایی کاهش یابد و سختی مؤثر سیستم به مقدار بسیار کوچکی نزدیک شود. این ویژگی در مقایسه با تیرهای صاف مورب که در برخی مطالعات پیشین به کار رفته‌اند [۱۷]، امکان تنظیم مناسب‌تر ناحیه کاهش سختی را فراهم می‌کند. همچنین مقادیر هندسی مربوط به سلول واحد در جدول (۱) ارائه شده است.

$$y = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{x}{l_1} \right) \right) \quad (2)$$

جدول ۱. مقادیر هندسی مربوط به ساختار مورد بررسی

پارامتر	اندازه (mm)
h	۵
l_1	۴۰
t_1	۱
l_2	۲۴
t_2	۱

در این پژوهش، تحلیل‌ها بر روی یک سلول واحد انجام شده است؛ زیرا سازوکار ایجاد سختی شبه‌صفر و ویژگی‌های اصلی پاسخ مکانیکی ساختار در همین مقیاس قابل‌شناسایی و ارزیابی است. باتوجه به اینکه سلول واحد، جزء پایه در تشکیل فراساختار محسوب می‌شود، بررسی آن برای ارزیابی اولیه مفهوم طراحی کافی است. باین‌حال، توسعه مدل به آرایه‌های چندسلولی و بررسی چیدمان‌های

تناوبی را می‌توان به‌عنوان ادامه طبیعی این پژوهش در مطالعات آتی دنبال کرد.

۶. تحلیل استاتیکی

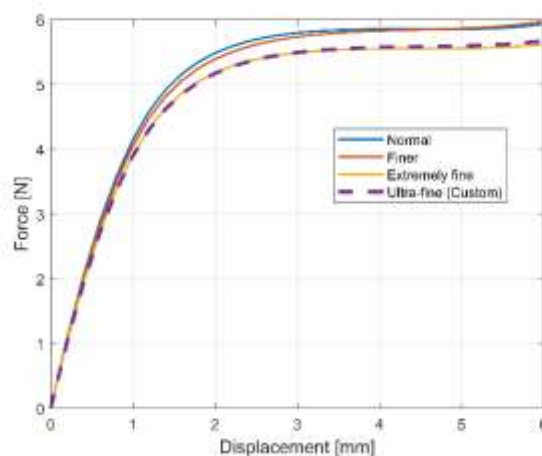
برای استخراج مشخصه نیرو-جاب‌جایی و شناسایی ناحیه سختی شبه‌صفر، تحلیل استاتیکی غیرخطی در محیط دوبعدی نرم‌افزار کامسول و با استفاده از رابط مکانیک جامدات انجام شد. مدل دوبعدی تحت فرض کرنش صفحه‌ای تعریف گردید. ماده سازه پلی‌یورتان گرمانرم در نظر گرفته شد و خواص مکانیکی شامل مدول ینگ، ضریب پواسون و چگالی بر اساس مرجع [۲۰] به‌ترتیب برابر با

$$E = 4.95 \times 10^7 \text{ Pa}, \quad \nu = 0.45 \quad \text{و} \quad \rho = 1200 \text{ kg/m}^3$$

در نظر گرفته شدند. با توجه به نقش تغییرشکل‌های بزرگ در ایجاد رفتار غیرخطی سازه، گزینه غیرخطی هندسی^۵ در تحلیل فعال شد. در مدل عددی، هیچ تنش یا کرنش اولیه‌ای به سازه اعمال نشد و تغییرشکل اولیه مجزایی نیز در مدل تعریف نگردید؛ انحنای اولیه تیرها در هندسه اولیه سازه لحاظ شد و غیرخطی بودن پاسخ ناشی از این هندسه و تغییرشکل‌های بزرگ سازه بود. برای گسسته‌سازی میدان جابه‌جایی از توابع شکل سرنديپیتی مرتبه دوم^۶ استفاده شد و شبکه‌بندی مدل با المان‌های چهارضلعی آزاد^۷ انجام گرفت. لبه پایینی سلول واحد به‌صورت کامل مقید شد و جابه‌جایی کنترل‌شده در راستای عمودی به لبه بالایی اعمال گردید. برای تشکیل منحنی نیرو-جاب‌جایی، جابه‌جایی از صفر تا ۶ میلی‌متر با گام ۰/۲ میلی‌متر به‌صورت پارامتری افزایش یافت و در هر گام، نیروی واکنش متناظر از لبه بالایی استخراج شد. از آنجا که تمامی اجزای سلول واحد

به‌صورت یک ساختار یکپارچه مدل شده‌اند، هیچ جفت تماس یا شرط تماس مکانیکی مجزایی در مدل تعریف نشد. حل مسئله به‌صورت ایستا و با استفاده از حل گر تفکیک‌شده^۸ انجام شد. حداکثر تعداد تکرارها برابر با ۱۰۰ در نظر گرفته شد و خاتمه حل بر اساس معیار تلرانس و با بررسی پاسخ حل یا باقیمانده صورت گرفت. ضریب تلرانس برابر با ۱ و ضریب باقیمانده برابر با ۱۰۰۰ تنظیم شد و هیچ روش اضافی برای پایدارسازی یا شتاب‌دهی حل اعمال نگردید. به‌منظور بررسی استقلال نتایج عددی از اندازه شبکه، مطالعه همگرایی شبکه در چهار سطح مختلف شامل معمولی، ریز، خیلی ریز و فوق‌ریز انجام شد. در تمامی حالات، سایر پارامترهای مدل و شرایط مرزی بدون تغییر نگه داشته شدند و تنها میزان ریزش‌دگی شبکه تغییر یافت. با توجه به اهمیت ناحیه تقریباً تخت منحنی نیرو-جاب‌جایی در ایجاد رفتار سختی شبه‌صفر، میانگین نیروی واکنش در باره جابه‌جایی ۱/۵ تا ۲/۵ میلی‌متر به‌عنوان شاخص مقایسه در نظر گرفته شد. شبکه فوق‌ریز به‌عنوان حالت مرجع انتخاب شد و خطای نسبی سایر شبکه‌ها نسبت به آن محاسبه گردید. مقایسه منحنی‌های نیرو-جاب‌جایی حاصل از سطوح مختلف شبکه در شکل (۲) ارائه شده است.

تنها حدود ۰/۱۸ درصد است. بنابراین، با توجه به دقت مناسب و هزینه محاسباتی کمتر، شبکه خیلی ریز با ۳۲۰۴ المان برای ادامه تحلیل‌ها انتخاب شد. پس از تعیین شبکه مناسب، تحلیل استاتیکی غیرخطی سلول واحد انجام و منحنی نیرو-جاب‌جایی ساختار استخراج شد. نتایج شکل (۳) نشان می‌دهد که ترکیب بخش دارای سختی مثبت با هندسه چشمی و تیرهای دارای انحنای اولیه به‌عنوان بخش سختی منفی، منجر به شکل‌گیری ناحیه‌ای با شیب بسیار کوچک در منحنی نیرو-جاب‌جایی شده و در نتیجه رفتار سختی شبه‌صفر در ساختار حاصل می‌شود.

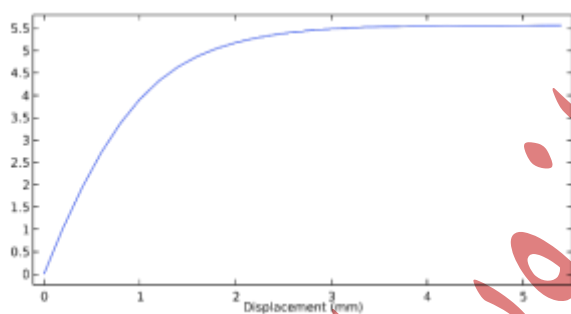


شکل ۲. مقایسه منحنی‌های نیرو-جاب‌جایی سلول واحد در سطوح مختلف شبکه به‌منظور بررسی همگرایی شبکه

نتایج کمی مطالعه همگرایی شبکه نیز در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول ۲ نتایج مطالعه همگرایی شبکه برای مدل عددی سلول واحد

سطح شبکه	تعداد المان‌ها	میانگین نیروی واکنش در بازه ۱/۵ تا ۲/۵ میلی‌متر (N)	خطای نسبی نسبت به شبکه مرجع (%)
معمولی	۲۶۸	۵/۴۵۲۱	۶/۰۸۹
ریز	۴۴۷	۵/۳۵۹۰	۴/۲۷۸
خیلی ریز	۳۲۰۴	۵/۱۴۸۵	۰/۱۸۱
فوق‌ریز	۴۱۲۶	۵/۱۳۹۲	۰

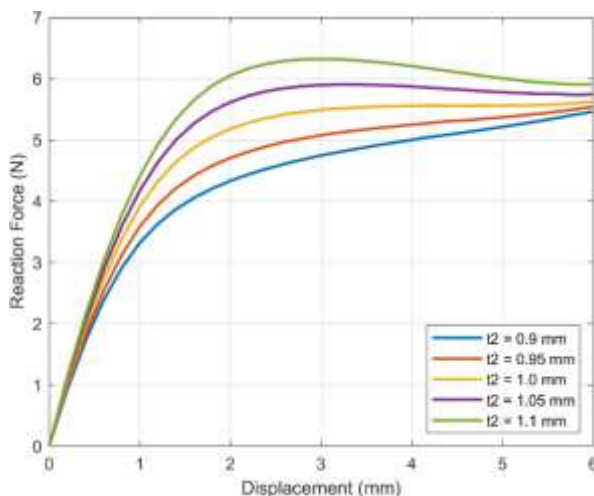


شکل ۳. نمودار نیرو بر حسب جاب‌جایی

مطابق شکل (۳)، در ابتدای بارگذاری با افزایش جاب‌جایی، نیروی بازگرداننده نیز افزایش می‌یابد که بیانگر غالب بودن سختی مثبت سیستم است. با فعال‌تر شدن مکانیزم بخش سختی منفی، شیب منحنی کاهش یافته و در یک بازه مشخص تقریباً به صفر نزدیک می‌شود؛ این بازه به‌عنوان ناحیه سختی شبه‌صفر قابل تعریف است. بر این اساس، تحلیل عددی علاوه بر تأیید تحقق رفتار سختی شبه‌صفر، امکان تعیین کمی موقعیت و پهنای این ناحیه را نیز فراهم می‌کند. به‌منظور ارزیابی اثر پارامترهای هندسی بر رفتار سختی شبه‌صفر، تحلیل حساسیت موضعی نسبت

همان‌گونه که در شکل (۲) و جدول (۲) مشاهده می‌شود، با ریزتر شدن شبکه، پاسخ نیرو-جاب‌جایی به سمت یک پاسخ ثابت همگرا می‌شود. منحنی‌های مربوط به شبکه خیلی ریز و فوق‌ریز تقریباً بر یکدیگر منطبق بوده و اختلاف میانگین نیروی واکنش در بازه مورد بررسی

یا کاهش بیشتر ضخامت ($\pm 10\%$)، سختی مؤثر افزایش یافته و ناحیه سختی شبه‌صفر تضعیف می‌گردد. این موضوع بیانگر حساسیت طراحی و لزوم انتخاب دقیق ضخامت تیر خمیده است.



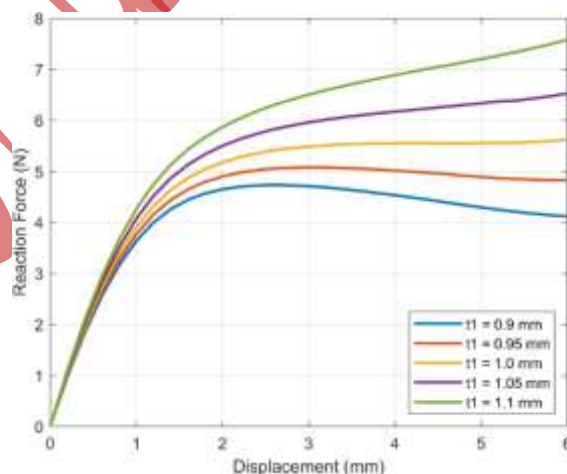
شکل ۵. تأثیر تغییرات $\pm 5\%$ و $\pm 10\%$ ضخامت بخش سختی منفی t_2 بر منحنی نیرو-جابجایی سلول واحد

۷. تحلیل دینامیکی

به منظور انجام تحلیل دینامیکی، ابتدا داده‌های عددی رابطه نیرو-جابجایی حاصل از تحلیل استاتیکی (شکل ۳) با استفاده از برآزش منحنی در نرم‌افزار متلب تقریب زده شد. باتوجه به غیرخطی بودن شدید رفتار استاتیکی و وجود بازه سختی شبه‌صفر، یک تابع چندجمله‌ای مرتبه پنجم برای بازتولید دقیق رفتار سیستم انتخاب گردید. رابطه نیروی بازگرداننده غیرخطی برحسب جابه‌جایی به صورت رابطه (۳) حاصل شد.

$$\begin{aligned} F(X) = & 293 \times 10^{-5} X^5 \\ & - 657 \times 10^{-4} X^4 \\ & + 591 \times 10^{-3} X^3 \\ & - 26707 \times 10^{-4} X^2 \\ & + 60767 \times 10^{-4} X \\ & - 491 \times 10^{-4} \end{aligned} \quad (3)$$

به ضخامت بخش چشمی (به عنوان مؤلفه سختی مثبت) و ضخامت تیر خمیده اولیه (به عنوان مؤلفه سختی منفی) انجام شد. مطابق شکل (۴)، تغییر ضخامت بخش سختی مثبت t_1 اثر مستقیم بر شیب کلی منحنی نیرو-جابجایی و مقدار سختی مثبت سازه دارد. نتایج نشان می‌دهد با افزایش t_1 ، نیروی بازگرداننده و سختی مؤثر افزایش یافته و ناحیه سختی شبه‌صفر محدودتر می‌شود؛ در مقابل، کاهش t_1 موجب نرم‌تر شدن پاسخ و گسترش نسبی ناحیه سختی شبه‌صفر خواهد شد. این روند نقش تعیین‌کننده ضخامت بخش سختی مثبت را در تنظیم پایداری و پهنای ناحیه سختی شبه‌صفر ساختار پیشنهادی نشان می‌دهد.



شکل ۴. تأثیر تغییرات $\pm 5\%$ و $\pm 10\%$ ضخامت بخش سختی مثبت t_1 بر منحنی نیرو-جابجایی سلول واحد

همچنین مطابق شکل (۵)، تغییر ضخامت تیر خمیده اولیه t_2 تأثیر قابل‌توجهی بر شکل منحنی نیرو-جابجایی و پهنای ناحیه سختی شبه‌صفر دارد. نتایج نشان می‌دهد که با تغییرات محدود ($\pm 5\%$) رفتار سختی شبه‌صفر حفظ می‌شود، در حالی که با افزایش

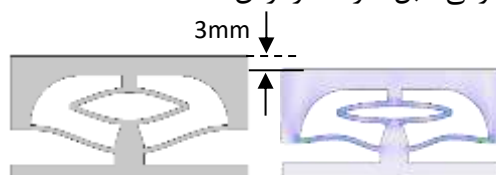
شکل ۶. جابه‌جایی ۳ میلی‌متری با اضافه کردن جرم ۵۶۰ گرمی به منظور قرار گیری در ناحیه ی سختی شبه‌صفر

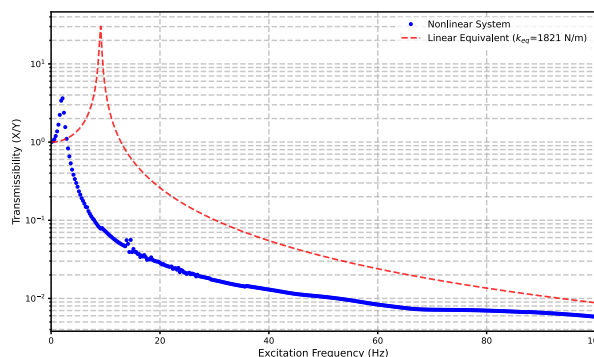
به‌منظور استخراج نمودار انتقال‌پذیری دامنه برای سیستم غیرخطی، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستم تحت تحریک هارمونیک پایه با استفاده از روش حل عددی رانگ-کوتا در حوزه زمان یکپارچه‌سازی شد. دامنه جابه‌جایی پایه ورودی برابر با ۰/۱ میلی‌متر و ضریب میرایی لزج برابر با ۰/۰۱۶ نیوتن‌ثانیه بر متر در نظر گرفته شد. برای اطمینان از حذف کامل پاسخ‌های گذرا و دستیابی به پاسخ ماندگار، شبیه‌سازی برای چرخه‌های متعددی انجام پذیرفت و تنها سیکل‌های انتهایی مورد پردازش قرار گرفت. همچنین باتوجه‌به ماهیت غیرخطی نیروی بازگرداننده فنر که منجر به بروز هارمونیک‌های بالاتر و جابه‌جایی مرکز نوسان می‌شود، از الگوریتم تبدیل فوریه سریع (FFT) بر روی سیگنال زمانی استفاده گردید. این رویکرد امکان می‌دهد تا دامنه نوسانات دقیقاً در فرکانس اصلی تحریک استخراج شده و نسبت انتقال‌پذیری دامنه با دقت بالایی محاسبه گردد. منحنی پاسخ فرکانسی سیستم در شکل (۲) ارائه شده است. شایان‌ذکر است که به‌منظور مقایسه عادلانه عملکرد سیستم غیرخطی با یک معادل خطی، سختی سیستم خطی مقایسه به‌گونه‌ای تنظیم شد که تغییر مکان استاتیکی ناشی از نیروی وزن در هر دو سیستم یکسان باشد؛ این امر تضمین‌کننده شرایط اولیه یکسان بوده و بستر مناسبی را برای ارزیابی مستقیم تأثیرات سختی غیرخطی بر بازه جداسازی ارتعاش فراهم می‌سازد.

رابطه (۳) با برازش چندجمله‌ای مرتبه پنجم بر روی ۲۸ نقطه عددی در بازه جابه‌جایی صفر تا ۵/۴ میلی‌متر استخراج‌شده از تحلیل کامسول به دست آمده است. مقدار ضریب تعیین برابر با $R^2=0.9997$ و مقدار خطای جذر میانگین مربعات برابر با $RMSE=0.024$ نیوتن به دست آمد که بیانگر تطابق مناسب تابع برازش‌شده با داده‌های عددی است. انتخاب چندجمله‌ای مرتبه پنجم با هدف بازنمایی رفتار غیرخطی منحنی نیرو-جابه‌جایی در محدوده مورد بررسی انجام شده است و مقادیر بالای ضریب تعیین و پایین بودن خطای برازش، تطابق مناسب این رابطه با داده‌های عددی را نشان می‌دهد. همچنین با مشتق‌گیری از رابطه (۳)، سختی مؤثر ساختار به‌صورت تابعی از جابه‌جایی با واحد نیوتون بر حسب میلی‌متر در رابطه (۴) نشان داده شده است.

$$K(x) = 0.01465x^4 - 0.2628x^3 + 1.773x^2 - 5.3414x + 6.0767 \quad (4)$$

برای قرار گرفتن سلول واحد در ناحیه سختی شبه‌صفر، جرم ۵۶۰ گرمی روی سلول واحد در نظر گرفته شد تا جابه‌جایی ۳ میلی‌متری مطابق شکل (۶) روی سلول واحد ایجاد شود. جرم سلول واحد در مقایسه با جرم ۵۶۰ گرمی قابل صرف‌نظر کردن است.





شکل ۷. نمودار نسبت انتقال پذیری بر حسب فرکانس

بررسی شکل (۷) نشان می‌دهد که سیستم غیرخطی پس از یک ناحیه نفوذ در فرکانس‌های بسیار پایین، سریع‌تر وارد ناحیه جداسازی می‌شود. با در نظر گرفتن $T = 1$ به عنوان مرز جداسازی، فرکانس شروع جداسازی برای سیستم دارای سختی شبه‌صفر حدود ۳ هرتز و برای سیستم خطی معادل حدود ۱۳ هرتز است. در حد شبه‌استاتیکی و با میل فرکانس تحریک به صفر، نسبت انتقال‌پذیری هر دو سیستم به یک میل می‌کند. همچنین در ۷ هرتز، نسبت انتقال‌پذیری سیستم خطی و سیستم با سختی شبه‌صفر به ترتیب حدود $2/6$ و $0/12$ و در ۲۰ هرتز حدود $0/27$ و $0/03$ است. بنابراین، ساختار پیشنهادی هم‌آستانه جداسازی را به فرکانس‌های پایین‌تر منتقل می‌کند و هم انتقال ارتعاش کمتری نسبت به سیستم خطی معادل دارد.

۸. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک ساختار مکانیکی متشکل از دو زیرسامانه سختی مثبت و سختی منفی طراحی و ارزیابی شد. بخش سختی منفی از طریق به‌کارگیری تیرهای دارای انحنا اولیه ایجاد گردید تا رفتار نرم‌شوندگی هندسی به صورت کنترل‌شده در سیستم فعال شود. در مقابل، زیرسامانه سختی مثبت با هندسه‌ای شبیه به چشم طراحی شد تا پایداری کلی و

سختی پایه مورد نیاز تأمین گردد. بررسی‌های استاتیکی نشان داد که ترکیب این دو زیرسامانه منجر به ایجاد بازه‌ای از جابه‌جایی می‌شود که در آن نیروی بازگرداننده تغییرات بسیار اندکی دارد و ساختار سختی شبه‌صفر را از خود بروز می‌دهد. این رفتار، پایه‌ای برای دستیابی به عملکرد مطلوب در جداسازی ارتعاشات فرکانس پایین بدون اتکا به جرم‌های بزرگ فراهم می‌سازد. برای شناسایی نقش پارامترهای هندسی، یک تحلیل حساسیت موضعی بر ضخامت تیر خمیده اولیه و ضخامت بخش سختی مثبت انجام شد. نتایج بیانگر آن بود که حفظ رفتار سختی شبه‌صفر تنها در بازه محدودی از تغییرات این پارامترها امکان‌پذیر است؛ به‌طوری که افزایش یا کاهش بیش از حد هر یک از آن‌ها موجب رشد سختی مؤثر و کاهش پهنای ناحیه سختی شبه‌صفر می‌شود. این موضوع بر حساسیت طراحی و اهمیت تعیین دقیق ابعاد هندسی برای دستیابی به عملکرد پایدار و قابل‌اعتماد تأکید دارد و در عین حال نشان می‌دهد که رفتار ساختار تا حدی تنظیم‌پذیر است. در ادامه، تحلیل دینامیکی و ارزیابی نسبت انتقال‌پذیری نشان داد که در بازه فرکانسی متناظر با ناحیه سختی شبه‌صفر، ساختار کاهش قابل‌توجهی در انتقال ارتعاشات نسبت به مدل خطی معادل ارائه می‌دهد. این یافته‌ها نشان می‌دهد که ترکیب مناسب سختی مثبت و منفی می‌تواند مبنایی مؤثر برای توسعه سیستم‌های جداساز ارتعاش با کارایی بالا در فرکانس‌های پایین باشد. همچنین ساختار پیشنهادی قابلیت به‌کارگیری به عنوان سلول واحد برای توسعه فرامواد مکانیکی با رفتار تنظیم‌پذیر و عملکرد مناسب در جداسازی ارتعاشات فرکانس پایین را دارد. در پایان، لازم به ذکر است که فرایند اعتبارسنجی

تجربی نمونه ساخته شده در دست انجام است و نتایج آن می تواند به تکمیل مدل سازی عددی و بهبود طراحی نسل های بعدی این ساختار کمک کند.

۹. منابع

- [1] Ibrahim, R., "Recent advances in nonlinear passive vibration isolators", *Journal of sound and vibration*, Vol. 314, No. 3-5, pp. 371-452, 2008.
- [2] Suman, S., Balaji, P., Selvakumar, K., and Kumaraswamidhas, L., "Nonlinear vibration control device for a vehicle suspension using negative stiffness mechanism", *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, Vol. 9, No. 5, pp. 957-966, 2021.
- [3] Yan, B., Wang, K., Kang, C.-X., Zhang, X.-N., and Wu, C.-Y., "Self-sensing electromagnetic transducer for vibration control of space antenna reflector", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 22, No. 5, pp. 1944-1951, 2017.
- [4] Song, Y., Wen, J., Yu, D., Liu, Y., and Wen, X., "Reduction of vibration and noise radiation of an underwater vehicle due to propeller forces using periodically layered isolators", *Journal of Sound and vibration*, Vol. 333, No. 14, pp. 3031-3043, 2014.
- [5] Rao, S. S. and Yap, F. F., *Mechanical vibrations*. Addison-Wesley New York, 1995.
- [6] Hamzehei, R., Bodaghi, M., and Wu, N., "Mastering the art of designing mechanical metamaterials with quasi-zero stiffness for passive vibration isolation: a review", *Smart Materials and Structures*, Vol. 33, No. 8, p. 083001, 2024.
- [7] Liu, C., Zhang, W., Yu, K., Liu, T., and Zheng, Y., "Quasi-zero-stiffness vibration isolation: Designs, improvements and applications", *Engineering Structures*, Vol. 301, p. 117282, 2024.
- [8] Farzaneh, A., Pawar, N., Portela, C. M., and Hopkins, J. B., "Sequential metamaterials with alternating Poisson's ratios", *Nature communications*, Vol. 13, No. 1, p. 1041, 2022.
- [9] Du, C., Wang, Y., and Kang, Z., "Auxetic kirigami metamaterials upon large stretching", *ACS applied materials & interfaces*, Vol. 15, No. 15, pp. 19190-19198, 2023.
- [10] Clausen, A., Wang, F., Jensen, J. S., Sigmund, O., and Lewis, J. A., "Topology optimized architectures with programmable Poisson's ratio over large deformations", *Advanced Materials*, Vol. 27, No. 37, pp. 5523-5527, 2015.
- [11] Zhao, F., Ji, J., Ye, K., and Luo, Q., "An innovative quasi-zero stiffness isolator with three pairs of oblique springs", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 192, p. 106093, 2021.
- [12] Fan, H., Yang, L., Tian, Y., and Wang, Z., "Design of metastructures with quasi-zero dynamic stiffness for vibration isolation", *Composite Structures*, Vol. 243, p. 112244, 2020.
- [13] Banerjee, P., Dalela, S., Balaji, P., Murugan, S., and Kumaraswamidhas, L., "Simultaneous vibration isolation and energy harvesting using quasi-zero-stiffness-based metastructure", *Acta Mechanica*, Vol. 234, No. 8, pp. 3337-3359, 2023.
- [14] Zhang, Q., Guo, D., and Hu, G., "Tailored mechanical metamaterials with programmable quasi-zero-stiffness features for full-band vibration isolation", *Advanced Functional Materials*, Vol. 31, No. 33, p. 2101428, 2021.

- [15] Gao, X., Tian, W., Yang, Z., Chen, N., and Shen, Y., "Novel twisted cosine beam design for quasi-zero stiffness vibration isolator", *International Journal of Mechanical Sciences*, p. 110909, 2025.
- [16] Rao, S. S., *Vibration of continuous systems*. John Wiley & Sons, 2019.
- [17] Cai, C., Zhou, J., Wu, L., Wang, K., Xu, D., and Ouyang, H., "Design and numerical validation of quasi-zero-stiffness metamaterials for very low-frequency band gaps", *Composite structures*, Vol. 236, p. 111862, 2020.
- [18] Fulcher, B. A., Shahan, D. W., Haberman, M. R., Conner Seepersad, C., and Wilson, P. S., "Analytical and experimental investigation of buckled beams as negative stiffness elements for passive vibration and shock isolation systems", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 136, No. 3, p. 031009, 2014.
- [19] Qiu, J., Lang, J. H., and Slocum, A. H., "A curved-beam bistable mechanism", *Journal of microelectromechanical systems*, Vol. 13, No. 2, pp. 137-146, 2004.
- [20] Liu, J., Wang, Y., Yang, S., Sun, T., Yang, M., and Niu, W., "Customized quasi-zero-stiffness metamaterials for ultra-low frequency broadband vibration isolation", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 269, p. 108958, 2024.

پی نوشت

¹ Positive Stiffness

² Negative Stiffness

³ bistable

⁴ Quasi-Zero Stiffness

⁵ Geometric Nonlinearity

⁶ Quadratic Serendipity

⁷ Free Quad

⁸ Segregated Solver