

بروز رسانی و تحلیل مدل ارتعاشاتی دو پوسته استوانه‌ای پیچ شده

با به کار گیری فنرهای مصنوعی بین سطوح فلنج

علی حیدری سورشجانی

اسماعیل اسدی

روح‌الله طالبی توتی*

دکتری مهندسی مکانیک

دکتری مهندسی مکانیک

استاد مهندسی مکانیک

دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

aliheidarhsr@gmail.com

esmail.asadi@gmail.com

rtalebi@iust.ac.ir

چکیده

در این پژوهش، ارتعاشات دو پوسته استوانه‌ای- استوانه‌ای فلنج‌شده پیچی براساس تئوری الاستیسیته سه‌بعدی مورد بررسی قرار گرفته است. در این مدل نیمه‌تحلیلی، بین هر کدام از نقاط شبکه به کار گرفته شده در روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته، که بر روی سطوح متناظر فلنج‌ها قرار گرفته‌اند، یک مجموعه از فنرهای خطی مصنوعی شامل فنرهایی در راستای طولی، محیطی و شعاعی قرار گرفته‌اند که با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، بروزرسانی می‌شوند. ضمناً، سازه اصلی با تقسیم به چند پوسته و مونتاژ آن‌ها از طریق اعمال مستقیم شرایط پیوستگی جابه‌جایی و تنش، مدل‌سازی شده است. همچنین، شبیه‌سازی اتصالات پیچی در نرم افزار اجزای محدود و تست‌های مودال تجربی نیز کمک به مطالعه دقیق‌تر می‌نماید. تحلیل مودال در نرم‌افزار خطی است. بنابراین، نتایج تحلیل استاتیکی شامل تنش‌های ناشی از اعمال گشتاور پیش‌بار، تغییر شکل‌های ایجاد شده و تغییر وضعیت نواحی تماس، به عنوان شرایط اولیه در تحلیل مودال نرم‌افزار اجزای محدود استفاده شده و شکل مودهای سازه پیچ شده شبیه‌سازی شده‌اند. همچنین، مقایسه فرکانس‌های طبیعی حاصل از روش‌های نیمه-تحلیلی، آزمون مودال تجربی و تحلیل اجزای محدود برای دو حالت اتصال با ده و بیست پیچ انجام شده است. مدل مذکور قادر است ارتعاشات استوانه فلنج‌دار پیچی که به صورت ایده‌آل که مطابق با روش پیشنهاد شده در این مقاله ساخته شده است را با دقت مطلوب شبیه‌سازی کند. روش‌های تولید متفاوت فلنج که می‌توانند تنش‌های پسماند حرارتی و یا تغییر خواص مکانیکی ایجاد کنند، نیازمند مطالعه جداگانه دارند.

واژگان کلیدی: پوسته‌های استوانه‌ای فلنج‌شده، اتصالات پیچی، بروزرسانی مدل، تئوری الاستیسیته سه‌بعدی،

مدل فنرهای خطی مصنوعی

۱. مقدمه

اغلب سازه‌های مکانیکی از اجزاء مختلفی تشکیل شده‌اند و به ندرت می‌توان سازه‌ای یافت که دارای یک قطعه منفرد باشد. در سازه‌های مورد استفاده در صنایع مختلف همچون صنایع عمرانی، هوایی، خودرویی و غیره، از انواع مختلف اتصالات نظیر اتصالات پیچی و پرچی بصورت گسترده استفاده می‌شود. پوسته‌های استوانه‌ای دارای کاربرد گسترده‌ای در صنعت و به‌ویژه در توربین هستند. احمدی و همکاران [۱] به کمک روش‌های عددی و تجربی به بررسی اثر افزایش دما بر کاهش فرکانس‌های طبیعی یک پوسته استوانه‌ای پرداختند. بدین منظور، پوسته استوانه‌ای در داخل اتاق آکوستیک به وسیله یک بلندگو تحریک شده است. سپس، تراز فشار صوتی توسط میکروفون داخل پوسته اندازه‌گیری شده و با آنالیز فرکانسی، مقدار فرکانس‌های طبیعی سیستم در دمای محیط و دمای بیش از ۸۰ درجه سانتی‌گراد مشخص گردیدند. نجفی و همکاران [۲] به بررسی اثر تغییر نیم موج‌های محیطی بر فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای در ارتعاشات زیر آب به صورت تجربی و عددی پرداختند. عزیزی و همکاران [۳] به تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای ترک‌دار به روش عددی و آزمایشگاهی پرداختند. رهی و همکاران [۴] به کمک سنجش غیرتماسی مبتنی بر میکروفون، فرکانس‌های طبیعی پره توربین گاز به صورت تجربی شناسایی شدند.

فلنج‌ها با اتصالات پیچی بصورت گسترده در پوسته‌های استوانه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. این فلنج‌ها در مجموعه‌هایی مانند موتور توربین گاز بصورت مستمر در معرض بارهای ارتعاشاتی حاصل از

مجموعه روتور می‌باشند. وجود اتصالات در سازه‌ها، همواره دو پیامد را به همراه خواهد داشت؛ یکی تغییر سفتی سازه و دیگری، افزایش میرایی که از اصطکاک بین سطوح تماس ایجاد می‌شود. بنابراین لازم است که تأثیر اتصالات در مدلسازی ارتعاشاتی و دینامیکی اینگونه سازه‌ها، مدنظر قرار گیرد. تحقیقات متعددی جهت بررسی اثرات اتصالات پیچی در رفتار ارتعاشاتی سازه‌های مختلف مهندسی شامل صفحات متصل فلنج‌دار [۵،۶]، قطعات فلنج‌دار استوانه‌ای [۷-۹]، قطعات فلنج‌دار استوانه‌ای-استوانه‌ای [۱۰،۱۱]، قطعات استوانه‌ای-استوانه‌ای با فلنج داخلی [۱۲،۱۳]، قطعات فلنج‌دار استوانه‌ای-مخروطی [۱۴] و قطعات فلنج‌دار مخروطی-مخروطی [۱۵] انجام گرفته است.

رضا آذرآفا و همکاران [۱۶] با در نظر گرفتن لقی در اتصالات به عنوان شرایط مرزی غیر ایده‌آل، ارتعاشات آزاد یک تیر اوپلر-برنولی را به صورت یک سیستم غیرخطی ضعیف، با استفاده از روش‌های اغتشاشی لیندشت-پوانکاره و مقیاس‌های چندگانه مورد تحلیل قرار دادند. با توجه به اهمیت شناسایی پارامترهای دینامیکی متغیر با زمان از جمله فرکانس‌های مودال لحظه‌ای، گلستانه و احمدیان [۱۷] دو گروه از قدرتمندترین روش‌های آنالیز حوزه زمان-فرکانس، یعنی آنالیز ویولت و آنالیز تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت را به منظور استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای به کار بردند. احمدیان و همکاران [۱۸] با به کارگیری مدل لایه مجازی به مدلسازی و به‌روزرسانی اتصال سطح-به‌سطح یک سازه هوافضایی پرداختند.

لووان و همکاران [۱۹] با دقت به این مورد که در اتصال فلنجی لوله‌های استوانه‌ای سفتی محوری در کشش و فشار متفاوت است، از فنرهای دوخطی برای

مدل‌سازی محل اتصال استفاده نمودند. یائو و همکاران [۲۰] از ایده لایه نازک برای تحلیل فرکانس‌های پوسته‌های موتورهای هوایی پیچ‌شده استفاده کردند. پارامترهای مواد به کمک تکنیک سفتی اتصالات پیچی و تئوری تماس فراکتال که بارهای تماسی ناشی از ناهمگونی‌های مستقل از مقیاس را ارائه می‌دهد، تعیین شده بودند و از به-روزرسانی برای تعیین دقیق خواص مواد استفاده نگردید. از این رو فرکانس‌های سیستم که به کمک اجزای محدود (نرم‌افزار انسیس^۱) حاصل شدند، در برخی موارد اختلاف قابل توجهی با نتایج تست داشتند. تانگ و همکاران [۲۱] مجموعه‌ای از پژوهش‌ها را در حوزه ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای با اتصال پیچی با دیدگاه نیمه تحلیلی انجام دادند. آن‌ها با فرض فنرهای خطی مصنوعی با تعداد و سفتی-های دلخواه که در جهات طولی، محیطی، عرضی و پیچشی، دو لبه پوسته‌ها را به یکدیگر متصل کرده بودند به تحلیل ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای-استوانه‌ای پیچ شده پرداختند. آن‌ها از فرضیات تئوری ساندرز برای مدل کردن پوسته استفاده کرده و به-کمک روش ریلی-ریتز^۲ حل مسئله را انجام دادند. بیودوین و بهدینان [۲۲] به کمک مدل متمرکز که توسط لووان برای اتصال لوله‌های فلنج‌دار معرفی شده بود، تحقیقاتی بر روی ارتعاشات بدنه موتورهای هوایی انجام دادند. آن‌ها با بهره‌گیری از مدل‌های تیر و میله ارتباط بین جابجایی و نیرو که در واقع سفتی مدل فنر است را تخمین زدند و در کشش و فشار به حالت سفتی دوخطی رسیدند و با این کار نیاز به به-روزرسانی را برطرف نمودند. تست ارتعاشی که صورت پذیرفت در واقع شبیه‌سازی بدنه موتورهای هوایی بود

که توسط لوله‌های با فلنج نازک انجام گردید و سپس در نرم‌افزار انسیس به کمک تعریف فنرها و المان‌های تماسی گره-به-گره، فرکانس‌های سیستم به دست آمدند. چای و وانگ [۲۳]، با وارد کردن مشخصات سفتی و میرایی وابسته به جابجایی به شبیه‌سازی غیرخطی تغییرات وضعیت چسبیدگی-لغزش تماس در محل اتصالات فلنجی پوسته مخروطی-استوانه‌ای فلنج‌دار پرداختند. آن‌ها سپس هنگام توسعه مدل مکانیکی دیگری برای اتصالات در سازه مذکور، مشخصات سفتی دوخطی فنری و رفتار اصطکاکی سطوح را به صورت همزمان مورد توجه قرار دادند تا بتوانند برای شبیه‌سازی وضعیت گذار در سطوح تماس، علاوه بر چسبیدگی و لغزش، وضعیت جدایش را نیز مورد بررسی قرار دهند [۲۴]. چای و وانگ [۲۵] سپس مطالعات خود بر روی پوسته مخروطی-استوانه‌ای فلنج‌دار را در وضعیت دورانی تحت شرایط دمایی نیز پیگیری کردند. در مدل‌سازی مکانیکی اتصالات، علاوه بر مشخصات وابسته به جابجایی، مشخصات وابسته به دما نیز لحاظ شده اند. قابل توجه است که ضریب اصطکاک بین سطح فلنج و تکیه‌گاه در دمای اتاق ثابت است اما با افزایش دمای کاری محیط به صورت یک تابع نمایی کاهش می‌یابد. ژینگ و وانگ [۲۶] با بررسی ارتعاشات غیرخطی استوانه فلنج‌شده به دیسک نشان دادند که مدل دوخطی هیستریک استفاده شده هم در وضعیت شل‌شدگی پیچ‌ها و هم در وضعیت عدم شل‌شدگی (وضعیت چسبیدگی) کاربردی می‌باشد. اخیراً لیو و همکارانش از تابع توزیع فشار الگوبرداری کردند تا مقادیر سفتی فنرها را به صورت غیریکنواخت توزیع کنند. علاوه-براین، آن‌ها با به کارگیری روشی مبتنی بر تئوری

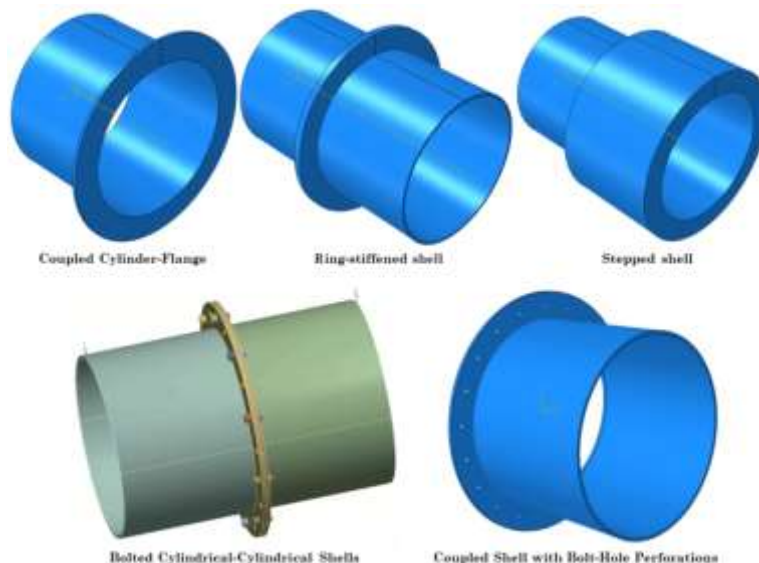
تماس فراکتال برای شناسایی پارامترهای مربوط به سفتی مدل سطوح پوشیده شده با فنر، از آزمایش‌های کششی اضافی اتصال پیچ‌دار برای پوسته‌های استوانه‌ای- استوانه‌ای که دچار شل‌شدگی موضعی هستند، جلوگیری کردند [۲۷].

در پژوهش‌های پیشین پیرامون اتصالات فلنجی استوانه‌ها، همواره از تئوری‌های کلاسیک یا مرتبه اول برشی بهره گرفته شده است؛ رویکردهایی که ذاتاً با مفروضات ساده‌کننده همراهند و توان بازنمایی کامل رفتار واقعی این اتصالات را ندارند. افزون بر این، سازه‌های استوانه‌ای مجهز به فلنج، درواقع زیرمجموعه‌ای از پوسته‌های پله‌ای به‌شمار می‌روند که سطوح میانی آنها هم‌مرکز نیستند (موضوعی که تا کنون در هیچ مدلسازی بدان پرداخته نشده است). در مقابل، پژوهش کنونی با به‌کارگیری تئوری الاستیسیته سه‌بعدی، گامی فراتر نهاده و تمامی ریزساختارهای سیستم استوانه‌به‌استوانه فلنج‌دار را بدون هیچگونه ساده‌سازی، شبیه‌سازی کرده است. علاوه‌براین، در پژوهش حاضر درکنار ارائه مدل اتصالات پیچی در نرم‌افزار اجزای محدود و تست مودال تجربی، مدل دیگری نیز برای اتصالات پوسته- های استوانه‌ای فلنج‌شده ارائه شده است؛ که مبتنی بر قرارگیری فنرهای خطی مصنوعی بین سطوح می- باشد. کلیه مراحل رسیدن یک پوسته استوانه‌ای ضخیم تا پوسته نازک استوانه‌ای-استوانه‌ای فلنج‌شده

پیچی به‌صورت جداگانه با ارائه مدل‌های نوآورانه تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۲. روش تحقیق

به‌منظور بررسی دقیق‌تر اثرات پیچ در رفتار ارتعاشی دو پوسته استوانه‌ای فلنج‌شده در آزمون مودال، در این پژوهش سعی شده‌است که سازه به‌صورت یکپارچه تولید شده‌باشد و هیچ‌گونه درز و یا جوشی در کوپلینگ بین استوانه‌ها و فلنج‌ها وجود نداشته- باشد و به‌بیان دیگر عدم قطعیت کمتری در سازه وجود داشته‌باشد. ازاین‌رو، ابتدا یک استوانه ضخیم بدون درز توسط فرآیند تراش‌کاری تبدیل به یک پوسته استوانه‌ای پله‌دار با شعاع داخلی ثابت و شعاع بیرونی متفاوت شده است. این نکته قابل ذکر است که ارائه مدل تحلیلی برای سازه فوق‌الذکر، مهم‌ترین و اصلی‌ترین گام برای رسیدن به مدل مطلوب برای پوسته استوانه‌ای- استوانه‌ای فلنج‌شده می‌باشد. در ادامه، از قطعه قبلی یک پوسته استوانه‌ای با یک رینگ در وسط ایجاد شده‌است که به‌عنوان پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده با رینگ نیز شناخته می‌شوند. سپس، قطعه از وسط توسط فرآیند ماشین‌کاری به دو قسمت تقسیم شده‌است و دو پوسته استوانه‌ای کوپل- شده با فلنج حلقوی از آن استخراج گردیده‌اند. سپس، بر روی هر قسمت فلنجی، تعداد بیست سوراخ با قطر شش میلی‌متر جهت بستن پیچ‌ها ایجاد گردید. درنهایت دو پوسته فلنج‌دار از طریق پیچ به‌یکدیگر متصل گردیدند.



شکل ۱. فرآیندهای صورت گرفته بر روی پوسته استوانه‌ای یکپارچه بدون درز تا رسیدن به پوسته استوانه‌ای - استوانه‌ای فلنج‌دار پیچ‌شده.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^{(i)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} \\ \varepsilon_{zz}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{,x}^{(i)} \\ \frac{v_{,\theta}^{(i)} + w^{(i)}}{r(z)} \\ w_{,z}^{(i)} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \gamma_{x\theta}^{(i)} \\ \gamma_{xz}^{(i)} \\ \gamma_{z\theta}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{,x}^{(i)} + \frac{u_{,\theta}^{(i)}}{r(z)} \\ u_{,z}^{(i)} + w_{,x}^{(i)} \\ v_{,z}^{(i)} + \frac{w_{,\theta}^{(i)} - v^{(i)}}{r(z)} \end{pmatrix}$$

که (u) ، (v) و (w) به ترتیب بیان گر جابجایی‌ها در راستای محوره‌های طولی (x) ، محیطی (θ) و شعاعی (z) هستند. درضمن، علامت $(,)$ در پایین-نویس حروف نشان‌دهنده مشتق جزئی نسبت به متغیر بعد از آن می‌باشد. همچنین، روابط تنش- کرنش از طریق معادلات زیر دنبال می‌شود [۲۸]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx}^{(i)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(i)} \\ \sigma_{zz}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^{(i)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} \\ \varepsilon_{zz}^{(i)} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} \tau_{z\theta}^{(i)} \\ \tau_{xz}^{(i)} \\ \tau_{x\theta}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{z\theta}^{(i)} \\ \gamma_{xz}^{(i)} \\ \gamma_{x\theta}^{(i)} \end{pmatrix}$$

در شکل ۱، مراحل که منجر به توسعه قطعه از یک پوسته استوانه‌ای ساده تا پوسته استوانه‌ای - استوانه‌ای فلنج‌دار پیچ‌شده گردیده‌است به تصویر کشیده شده- است.

۱.۲. معادلات بکاررفته

همان‌گونه که پیش از این نیز مطرح گردید، مسئله پایه‌ای برای کل قطعات مورد بررسی، پوسته استوانه-ای پله‌دار می‌باشد. این نوع ساختار پله‌دار که در آن سطح میانی (تارخشی) دو پوسته استوانه‌ای متصل-شده در یک امتداد قرار ندارد، تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته‌است. مدل‌سازی این‌گونه سازه‌هایی که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته‌اند، ترکیب تعدادی مناسب از پوسته‌ها و استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی می‌باشد. براین اساس، روابط کرنش- جابجایی برای (i) امین پوسته برای هر نقطه دلخواه در شعاع $r(z)$ به صورت زیر بیان می‌شود [۲۸]:

ضرایب ثابت C_{ij} برای یک ماده همگن به کمک مدول الاستیک یانگ (E) و ضریب پواسون (ν) بیان می-شوند. برای دستیابی همزمان به معادلات حرکت و شرایط مرزی و پیوستگی، اصل همیلتون بر اساس حساب تغییرات انرژی‌های کرنشی و جنبشی برای هر پوسته مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۸]:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K^{(i)} - \delta P^{(i)}) dt = 0, \quad (3)$$

$$P^{(i)} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{R_{in}^{(i)}}^{R_{out}^{(i)}} \left(\sigma_{xx}^{(i)} \varepsilon_{xx}^{(i)} + \sigma_{\theta\theta}^{(i)} \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} + \sigma_{zz}^{(i)} \varepsilon_{zz}^{(i)} + \tau_{xz}^{(i)} \gamma_{xz}^{(i)} + \tau_{\theta z}^{(i)} \gamma_{\theta z}^{(i)} + \tau_{x\theta}^{(i)} \gamma_{x\theta}^{(i)} \right) r(z) dx d\theta dz,$$

$$K^{(i)} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{R_{in}^{(i)}}^{R_{out}^{(i)}} \rho^{(i)} \left(\left(u_{,t}^{(i)} \right)^2 + \left(v_{,t}^{(i)} \right)^2 + \left(w_{,t}^{(i)} \right)^2 \right) r(z) dx d\theta dz$$

در روابط بالا، $\rho^{(i)}$ ، $R_{in}^{(i)}$ و $R_{out}^{(i)}$ به ترتیب بیانگر چگالی، شعاع داخلی و شعاع بیرونی پوسته (i) ام هستند. به علاوه، روند جداسازی متغیرها توسط توابع دو جهته ناشناخته از متغیرهای (x, z) ، توابع مثلثاتی از شماره مود محیطی (n) و توابع نمایی از فرکانس سیستم مونتاژ شده (ω) به صورت زیر اجرا می‌گردد [۲۸]:

$$u^{(i)}(x, \theta, z, t) = U^{(i)}(x, z) \cos(n\theta) e^{j\omega t},$$

$$v^{(i)}(x, \theta, z, t) = V^{(i)}(x, z) \sin(n\theta) e^{j\omega t},$$

$$w^{(i)}(x, \theta, z, t) = W^{(i)}(x, z) \cos(n\theta) e^{j\omega t}$$

سرانجام، پس از به کارگیری اصل همیلتون و اعمال انتگرال گیری جزء به جزء، معادلات حرکت برای هر کدام از پوسته‌های تشکیل دهنده سازه به دست می-آیند. این معادلات در واقع به نقاط شبکه مربوط به

گروه (G_d) که در شکل ۲ نشان داده شده است، اعمال می‌شوند [۲۸].

$$\delta U^{(i)}: C_{11} \frac{\partial^2 U^{(i)}}{\partial x^2} - \frac{n^2 C_{66}}{(R^{(i)}(z))^2} U^{(i)} + \quad (5)$$

$$C_{55} \frac{\partial^2 U^{(i)}}{\partial z^2} + \frac{C_{55}}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial U^{(i)}}{\partial z} + \frac{n(C_{12}+C_{66})}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial V^{(i)}}{\partial x} + \frac{(C_{12}+C_{55})}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x \partial z} = \rho \omega^2 U^{(i)},$$

$$\delta V^{(i)}: -\frac{n(C_{12}+C_{66})}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + C_{66} \frac{\partial^2 V^{(i)}}{\partial x^2} - \frac{(C_{44}+n^2 C_{22})}{(R^{(i)}(z))^2} V^{(i)} + C_{44} \frac{\partial^2 V^{(i)}}{\partial z^2} + \frac{C_{44}}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial V^{(i)}}{\partial z} - \frac{n(C_{22}+C_{44})}{(R^{(i)}(z))^2} W^{(i)} - \frac{n(C_{23}+C_{44})}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial W^{(i)}}{\partial z} = \rho \omega^2 V^{(i)},$$

$$\delta W^{(i)}: \frac{(C_{13}-C_{12})}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 U^{(i)}}{\partial x \partial z} - \frac{n(C_{22}+C_{44})}{(R^{(i)}(z))^2} V^{(i)} + \frac{n(C_{23}+C_{44})}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial V^{(i)}}{\partial z} + C_{55} \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2} - \frac{(C_{22}+n^2 C_{44})}{(R^{(i)}(z))^2} W^{(i)} + C_{33} \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial z^2} + \frac{C_{33}}{R^{(i)}(z)} \frac{\partial W^{(i)}}{\partial z} = \rho \omega^2 W^{(i)}$$

همچنین، شرایط مرزی در راستای طولی (G_1) و شعاعی (G_2)، به صورت زیر به سازه اعمال می‌شوند [۲۹]:

$$G_1: \sigma_{xx}^{(i)} \delta U^{(i)} = \tau_{x\theta}^{(i)} \delta V^{(i)} = \tau_{xz}^{(i)} \delta W^{(i)} = 0,$$

$$G_2: \tau_{xz}^{(i)} \delta U^{(i)} = \tau_{z\theta}^{(i)} \delta V^{(i)} = \sigma_{zz}^{(i)} \delta W^{(i)} = 0$$

پیوستگی جابجایی‌ها و تنش‌ها در راستای طولی (G_3) از روابط زیر تبعیت می‌کنند [۲۹]:

$$\left\{ \begin{matrix} U^{(1)} & V^{(1)} & W^{(1)} \end{matrix} \right\} \Big|_{\substack{x^{(1)}=L_1 \\ z^{(1)}=h_1}} \quad (10)$$

$$= \left\{ \begin{matrix} U^{(2)} & V^{(2)} & W^{(2)} \end{matrix} \right\} \Big|_{\substack{x^{(2)}=0 \\ z^{(2)}=h_1}}$$

$$\left\{ \begin{matrix} U^{(2)} & V^{(2)} & W^{(2)} \\ \tau_{xz}^{(2)} & \tau_{z\theta}^{(2)} & \sigma_{zz}^{(2)} \end{matrix} \right\} \Big|_{\substack{x^{(2)}=0 \\ z^{(2)}=h_1}}$$

$$= \left\{ \begin{matrix} U^{(3)} & V^{(3)} & W^{(3)} \\ \tau_{xz}^{(3)} & \tau_{z\theta}^{(3)} & \sigma_{zz}^{(3)} \end{matrix} \right\} \Big|_{\substack{x^{(3)}=0 \\ z^{(3)}=0}}$$

مطابق شکل ۲، برای ایجاد پوسته پله‌دار با پله خارجی^۲ و داخلی^۴ از اتصال سه پوسته و برای ایجاد پوسته پله‌دار دوگانه^۵ از اتصال چهار پوسته استفاده شده‌است. در نهایت با اعمال دقیق تمامی شرایط و معادلات گفته‌شده می‌توان مدل نیمه-تحلیلی برای هر تعداد پوسته که به صورت یکپارچه و بدون درز به-یکدیگر متصل شده‌اند را ایجاد نمود. مطابق شکل ۲، با اتصال تعداد مناسبی از پوسته‌ها، می‌توان مدلی جامع برای پوسته‌های استوانه‌ای با پله خارجی، داخلی و دوگانه ایجاد نمود. برای داشتن پوسته استوانه‌ای در حالت پله خارجی و داخلی نیاز به اتصال ایده آل سه پوسته می‌باشد، درحالی‌که پوسته پله‌دار دوگانه نیازمند کوپل کردن چهار پوسته است. ضخامت پوسته استوانه‌ای ضخیم اصلی با h_1 ، شعاع داخلی آن مطابق شکل با R_1 ، محل شروع نصب پله از لبه سمت چپ با L_1 و طول پله نیز با L_2 نشان داده شده است. ضخامت پله در حالت پله خارجی و داخلی به ترتیب با h_{TE} و h_{BI} نشان داده شده‌اند. همچنین، ضخامت قسمت بیرونی و درونی پله در حالت دوگانه نیز به-ترتیب توسط h_{TD} و h_{BD} مشخص شده‌اند.

$$\left\{ \begin{matrix} U^{(1)} & V^{(1)} & W^{(1)} \\ \sigma_{xx}^{(1)} & \tau_{x\theta}^{(1)} & \tau_{xz}^{(1)} \end{matrix} \right\} \Big|_{\substack{x^{(1)}=L_1 \\ z^{(1)}=z_k}} = \left\{ \begin{matrix} U^{(2)} & V^{(2)} & W^{(2)} \\ \sigma_{xx}^{(2)} & \tau_{x\theta}^{(2)} & \tau_{xz}^{(2)} \end{matrix} \right\} \Big|_{\substack{x^{(2)}=0 \\ z^{(2)}=z_k}} ;$$

$$k = 2, 3, \dots, M-1$$

پیوستگی جابجایی‌ها و تنش‌ها در راستای شعاعی (G_4) نیز روابط زیر را دنبال خواهند کرد [۲۹]:

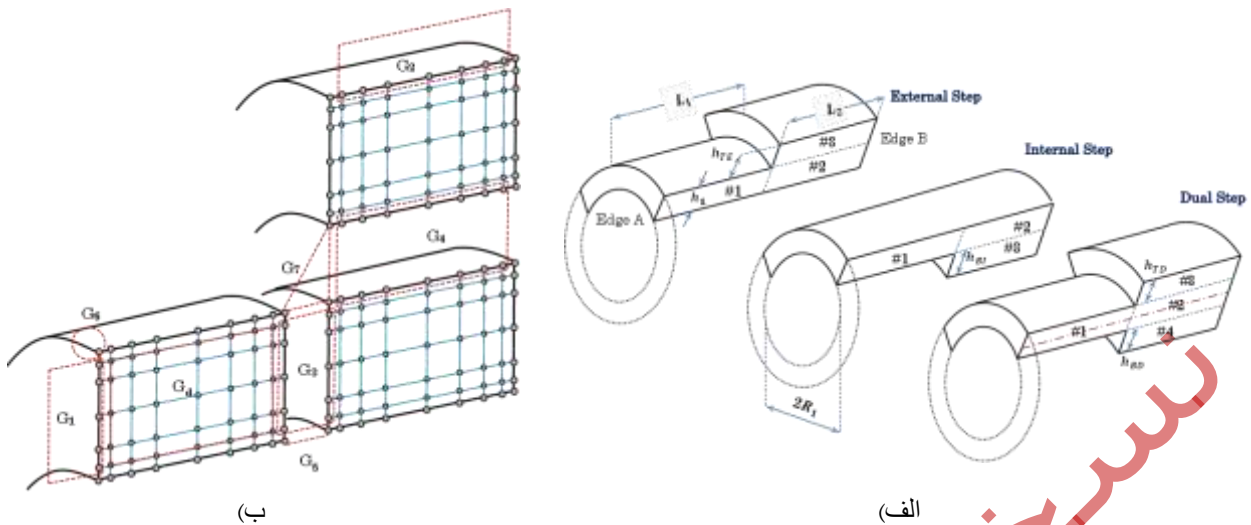
$$\left\{ \begin{matrix} U^{(2)} & V^{(2)} & W^{(2)} \\ \tau_{xz}^{(2)} & \tau_{z\theta}^{(2)} & \sigma_{zz}^{(2)} \end{matrix} \right\} \Big|_{\substack{x^{(2)}=x_k \\ z^{(2)}=h_1}} = \left\{ \begin{matrix} U^{(3)} & V^{(3)} & W^{(3)} \\ \tau_{xz}^{(3)} & \tau_{z\theta}^{(3)} & \sigma_{zz}^{(3)} \end{matrix} \right\} \Big|_{\substack{x^{(3)}=x_k \\ z^{(3)}=0}} ;$$

$$k = 2, 3, \dots, N-1$$

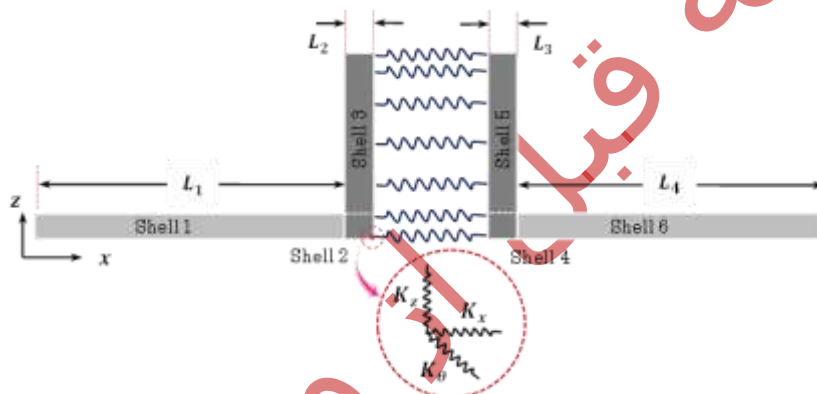
دو نقطه منطبق بر همی که در گروه (G_5) قرار دارند، اگر تحت شرایط مرزی آزاد قرار گرفته باشند، بایستی از شرایط پیوستگی در راستای طول تبعیت کنند در غیر این صورت شرایط مرزی غالب‌تر بر هر دو نقطه اعمال می‌شود. به‌علاوه تک نقطه‌ای که در کنج قرار دارد (G_6)، نیز در صورت قرار داشتن در شرایط مرزی آزاد، از رابطه زیر پیروی خواهد کرد، در غیر این صورت شرایط مرزی غالب‌تر به آن اعمال خواهد شد [۲۹]:

$$\sigma_{xx}^{(i)} + \sigma_{zz}^{(i)} = \tau_{x\theta}^{(i)} + \tau_{z\theta}^{(i)} = \tau_{xz}^{(i)} = 0 \quad (9)$$

در نهایت سه نقطه منطبق بر هم که نقطه مشترک سه پوسته به حساب می‌آیند یعنی گروه (G_7)، بایستی یک شرط پیوستگی برای تنش‌ها و دو شرط پیوستگی برای جابجایی‌ها برای آن‌ها به صورت زیر برقرار باشد [۲۹]:



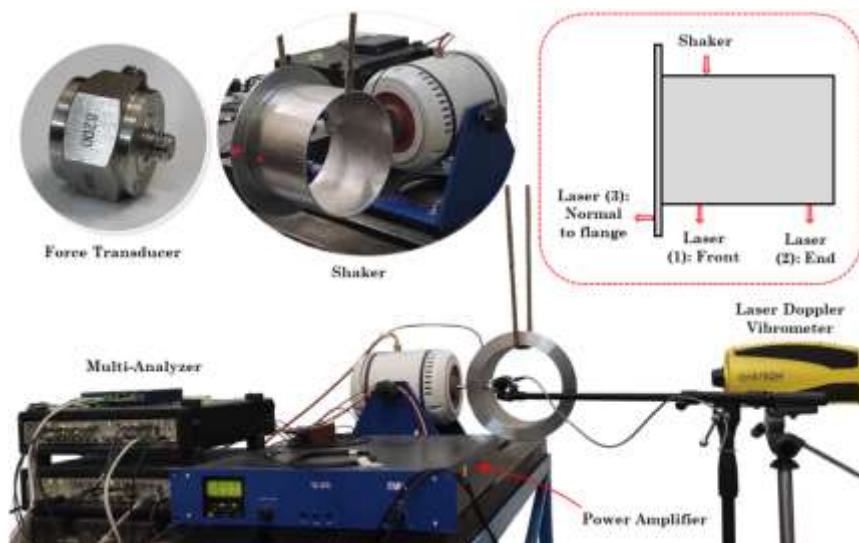
شکل ۲. الف) تقسیم سازه برای حالت‌های مختلف پوسته پله‌دار، ب) توزیع نقاط شبکه روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته.



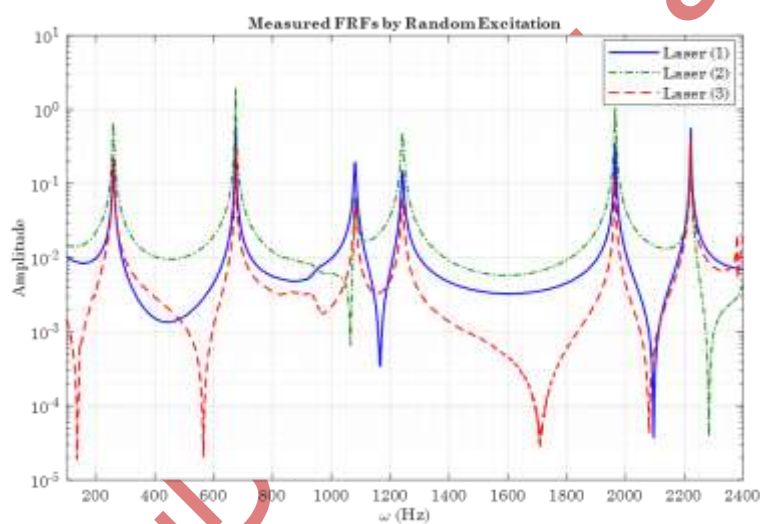
شکل ۳. فنرهای خطی مصنوعی به کاررفته در راستای طولی، محیطی و شعاعی بین دو قسمت فلنجی.

رینگ خارجی مدل می شود. علت مقایسه اتصال با تعداد مختلف پیچ با حالت فلنج‌های یکپارچه این است که بررسی شود اگر اتصالات مدل نشود و فلنج‌ها به صورت یکپارچه مدل شوند می تواند چه مقدار خطا ایجاد نماید.

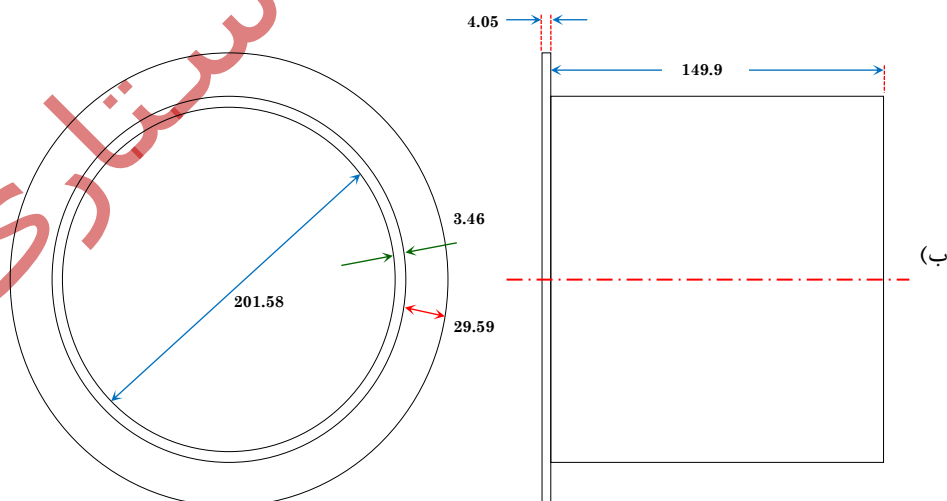
یکی از مقایسه‌هایی که برای ارتعاشات دو پوسته استوانه‌ای فلنج شده پیچی در شرایط مختلف اتصال انجام می‌گیرد، مقایسه با شرایط فلنج‌های یکپارچه^۶ می‌باشد. در این حالت فلنج‌های یکپارچه، سازه به گونه ای در نظر گرفته می شود که گویی اصلاً اتصال پیچی وجود نداشته است و سازه مانند استوانه دارای



شکل ۴. پوسته استوانه‌ای نازک کوپل شده با فلنج نازک حلقوی (پله خارجی) در شرایط انجام تست مودال تجربی.



(الف)



(ب)

شکل ۵. نمودار تجربی (تست مودال) تابع پاسخ فرکانسی (FRF) متناظر با هشت مود اول طبیعی (الف) برای پوسته استوانه‌ای نازک کوپل شده با فلنج نازک حلقوی (پله خارجی) با ابعاد مشخص شده (ب).

۲.۲. روش حل

برای حل معادلات حاکم بر مسئله، به کارگیری یک روش مناسب و با سرعت محاسباتی بالا ضرورت پیدا می کند چراکه هر دو جهت طولی و شعاعی مورد توجه قرار گرفته اند و حجم محاسبات بالا می باشد. روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته به عنوان یک روش کارآمد می تواند مورد استفاده قرار بگیرد چراکه علاوه بر سرعت فوق العاده بالا، نیازی به توابع شکلی ندارد و همچنین می تواند پیوستگی تنش و جابجایی در سازه ها را به صورت مستقیم و بدون نیاز به هیچ واسطه های انجام دهد. علت سرعت بالای این روش این است که در این راهکار، هیچ گونه انتگرال گیری و مشتق گیری به معنای واقعی وجود ندارد و مشتقاتی که برای جابجایی ها در معادلات وجود دارند را تبدیل به یک مجموع از جابجایی های وزن دار از تمامی نقاط شبکه می نماید. توزیع نقاط شبکه در هر دو راستای طولی و شعاعی از الگوی کسینوسی چیشف-گوس-لوباتو^۷ به صورت زیر پیروی می کند [۳۰]:

$$x_p = \frac{1 - \cos\left(\frac{p-1}{N-1}\pi\right)}{2} L, \quad p = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

$$z_q = \frac{1 - \cos\left(\frac{q-1}{M-1}\pi\right)}{2} h, \quad q = 1, 2, \dots, M$$

مشتقات مرتبه r ام هم به صورت سری های زیر تعیین می شوند [۲۹]:

$$\left. \frac{\partial^r F^{(i)}(x, z)}{\partial x^r} \right|_{z=z_q}^{x=x_p} = \sum_{k=1}^N c(p, k, r) F^{(i)}(x_k, z_q), \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial^r F^{(i)}(x, z)}{\partial z^r} \right|_{z=z_q}^{x=x_p} = \sum_{k=1}^M \bar{c}(q, k, r) F^{(i)}(x_p, z_k),$$

$$\left. \frac{\partial^r F^{(i)}(x, z)}{\partial x^a \partial z^b} \right|_{z=z_q}^{x=x_p} = \sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^M c(p, k_1, s) \bar{c}(q, k_2, o) F^{(i)}(x_{k_1}, z_{k_2})$$

$$r = a + b$$

ضرایب وزنی مرتبه اول و دوم هم به صورت زیر محاسبه می شوند [۲۹]:

$$r = 1: \quad (13)$$

$$\begin{cases} c(p, q, 1) = \frac{\Pi(x_p)}{(x_p - x_q) \Pi(x_q)}, & p \neq q \\ c(p, p, 1) = -\sum_{k=1, k \neq p}^N c(p, k, 1) \end{cases}$$

$$r = 2:$$

$$\begin{cases} c(p, q, 2) = 2 \left[c^2(p, q, 1) - \frac{c(p, q, 1)}{(x_p - x_q)} \right], \\ \quad (p \neq q) \\ c(p, p, 2) = -\sum_{k=1, k \neq p}^N c(p, k, 2) \end{cases}$$

$$\Pi(x_p) = \prod_{k=1, k \neq p}^N (x_p - x_k)$$

ضرایب وزنی $\bar{c}$ برای مشتقات نسبی در جهت شعاع نیز با الگوی مشابه تعیین خواهند شد. به کارگیری روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته در معادلات حرکت ۵ منجر به روابط زیر خواهد شد:

$$\delta U(x_m, z_n): C_{11} \sum_{k_1=1}^N c(m, k_1, 2) U(x_{k_1}, z_n) - \quad (14)$$

$$\frac{n^2 C_{66}}{r^2(z_n)} U(x_m, z_n) +$$

$$C_{55} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 2) U(x_m, z_{k_2}) +$$

$$\frac{C_{55}}{r(z_n)} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 1) U(x_m, z_{k_2}) +$$

$$\frac{n(C_{12} + C_{66})}{r(z_n)} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 1) V(x_m, z_{k_2}) +$$

$$\frac{(C_{12} + C_{55})}{r(z_n)} \sum_{k_1=1}^N c(m, k_1, 1) W(x_{k_1}, z_n) +$$

$$(C_{13} + C_{55}) \times$$

$$\sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^M c(m, k_1, 1) \bar{c}(n, k_2, 1) W(x_{k_1}, z_{k_2}) =$$

$$\rho \omega^2 U(x_m, z_n),$$

$$= \omega^2 \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_d^{(1)} \\ X_d^{(2)} \\ X_d^{(3)} \\ X_d^{(4)} \\ X_d^{(5)} \\ X_d^{(6)} \end{Bmatrix} \\ = \omega^2 \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_d^{(1)} \\ X_d^{(2)} \\ X_d^{(3)} \\ X_d^{(4)} \\ X_d^{(5)} \\ X_d^{(6)} \end{Bmatrix}$$

لازم به ذکر است که معادله فوق برای کامل‌ترین حالت یعنی اتصال ۶ پوسته برای شبیه‌سازی اتصالات پیچی بیان شده است، حال آنکه برای سایر سازه‌ها همچون پوسته‌های پله‌دار، ابعاد ماتریس‌ها متفاوت خواهد بود چرا که تعداد پوسته‌های متصل شده متفاوت هستند.

۳.۲. مدل فنرهای مصنوعی

در این مدل، بین دو قسمت فلنجی از فنرهای خطی مصنوعی بدون جرم در راستای طولی K_x ، محیطی K_θ و شعاعی K_z استفاده شده است. این فنرها مطابق شکل ۳ در تمام نقاط شبکه‌ای که در طول فلنج قرار گرفته اند دقیقاً به نقطه روبرویی خود متصل می‌شوند. وجود این فنرها باعث ایجاد ترم‌های جدیدی در انرژی پتانسیل پوسته می‌شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_1+h_2} \left\{ K_x (u_2(L_2, \theta, z) - u_4(0, \theta, z))^2 + K_\theta (v_2(L_2, \theta, z) - v_4(0, \theta, z))^2 + K_z (w_2(L_2, \theta, z) - w_4(0, \theta, z))^2 \right\} d\theta dz, \quad (16)$$

$$V_2 =$$

$$(15) \quad \delta V(x_m, z_n): \frac{-n(C_{12}+C_{66})}{r(z_n)} \times \sum_{k_1=1}^N c(m, k_1, 1) U(x_{k_1}, z_n) + C_{66} \sum_{k_1=1}^N c(m, k_1, 2) V(x_{k_1}, z_n) - \frac{(C_{44}+n^2 C_{22})}{r^2(z_n)} V(x_m, z_n) + C_{44} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 2) V(x_m, z_{k_2}) + \frac{C_{44}}{r(z_n)} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 1) V(x_m, z_{k_2}) - \frac{n(C_{22}+C_{44})}{r^2(z_n)} W(x_m, z_n) - \frac{n(C_{23}+C_{44})}{r(z_n)} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 1) W(x_m, z_{k_2}) = \rho \omega^2 V(x_m, z_n),$$

$$\delta W(x_m, z_n): \frac{(C_{13}-C_{12})}{r(z_n)} \times \sum_{k_1=1}^N c(m, k_1, 1) U(x_{k_1}, z_n) + (C_{13} + C_{55}) \times \sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^M c(m, k_1, 1) \bar{c}(n, k_2, 1) U(x_{k_1}, z_{k_2}) - \frac{n(C_{22}+C_{44})}{r^2(z_n)} V(x_m, z_n) + \frac{n(C_{23}+C_{44})}{r(z_n)} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 1) V(x_m, z_{k_2}) + C_{55} \sum_{k_1=1}^N c(m, k_1, 2) W(x_{k_1}, z_n) - \frac{(C_{22}+n^2 C_{44})}{r^2(z_n)} W(x_m, z_n) + C_{33} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 2) W(x_m, z_{k_2}) + \frac{C_{33}}{r(z_n)} \sum_{k_2=1}^M \bar{c}(n, k_2, 1) W(x_m, z_{k_2}) = \rho \omega^2 W(x_m, z_n)$$

پس از اعمال گسسته‌سازی روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته به صورت مشابه بر روی شرایط مرزی و شرایط پیوستگی، به معادله مقدار ویژه استاندارد (۱۵) خواهیم رسید. در این معادله مقدار ویژه، ماتریس‌های مربعی $[K_1]$ تا $[K_6]$ ، به ترتیب ماتریس‌های سفتی پوسته‌های یکم تا ششم هستند، درحالی‌که، ماتریس‌های مربعی $[M_1]$ تا $[M_6]$ مربوط به ماتریس‌های جرم این پوسته‌ها می‌باشند. بردارهای ستونی $\{X_d^{(i)}\} = \{U_d^{(i)}, V_d^{(i)}, W_d^{(i)}\}$ نیز شامل مولفه‌های جابجایی نقاطی از پوسته (i) ام هستند که در نقاط شبکه متعلق به گروه G_d قرار می‌گیرند.

$$\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{R_1+h_2}^{R_1+h_2+h_3} \left\{ K_x(u_3(L_2, \theta, z) - u_5(0, \theta, z))^2 + K_\theta(v_3(L_2, \theta, z) - v_5(0, \theta, z))^2 + K_z(w_3(L_2, \theta, z) - w_5(0, \theta, z))^2 \right\} d\theta dz$$

سپس انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنرها در کنار سایر ترم‌های انرژی، معادلات حاکم بر پوسته مونتاژ شده را براساس تئوری الاستیسیته سه بعدی تشکیل می‌دهند. نکته قابل ذکر این است که مقادیر فنرهای مشخص شده در ابتدا نامعلوم هستند. پس، در ابتدای کار تست مودال بر روی پوسته فلنج شده با اتصالات پیچی انجام می‌گیرد و در ادامه به کمک بهینه سازی الگوریتم ژنتیک، فرکانس‌های اول، سوم و چهارم تست با فرکانس‌های اول، سوم و چهارم حل تحلیلی مورد بهینه سازی قرار می‌گیرند تا بتوان با تنظیم مقادیر فنرهای مذکور، نتایج حل تحلیلی را به گونه ای داشت که سه فرکانس تحلیلی با تست همخوانی داشته باشند. پس از انجام بهینه سازی، که سه فرکانس مذکور با تست همخوانی دارند برای اینکه مشخص شود عمل بهینه سازی یا به روز رسانی مدل به خوبی انجام شده است، سایر فرکانس‌های تحلیلی را نیز با تست مقایسه می‌کنیم که بررسی شود مدل ارائه شده چه مقدار با واقعیت همخوانی دارند. همچنین، چگالی پوسته‌هایی که در ناحیه فلنجی قرار می‌گیرند متفاوت از پوسته‌های استوانه‌ای اصلی در نظر گرفته شده است تا بتوان با لحاظ جرم پیچ‌ها، جرم کل سازه را ثابت نگه داشت.

۳. نتایج

در ابتدای کار برای اطمینان از همگرایی نتایج بدست آمده از روش مربعات دیفرانسیلی، جدول ۱ برای یک پوسته استوانه‌ای پله دار خارجی با ابعاد $R_1=95.5mm$, $h_1=3.5mm$, $h_{TE}=10mm$,) در $(L_1=147mm, L_2=158mm)$ فراهم گردیده است. در این جدول، نقاط شبکه در راستای طولی برای پوسته اول و دوم و همچنین نقاط شبکه در راستای شعاعی پوسته دوم به ترتیب $(N_1=31)$ ، $(N_2=31)$ و $(M_2=11)$ در نظر گرفته شده اند و مطالعه همگرایی بر روی چهار فرکانس طبیعی اول براساس نقاط شبکه در راستای شعاعی پوسته اول انجام می‌گیرد، که نشان از همگرایی سریع نتایج دارد.

جدول ۱. بررسی همگرایی چهار مود اول (هرتز) پوسته پله دار خارجی در روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته.

M_1	$\omega(1,2)$	$\omega(2,2)$	$\omega(1,3)$	$\omega(1,4)$
13	636.78	899.84	1132.80	1532.07
11	636.80	899.84	1133.10	1532.30
9	636.96	899.88	1134.14	1533.19
7	637.60	900.13	1137.79	1536.25
5	639.93	901.12	1151.38	1547.72

مطابق شکل ۴ آزمایش مودال تجربی بر روی پوسته استوانه‌ای نازکی که به یک فلنج حلقوی کوپل شده انجام گرفت. شکل ۵ نیز علاوه بر ابعاد هندسی پوسته، دیگرام توابع پاسخ فرکانسی را با توجه نقطه تحریک ثابت و نقاط مختلف دریافت پاسخ سرعت به تصویر می‌کشد.

جدول ۲. مقایسه نتایج تست، تئوری و نرم‌افزار اجزای محدود
شش مود اول برای پوسته استوانه‌ای نازک فلنچ‌دار خارجی.

Mode	Test	GDQ	ANSYS
1	259	259.42 (0.16%)	259.80 (0.31%)
2	674.5	678.88 (0.65%)	679.26 (0.71%)
3	1082	1079.41 (-0.24%)	1078.84 (-0.29%)
4	1242	1251.77 (0.78%)	1252.12 (0.81%)
5	1965	1981.52 (0.83%)	1981.86 (0.86%)
6	2222	2210.58 (-0.52%)	2211.39 (-0.48%)

جدول ۲، مقایسه‌ای از نتایج تئوری، تجربی (مرجع اندازه‌گیری خطا) و اجزای محدود را به منظور اعتبارسنجی نتایج، برای پوسته استوانه‌ای نازک فلنچ-دار خارجی با مشخصات ($R_1=100.79mm$, $h_1=3.46mm$, $h_{TE}=29.59mm$, $l_1=149.9mm$, $l_2=4.05mm$, $E=210GPa$, $\rho=7830kg/m^3$, $\theta=0.3$) را به همراه درصد مقدار خطا ارائه می‌دهد. همان‌گونه که مشخص است نتایج حاصل از حل الاستیسیته سه‌بعدی سازه به کمک روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته دوجهته تطابق بسیار بالایی با نتایج تست مودال و نتایج نرم‌افزار اجزای محدود دارند.



شکل ۶. پوسته پیچ‌شده استوانه‌ای فلنچی تحت آزمون مودال.

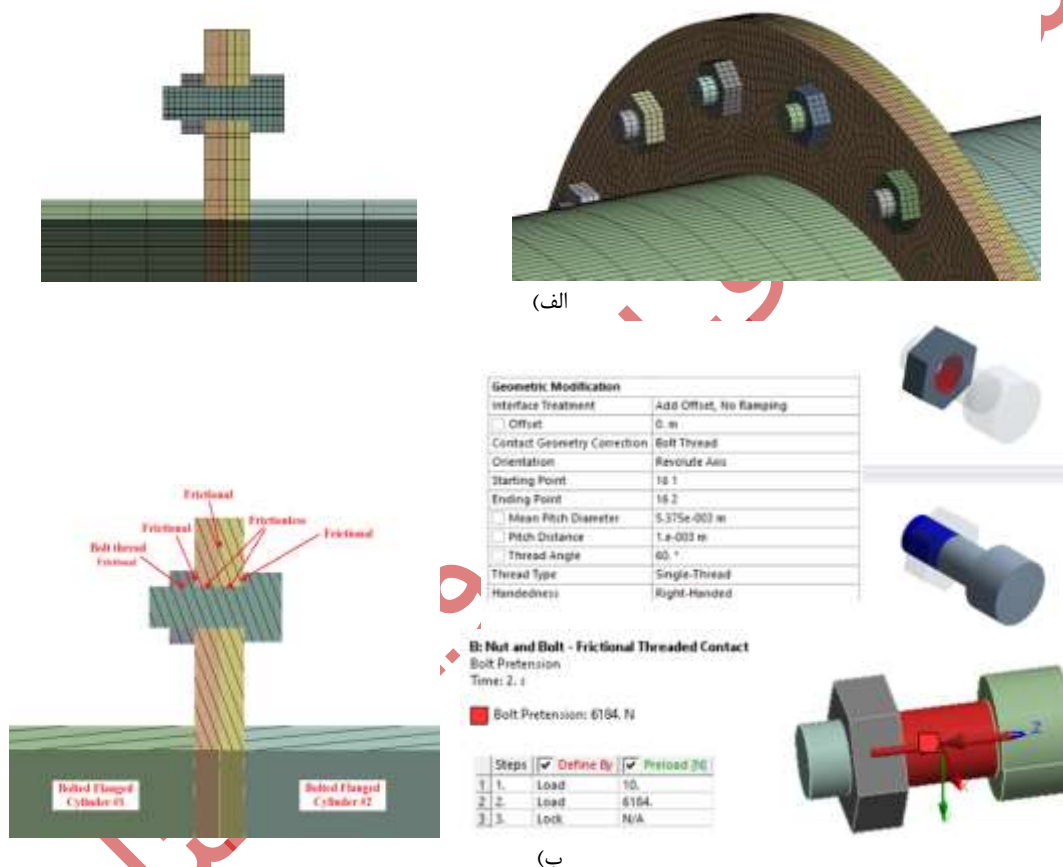
پس از اطمینان از صحت نتایج برای یک پوسته استوانه‌ای متصل به صفحه حلقوی، پوسته استوانه‌ای-استوانه‌ای متصل به همدیگر از طریق اتصالات پیچی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بدین منظور، مطابق شکل ۶، پوسته‌های استوانه‌ای با تعداد ۱۰ و ۲۰ پیچ تحت گشتاور سفت شدن ۱۰ نیوتن‌متر مورد آزمون مودال قرار گرفتند. برای داشتن شرایط مرزی آزاد-آزاد در دو سمت پوسته، از طناب‌های کشسان بلند استفاده شده است. همچنین، سازه توسط لرزاننده، در فرکانس‌های مختلف تحریک شده و پاسخ (سرعت) توسط دستگاه لیزر نوری^۸ دریافت می‌گردد.

لازم به ذکر است که تحلیل مودال در نرم‌افزار اجزای محدود یک تحلیل خطی است و قادر به در نظر گرفتن سطوح تماس به‌عنوان عوامل غیرخطی نمی‌باشد. بنابراین راهکاری که در این‌جا مطرح می‌شود این است ابتدا طی یک حل استاتیکی در محیط استاتیک سازه‌ای در نرم‌افزار انسیس، قطعه باوجود قیود تماسی در نظر گرفته‌شده بین سطوح تماس بصورت اصطکاکی با ضریب اصطکاک ۰.۲، تحت بارگذاری اولیه (گشتاور سفت شدن پیچ‌ها) قرار می‌گیرد. سپس، نتایج تحلیل استاتیکی یا به‌عبارتی تنش‌های وارده ناشی از اعمال گشتاور و تغییر شکل‌های به-وجودآمده و تغییر شرایط تماس، به‌عنوان شرایط ورودی اولیه در تحلیل مودال مورد استفاده قرار می‌گیرند. تنظیمات مش‌بندی و همچنین تماس بین سطوح نیز در تصاویر موجود در شکل ۷ نشان‌داده شده‌اند. مش‌بندی سازه براساس الگوریتم سوئیپ و المان‌های شش‌وجهی با تعداد ۵۶۸۴۰۲ گره انجام شده است. در مجموع تحلیل استاتیکی، پس از اعمال

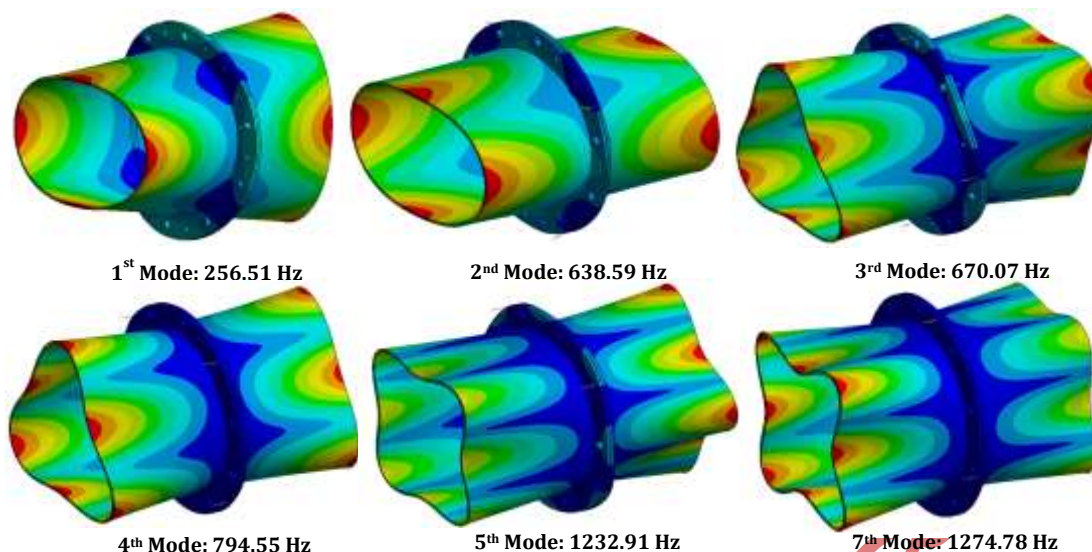
بارهای وارده بعد از حدود ۱۵۰ بار حل پایان می‌یابد. مجموعاً مدت زمان حل با کامپیوتر مورد استفاده، حدود ۱۵ ساعت طول می‌کشد. حل نیمه‌تحلیلی در نرم‌افزار متلب برای هر مقدار فنر (یک بار اجرا) تقریباً ۴۰ ثانیه طول می‌کشد و برای تعیین مقدار فنر در اثر انجام بهینه‌سازی نیازمند صرف وقت کمتر از ۱۱

ساعت بوده است که نسبت به حل نرم افزار اجزای محدود سرعت بالاتری دارد.

ضمناً، شکل موده‌های به دست آمده به کمک نرم افزار اجزای محدود برای پوسته استوانه‌ای - استوانه‌ای فلنج شده با بیست پیچ و گشتاور سفت کردن ۱۰ نیوتون متر به صورت شکل ۸ خواهند بود.



شکل ۷. مش بندی سازه براساس الگوریتم سوئیچ و امان های شش وجهی (الف)، تنظیمات مورد نیاز و وضعیت های تماس بین سطوح برای شبیه سازی اتصالات فلنج شده بیجه (ب).



شکل ۸. شکل مودهای متناظر با شش فرکانس اول پوسته استوانه‌ای-استوانه‌ای فلنج شده با ۲۰ پیچ.

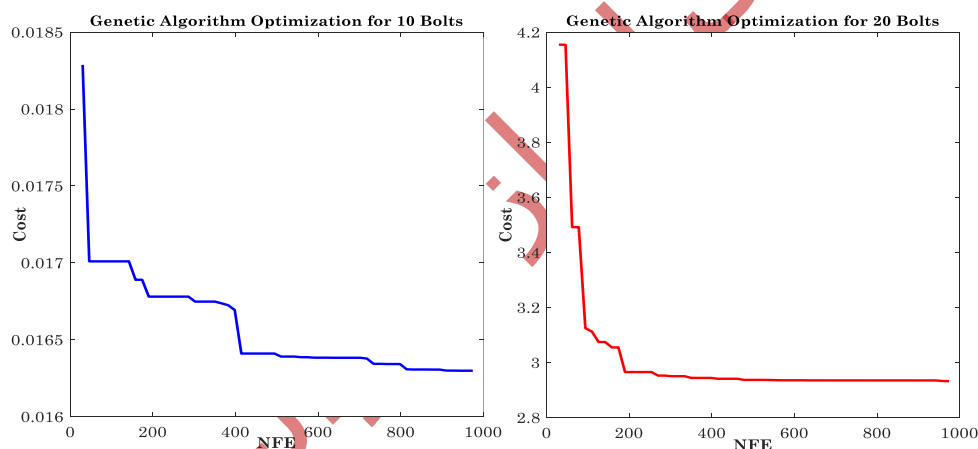
چهارم با نتایج تست، مطابق با تابع هدف موجود در رابطه (۸) بایستی کمینه شود و اگر بهینه‌سازی به درستی انجام شده باشد سه مود دیگر نیز با نتایج تست اختلاف پایینی خواهند داشت. رفتار تابع هدف طبق الگوریتم ژنتیک برای اتصالات ۲۰ و ۱۰ پیچی به صورت شکل ۹ خواهند بود. در شکل ۹، رفتار تابع هزینه یا تابع هدف براساس NFE^{۱۱} که همان تعداد ارزیابی تابع هدف می‌باشد، ترسیم شده اند.

$$F = \min \left(\sqrt{\sum_{i=1,3,4} \left(\frac{f_i^{ASM} - f_i^{Exp}}{f_i^{Exp}} \right)^2} \right) \times \quad (17)$$

۱۰۰٪
قبل از انجام بهینه‌سازی برای اتصال فلنجی ده پیچی، با احتساب کاهش جرم ناشی از تعداد سوراخ‌ها (مجموعاً ۲۰ سوراخ) و جرم پیچ‌ها (۱۰ پیچ شماره M6)، چگالی قسمت‌های فلنجی (پوسته‌های ۲، ۳، ۴ و ۵) به صورت $(\rho_F = 8021)$ محاسبه گردیده است. پس از انجام بهینه‌سازی، مشخص گردید برای پوسته فلنج شده با ده پیچ، مقدار فنرها در راستای طولی، محیطی و شعاعی به ترتیب $(K_x = 9.362e^{10})$

برای به‌روزرسانی مدل توسط روش فنرهای خطی مصنوعی^{۱۲}، از فنرهای خطی در راستای طولی، محیطی و شعاعی بین سطوح دو فلنج استفاده می‌شود. از این رو تضمین می‌گردد که هیچ تغییری در ابعاد هندسی و جرم سازه ایجاد نمی‌شود. نکته قابل توجه‌ای که وجود دارد این است که پیچ و مهره‌های اضافه‌شده در ناحیه فلنج شده دارای جرم مشخصی هستند که به جرم سیستم اضافه می‌کند (۲۰ عدد پیچ و مهره معادل ۱۴۷ گرم به جرم سازه اضافه می‌کند). در عوض، ۲۰ سوراخ ایجاد شده مقداری از جرم سازه کم می‌کند (مقدار ۳۷ گرم از جرم سازه کم می‌شود). با در نظر گرفتن این دو عامل و دانستن چگالی اولیه سازه یعنی 7830 Kg/m^3 ، چگالی ناحیه فلنجی (ρ_F) در زمان بستن ۲۰ عدد پیچ و مهره به 8407 و در زمان بستن ۱۰ عدد پیچ و مهره به 8021 تغییر می‌کند. در حالی که چگالی پوسته‌های استوانه‌ای اصلی (ρ_C) همان 7830 می‌ماند. همان گونه که پیشتر نیز گفته شد، برای انجام بهینه‌سازی فرکانس‌ها، مجموع اختلاف مودهای اول، سوم و

خطا) بسیار بزرگی (تا حدود ۴۸٪) برای اتصال ۱۰ پیچی و خطای (حدود ۴۰٪) برای اتصال ۲۰ پیچی نسبت به واقعیت (تست مودال) می‌شود. شبیه‌سازی اتصالات در نرم‌افزار اجزای محدود، برای اتصالات ۱۰ و ۲۰ پیچی، خطای به ترتیب ۲.۱۴٪ و ۳.۰۵٪ با تست دارند. درحالی‌که، به‌روزرسانی از طریق مدل فنرهای مصنوعی این خطا را به ترتیب به ۱.۶٪ و ۱.۹٪ برای اتصال ۱۰ و ۲۰ پیچی دارد. بنابراین، به‌روزرسانی براساس فنرهای مصنوعی بین سطوح فلنج، کارایی بسیار مناسبی برای مدل‌سازی اتصالات پیچی دارد و قادر است مقادیر خطای فرکانس‌ها را به‌صورت چشمگیری کاهش دهد.



شکل ۹. انجام بهینه‌سازی توسط الگوریتم ژنتیک براساس کمینه‌سازی تابع هدف.

جدول ۳. مقایسه نتایج مدل حاضر با تست تجربی و شبیه‌سازی المان محدود برای استوانه‌های فلنج دار متصل با ۱۰ پیچ.

Bolt Number	Mode shape	Exp. (Hz)	Integrated Flanges	Joint Simulation FEM	Artificial Spring Model
10 Bolts	1,2	260.5	271.97	256.51	256.45
	2,2	643.5	687.75	638.59	642.13
	1,3	673	748.62	670.07	669.80
	2,3	804	1167.58	794.55	804.82
	1,4	1232.5	1249.06	1232.91	1230.51
$\left(\begin{array}{l} \rho_F = 8021 \\ K_x = 9.362e^{10} \\ K_\theta = 9.527e^{11} \\ K_z = 6.003e^{10} \end{array} \right)$		1270.5	1414.50	1274.78	1270.46

$\sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(\frac{f_i - f_i^{Exp}}{f_i^{Exp}} \right)^2} \times 100\%$	48.4%	2.14%	1.64%
---	-------	-------	-------

جدول ۴. مقایسه نتایج مدل حاضر با تست تجربی و شبیه سازی المان محدود برای استوانه های فلنج دار متصل با ۲۰ پیچ.

Bolt Number	Mode shape	Exp. (Hz)	Integrated Flanges	Joint Simulation FEM	Artificial Spring Model
20 Bolts $\left(\begin{array}{l} \rho_F = 8407 \\ K_x = 1.789e^{11} \\ K_\theta = 7.884e^{11} \\ K_z = 1.206e^{11} \end{array} \right)$	1,2	261.5	271.97	257.38	254.56
	1,3	677.5	687.75	671.66	669.05
	2,2	698	748.62	694.57	693.93
	2,3	844.5	1167.58	844.99	845.72
	1,4	1237	1249.06	1234.73	1229.78
	2,4	1284.5	1414.50	1290.03	1280.80
$\sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(\frac{f_i - f_i^{Exp}}{f_i^{Exp}} \right)^2} \times 100\%$					
			40.4%	3.05%	1.92%

۴. نتیجه گیری

در پژوهش حاضر به کمک تئوری الاستیسیته سه بعدی و روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته ابتدا پوسته استوانه ای پله دار نامتقارن به منظور فراهم سازی مدل پوسته استوانه ای متصل به صفحه فلنج حلقوی مورد بررسی و مدلسازی قرار گرفت. سپس از این ساختار بهره گرفته شد تا پوسته استوانه ای - استوانه ای فلنج دار متصل شده از طریق اتصالات پیچی شبیه سازی شود. در مدل ارائه شده توسط اتصالات پیچی، از فنرهای خطی مصنوعی بین سطوح فلنج

استفاده شده است. مقادیر این فنرها، با به روزرسانی فرکانس ها از طریق روش بهینه سازی الگوریتم ژنتیک و داشتن نتایج تست مودال تجربی تعیین شدند. نتایج پژوهش برای اتصال ۱۰ پیچی و ۲۰ پیچی نشان داد که مدل مذکور با کارایی بسیار مناسب مقدار خطای بسیار کوچکی نسبت به تست مودال دارد.

۵. منابع

[۱] رضا احمدی، میثم پرهیخته، امید محمدپور و مهدی کریمی، "تحلیل ارتعاشات آزاد یک پوسته استوانه ای با روش های تجربی و عددی تحت تاثیر افزایش دما"، مجله علمی صوت و ارتعاش، ۱۳ (۱۴۰۳): ۱۰۸-۱۲۲.

- [۲] محمد رضا نجفی، سعید محبوب مقدس، سید محمد مرتضوی و محمود سالاری، "بررسی اثر تغییر نیم موج‌های محیطی بر فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای در ارتعاشات زیر آب به‌صورت تجربی و عددی"، *مجله علمی صوت و ارتعاش*، ۹، ۱۸ (۱۳۹۹): ۳-۱۸.
- [۳] رضا آذرافزا، مطهره عزیزی، حسین لکزیان و پویا پیرعلی، "تحلیل ارتعاش آزاد پوسته استوانه‌ای ترک‌دار به روش عددی و آزمایشگاهی"، *مجله علمی صوت و ارتعاش*، ۱۱ (۱۴۰۱): ۱۷-۳۰.
- [۴] علی رهی، سید احمد مرتضوی و عباس رهی، "شناسایی تجربی فرکانس‌های طبیعی پره توربین گاز با سنجش غیرتماسی مبتنی بر میکروفون"، *مجله علمی صوت و ارتعاش*، ۱۴ (۱۴۰۴): ۲۸-۲۲۸.
- [5] Jamia, Nidhal, H. Jalali, Javad Taghipour, M. I. Friswell, and H. Haddad Khodaparast. "An equivalent model of a nonlinear bolted flange joint." *Mechanical Systems and Signal Processing* 153 (2021): 107507.
- [6] Xing, Wu Ce, and Yan Qing Wang. "Nonlinear vibrations of bolted flange joint plate system considering the stick-slip-separation state: theory and experiment." *Nonlinear Dynamics* 112, no. 11 (2024): 9017-9041.
- [7] Semke, William H., George D. Bibel, Sukhvarsh Jerath, Sanjay B. Gurav, and Adam L. Webster. "Efficient dynamic structural response modelling of bolted flange piping systems." *International journal of pressure vessels and piping* 83, no. 10 (2006): 767-776.
- [8] Sun, Xuedong, Wei Sun, Xiaofeng Liu, Dongxu Du, Kunpeng Xu, and Shang Lv. "Semi-analytical modeling and vibration characteristics analysis of the orthogonally stiffened cylindrical shell with variable cross-sections of stiffeners." *Thin-Walled Structures* 205 (2024): 112527.
- [9] Liu, Xin, Yue Zhang, and Jian Yang. "Non-uniform elastic constraint modeling and stiffness identification for the bolted thin-walled cylindrical shell." *Thin-Walled Structures* 203 (2024): 112233.
- [10] Liu, Honghao, Wei Sun, Xiaofeng Liu, Hongwei Ma, Dongxu Du, and Hui Li. "Modeling and free vibration analysis of bolted composite flanged cylindrical-cylindrical shells under partial bolt loosening conditions." *Thin-Walled Structures* 199 (2024): 111853.
- [11] Liu, Xiaofeng, Wei Sun, Honghao Liu, Hongwei Ma, Dongxu Du, and Hui Li. "An investigation of vibration responses for bolted composite flanged-cylindrical shells considering material and joint nonlinearity." *Thin-Walled Structures* 204 (2024): 112335.
- [12] Li, Gang, Zhaokun Nie, Yan Zeng, Jiacheng Pan, and Zhenqun Guan. "New simplified dynamic modeling method of bolted flange joints of launch vehicle." *Journal of Vibration and Acoustics* 142, no. 2 (2020): 021011.
- [13] Pan, J. C., Z. Q. Guan, Yan Zeng, and W. C. Sun. "Modal interactions of a dual-joint cylindrical shell system via nonlinear normal modes." *International Journal of Mechanical Sciences* 234 (2022): 107659.
- [14] Xu, Zhuo, Xiang-chuan Yu, Hui Li, Pei-yao Xu, Da-wei Gu, Qing-kai Han, and Bang-chun Wen. "Nonlinear vibration characteristics of fiber-reinforced composite thin-walled conical-cylindrical coupled shells under partial bolt looseness." *Thin-Walled Structures* 209 (2025): 112874.
- [15] Liu, Xiaofeng, Wei Sun, Honghao Liu, Hongwei Ma, Dongxu Du, and Hui Li. "Modeling and vibration analysis of bolted composite conical-conical shells with flanges." *Thin-Walled Structures* 200 (2024): 111955.
- [۱۶] رضا آذرافزا، مهدی همت بلند و علی داور، "تاثیر شرایط مرزی غیرایده آل بر ارتعاشات آزاد تیر با تکیه گاه ساده"، *مجله علمی صوت و ارتعاش*، ۱۰ (۱۴۰۰): ۷۱-۸۳.

[۱۷] امیر گلستانه و حمید احمدیان، "استخراج مشخصه‌های لحظه‌ای و بکارگیری آنها در شناسایی پارامترهای سازه‌های متغیر با زمان با استفاده از روش‌های آنالیز ویولت و تجزیه مود تحلیلی-هیلبرت"، *مجله علمی صوت و ارتعاش*، ۱۸ (۱۳۹۹): ۳۶-۵۳.

- [18] Ahmadian, Hamid, John E. Mottershead, Simon James, Michael I. Friswell, and Carole A. Reece. "Modelling and updating of large surface-to-surface joints in the AWE-MACE structure." *Mechanical Systems and Signal Processing* 20, no. 4 (2006): 868-880.
- [19] Luan, Yu, Zhen-Qun Guan, Geng-Dong Cheng, and Song Liu. "A simplified nonlinear dynamic model for the analysis of pipe structures with bolted flange joints." *Journal of Sound and Vibration* 331, no. 2 (2012): 325-344.
- [20] Yao, Xingyu, Jianjun Wang, and Xue Zhai. "Research and application of improved thin-layer element method of aero-engine bolted joints." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 231, no. 5 (2017): 823-839.
- [21] Tang, Qiansheng, Chaofeng Li, Houxin She, and Bangchun Wen. "Vibration analysis of bolted joined cylindrical-cylindrical shell structure under general connection condition." *Applied Acoustics* 140 (2018): 236-247.
- [22] Beaudoin, Marc-Antoine, and Kamran Behdinan. "Analytical lump model for the nonlinear dynamic response of bolted flanges in aero-engine casings." *Mechanical Systems and Signal Processing* 115 (2019): 14-28.
- [23] Chai, Qingdong, and Yan Qing Wang. "Nonlinear dynamics of bolted joined conical-cylindrical shells considering displacement-dependent characteristics." *International Journal of Mechanical Sciences* 261 (2024): 108673.
- [24] Chai, Qingdong, and Yan Qing Wang. "Nonlinear vibrations of conical-cylindrical shells under bolted boundary with stick-slip-separation behavior." *Mechanical Systems and Signal Processing* 217 (2024): 111511.
- [25] Chai, Qingdong, and Yan Qing Wang. "Nonlinear vibration of spinning joined conical-cylindrical shells with bolt boundary constraints in thermal environment." *Nonlinear Dynamics* 112, no. 15 (2024): 12875.
- [26] Xing, Wu Ce, and Yan Qing Wang. "A unified nonlinear dynamic model for bolted flange joint disk-drum structures under different interface states: theory and experiment." *Applied Mathematical Modelling* 137 (2025): 115695.
- [27] Liu, Honghao, Wei Sun, Xiaofeng Liu, Hongwei Ma, Dongxu Du, and Hui Li. "Vibration of bolted composite cylindrical-cylindrical flanged shells considering contact characteristics." *International Journal of Mechanical Sciences* 280 (2024): 109545.
- [28] Asadi, Esmail, Ali Heidari-Soureshjani, Mostafa Talebitooti, and Roohollah Talebitooti. "Comparative analysis of ring-stiffened and ring-supported cylindrical shells: Experimental and computational approaches for capturing local resonances." *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 53, no. 5 (2025): 3904-3933.
- [29] Heidari-Soureshjani, Ali, Esmail Asadi, Roohollah Talebitooti, and Mostafa Talebitooti. "Non-alignment effects on the frequency behaviors of sandwich stepped cylindrical shells with auxetic 3D-ARCS core." *Thin-Walled Structures* 212 (2025): 113162.

- [30] Heidari-Soureshjani, Ali, Mohammad Rajabi, Roohollah Talebitooti, and Mostafa Talebitooti. "Hygrothermal vibro-buckling of FG ceramic-steel porous consolidated conical-conical shells." *Thin-Walled Structures* 201 (2024): 112002.

پی نوشت

1. ANSYS Software
2. Rayleigh–Ritz Method
3. External Step
4. Internal Step
5. Dual Step
6. Integrated Flanges
7. Chebyshev-Gauss-Lobatto
8. Laser Doppler Vibrometry
9. CPU Core i7-8700k 3.70GHz, 64GB RAM, SSD Hard & 64-bit Operating
10. Artificial Spring Model (ASM)
11. Number of Function Evaluation (NFE)