نشريهٔ علمی صوت و ارتعاش / سال دوازدهم / شمارهٔ بیست و چِهار / ۲۰۰۴ / صفحات ۲۰۱–۹۹

برداشت انرژی از تیر پیزوالاستیک با جرم متمرکز تحت اثر ارتعاشات القایی گردابهای حول یک استوانه

علی اصغر جعفری* استاد دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ajafari@kntu.ac.ir محمد سعید جعفری دانشجوی دکترا دانشگده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی msjafari110@yahoo.com

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۲/۰۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۱۲

چکیدہ

واژگان کلیدی: برداشت انرژی، ارتعاشات القایی گردابهای، پیزوالکتریک، توان الکتریکی، جرم متمرکز

۱. مقدمه

در حال حاضر سوختهای فسیلی مانند زغال سنگ، نفت، گاز طبیعی و غیره که از منابع تجدیدناپذیر هستند، از عمدهترین منابع تأمین انرژی در مناطق مختلف جهان

محسوب می شوند. بحران اتمام سوختهای فسیلی از گذشته ای بسیار دور مورد توجه بشریت قرار گرفته بود و همچنین پیامدهای ناشی از استفاده از این نوع سوختها اعم از ایجاد آلودگی و خطرات زیست محیطی، باعث شده است نشريهٔ علمی صوت وارتعاش / سال دوازدهم / شمارهٔ بیست و چهار /۴۰۶۱ / محمدسعید جعفری

كردند. آنها به بررسى تأثيرات فاصله دو آهنربا بر روى فرکانس طبیعی و نسبت میرایی دستگاه برداشت انرژی پرداختند [۵]. پان و همکاران در سال ۲۰۱۷ برای تبدیل انرژی جنبشی آب جاری به الکتریسیته، یک سیستم برداشت انرژی مبتنی بر ارتعاش ناشی از گردابه طراحی کردند و نشان دادند که نیروهای اعمال شده بر روی تیر و همچنین ولتاژ خروجی با سرعت جریان و قطر سیلندر رابطه مستقیم دارند [۶]. ژو و وانگ در سال ۲۰۱۸ یک سیستم برداشت انرژی ارتعاشی ناشی از گردابه سریالی دوگانه برای افزایش برداشت انرژی ارائه کردند. این شامل دو دستگاه برداشت کننده انرژی ارتعاشی ناشی از گردابه پیزوالکتریک یکسرگیردار یکسان است که بهطور متوالی در یک صفحه از تونل باد نصب می شوند. نتایج تجربی تجزیه و تحلیل عددی را تأیید می کند و راندمان بالاتر برداشت انرژی سیستم ارائه شده را نسبت به برداشت کننده تکی آن نشان میدهد [۷]. ژو و همکاران در سال ۲۰۱۹ ویژگیهای منحصربهفرد دینامیکی برداشت کننده های انرژی سه پایا با ارتعاش از نظر تئوری و تجربی را تأیید کردند. چنین برداشت کنندههای انرژی سه پایای ارتعاشی دارای عملکرد عالی برداشت انرژی هستند. نتایج تجربی تأیید می کند که برداشت کننده انرژی سه پایا ارتعاشی ناشی از گردابه عملکرد بهتری از برداشتکننده انرژی ارتعاش ناشی از گردابه سنتی دارد [۸]. وانگ و همکاران در سال ۲۰۱۹ یک تیر دوگانه (دو لایه پیزوالکتریک و دو لایه تیر) برای برداشت انرژی از ارتعاشات ناشی از گردابه طراحی کردند. مجموعهای از آزمایشهای تونل باد برای بررسی عملکرد برداشتکننده انرژی پیشنهادی تحت بار باد با سرعتها و جهتهای مختلف انجام می شود. تیرهای پیزوالکتریک بالا و پایین به ترتیب می توانند حداکثر توان خروجی ۶.۷۷ میکرووات و ۵۶.۶۴ میکرووات تولید کنند [۹]. سان و سوک در سال ۲۰۲۰ یک سیستم جدید برداشت انرژی پیزوالکتریک مبتنی بر ارتعاش ناشی از گردابه را با یک بدنه بلوف لغزنده در یک استوانه

که بسیاری از محققان در جهان امروز در پی یافتن راههایی نوین برای تأمین انرژی مورد نیاز زندگی بشر در جنبههای بسیار مختلفی باشند. هرچند قدمت استفاده از انرژیهای تجدیدپذیر مانند انرژی باد و آب به ۳۰۰۰ سال پیش از میلاد برمی گردد، کماکان استفاده بهینه از انرژیهای تجدیدپذیر از اهداف اصلی محققان در زمینه تأمین انرژی است. مطالعات و تحقیقات بسیاری در زمینه ارتعاشات القایی گردابهای در سالهای گذشته انجام شده است که در اینجا به طور خلاصه به برخی از این فعالیتها پرداخته می شود. فاکینتی و همکاران در سال ۲۰۰۴ به کمک معادله کلاسیک وندرپل، ماهیت نوسانی را توصیف نمودند. آنها معادله حرکت سیستم ماهیت نوسانی را در نظر گرفته و مدل دینامیکی کوپل شده

را به صورت تحلیلی بررسی و مورد بحث قرار دادند [۱]. در سال ۲۰۱۲ باررو و همکاران به صورت تئوری یک مدل از برداشتکننده انرژی گردابهای را بررسی کردند .آنها تأثیر نسبت جرم، میرایی مکانیکی و عدد رینولدز (Re) را بر بازده سیستم مورد مطالعه قرار دادند و دریافتند که مقادیر بازدهای بالا را مي توان با افزايش مقدار بهدست آورد [۲]. سونگ و همکاران در سال ۲۰۱۵ یک برداشتکننده انرژی پیزوالکتریک ناشی از گردابه (³VIPEH) ارائه کردند و توانایی برداشت انرژی VIPEH را به صورت تئوری و تجربی نشان دادند. نتایج نشان داد که توانایی برداشت انرژی VIPEH با کاهش جرم M و افزایش قطر D سیلندر افزایش می یابد [۳]. در سال ۲۰۱۷ ژانگ و همکاران برداشت انرژی ارتعاشی ناشی از گردابه از دو جسم بلوف[†] بهصورت پشت سرهم با استفاده از شبیهسازیهای عددی دو بعدی در محدوده فاصله ۲ –۵۰ برابر قطر را بررسی کردند. پنج گروه از بدنه بلوفى با مقطع مختلف (منشور مثلثى، منشور مربعى، منشور ۵ ضلعی، استوانه دایرهای و منشور دایرهای – مثلثی) تجزیه و تحلیل شده است [۴]. در سال ۲۰۱۷ ناصر و همکاران برداشت انرژی از ارتعاشات ناشی از گردابه را با معرفی نیروهای مغناطیسی برای اولین بار پیشنهاد و بررسی

دایرهای برای بهبود عملکرد انرژی خروجی پیشنهاد دادند [۱۰]. جدیدی و زین الدینی در سال ۲۰۲۰ تأثیر رسوب سخت دریایی در برداشت انرژی از ارتعاشات ناشی از گردابه یک استوانه را بررسی کردند. رسوب دریایی باعث تغییر رژیم جریان در اطراف سازههای زیر دریا می شود. با مطالعه تجربی اثرات رسوب دریایی بر عملکرد برداشت قدرت مکانیکی از ارتعاش ناشی از گردابه استوانههای دایرهای را بررسی کردند. نتایج آزمون نشان میدهد که در کل رسوب دریایی نوسانات VIV⁵ را سرکوب می کند. همچنین مشخص شده است که درصد پوشش رسوب و بینظمی رسوب اثر منفی بر نسبت انتقال انرژی هیدرولیکی می گذارد [۱۱]. دو و همکاران در سال ۲۰۲۰ یک سیستم مبدل پیزوالکتریک جدید برای برداشت انرژی جنبشی از امواج اقیانوس پیشنهاد کردند. این سیستم شامل یک محفظه هوای ستون آب نوسانی (⁶OWC)، دو بدنه بلوف و یک قطعه پیزوالکتریک است. درنهایت یک خروجی الکتریکی پیوسته با حداکثر ولتاژ ۶.۱۱ ولت توليد مي شود که کاربردهاي بالقوهاي براي حسگرهای بی سیم روی شناور دریایی دارد [۱۲]. وانگ و همکاران در سال ۲۰۲۱ یک برداشتکننده انرژی بادی پیزوالکتریک مبتنیبر ارتعاش غیرتماسی ناشی از گردابه (⁷NC-PWEH) با استفاده از مبدل پیزوالکتریک مرکب طراحی کردند. برداشت انرژی باد از ارتعاشات ناشی از گردابه یک مبدل پیزوالکتریک مرکب تعبیه شده در یک پوسته استوانهای به صورت تئوری و تجربی مورد بررسی قرار گرفت [١٣].

در سال ۲۰۲۱ وانگ و همکاران یک تیر پیزوالکتریک یکسرگیردار متصل به یک استوانه دایرهای را بهصورت تجربی تجزیه و تحلیل کردند. آنها یک ورق مستطیل شکل را در پاییندست جریان قرار دادند و تأثیر ورق را بر ولتاژ خروجی سیستم بررسی کردند [۱۴].

در سال ۲۰۲۱ لای و همکاران یک برداشت کننده انرژی گردابهای پیزو-دیالکتریک جدید پیشنهاد کردند .آنها نشان دادند که توان استحصال شده از این سیستم جدید، بیشتر از برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک است [۱۵].

در سال ۲۰۲۲ کریمزاده و همکاران به برداشت انرژی از یک سیستم پیزوالاستیک پرداختند که در انتهای آن یک استوانه افقی قرار دارد. جریان باد باعث ایجاد نیروی VIV حول استوانه و در نهایت باعث ارتعاش تیر میشود. در بخش نتایج نیز به بررسی عوامل مختلف مانند تغییر مقاومت، تغییر طول تیر، تغییر سرعت باد و ... پرداخته و تاثیر آن را روی توان خروجی مورد بررسی قرار دادند. همچنین برای صحه گذاری نیروی گردابهای از نرمافزار انسیس استفاده شده است [۱۶]. در سال ۲۰۲۲ ژائو و همکاران یک راه حل برای برداشت انرژی از ارتعاشات گردابهای خمشی-پیچشی به صورت کوپل ارائه دادند [۱۷].

در سال ۲۰۲۳ منصوری و الهامی با ارائه دو مدل توربین بدون پره، به حل تحلیلی و عددی ارتعاش ناشی از گردابه حول دو توربین پرداختند و در نهایت یک مدل بهینه برای انجام کار تجربی در آینده ارائه شد [۱۸].

۲. تعريف مساله

در این پژوهش مطابق شکل ۱ به برداشت انرژی از یک تیر پیزوالاستیک دارای جرم متمرکز که در داخل یک استوانه افقی صلب که در اثر برخورد سیال به نوسان درمیآید، پرداخته میشود. سمت گیردار تیر به بالای استوانه متصل است و جریان گردابهای حول استوانه باعث ارتعاش استوانه است و سپس تیر میشود. لازم به ذکر است که استوانه افقی بهوسیله ۴ فنر مقید شده و صرفا دارای حرکت قائم و در راستای عمود بر جریان بوده و هیچ دورانی ندارد.



شکل ۱. مدل اصلی سیستم برداشت انرژی مورد مطالعه در این مقاله

مطابق شکل ۱، M جرم استوانه و k سختی فنرهای متصل به آن و M_t جرم متمرکز متصل به انتهای تیر پیزوالکتریک است.

هدف این مقاله ارائه یک مدل ساده شده از سیستم اصلی است. با سادهسازی مدل اصلی به یک سیستم دو درجه آزادی معادل به حل آن پرداخته می شود که در شکل ۲ مشاهده می شود.



با توجه به روابط موجود در کتب ارتعاشات مکانیکی مقدار سختی و جرم معادل یک تیر یکسرگیردار که در انتهای آن بار متمرکز وارد می شود، به صورت زیر تعریف می شود [۱۹]: $k_e = \frac{3EI}{L^3}$, $m_e = \frac{33}{140}mL + M_t$ (۱) که در رابطه فوق k_e و m_e به ترتیب سختی و جرم معادل در انتهای تیر یکسرگیردار، L طول تیر، EI سختی خمشی تیر، m جرم بر واحد طول تیر و M_t جرم متمرکز انتهای تیر است.

حال برای تیر پیزوالاستیک مقادیر k_e و m_e به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$k_e = \frac{3E_t}{L^3}$$
 , m_e
 $= \frac{33}{140}m_{\rm sp}L + M_t$ (7)

که در رابطه فوق E_t سختی خمشی مقطع معادل کامپوزیت (تیر پیزوالاستیک) است که به صورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

$$E_{t} = b \left[\frac{E_{s}(h_{b}^{2} - h_{a}^{2}) + E_{p}(h_{c}^{2} - h_{b}^{2})}{3} \right]$$
(°)

که در رابطه فوق b عرض تیر، E_s و E_p بهترتیب مدول h_c و h_b ، h_a و h_b ، h_a و h_c بهترتیب فاصله پایین تیر از لایه خنثی، فاصله پایین و بالای لایه پیزوالکتریک از تار خنثی است که بهصورت زیر تعریف می شوند:

$$h_{a} = -\frac{h_{p}^{2} + 2h_{p}h_{s} + nh_{s}^{2}}{2(h_{p} + nh_{s})}$$

$$h_{c} = \frac{h_{p}^{2} + 2nh_{p}h_{s} + nh_{s}^{2}}{2(h_{p} + nh_{s})}$$

$$h_{b} = h_{c} - h_{p}$$
(*)

$$n$$
 که h_p و h_p به ترتیب ضخامت تیر و لایه پیزوالکتریک و
برابر است با نسبت مدول الاستیسیته تیر به مدول
الاستیسیته لایه پیزوالکتریک $(n=E_s/E_p).$

همچنین طبق رابطه ۲، m_{sp} جرم بر واحد طول تیر پیزوالاستیک است که بهصورت زیر تعریف می شود:

$$m_{\rm sp}L = \rho_s V_s + \rho_p V_p \tag{(a)}$$

$$V_{
m s}$$
 که در آن $ho_{
m s}$ و $ho_{
m p}$ بهترتیب چگالی تیر و پیزوالکتریک و $V_{
m s}$
و $V_{
m p}$ نیز حجم تیر و پیزوالکتریک است.
معادلات حرکت سیستم دو درجه آزادی بهصورت زیر تعریف
میشود:

$$M\ddot{y} + 4ky + k_e(y - x) = 0$$

$$m_e \ddot{x} + k_e(x - y) = 0$$
(5)

که در رابطه فوق Y و x بهترتیب جابهجایی استوانه و جابهجایی انتهای آزاد تیر در راستای عمود بر جریان سیال میباشد (مطابق شکل ۲). تیر پیزوالاستیک سیستم مورد نظر اصطلاحاً با ارتعاش پایه در حال نوسان است (یعنی نیروی آیرودینامیک باعث حرکت استوانه و سپس از طریق ارتعاش پایه باعث حرکت سیستم برداشت انرژی می شود). طبق گفته آقایان ارترک و اینمن^

[۱۵]، مقدار k_e و m_e مفروض در رابطه ۱ برای تکیهگاه کاملا گیردار سازگار است ولی برای حالت ارتعاش پایه که تیر پیزوالاستیک در قسمت اتصال به استوانه دارای درجه آزادی در راستای قائم است، مقدار دقیقی نیست. لذا ضریبی تحت عنوان ضریب تصحیح^۹ به معادلات حرکت اضافه نموده تا نتایج حاصل با نتایج حل دقیق برهم منطبق شود. در نهایت معادلات حرکت سیستم دو درجه آزادی به صورت زیر باز تعریف می شود:

$$M\ddot{y} + 4ky - k_e z = 0$$
 (۲)
 $m_e \ddot{z} + k_e z = -\mu m_e \ddot{y}$
که در رابطه فوق $z = x - y$ بوده (جابهجایی تیر نسبت به
استوانه) و همچنین μ همان ضریب تصحیح است.

۳. سیستم برداشت انرژی در این مرحله به برداشت انرژی از تیر پیزوالاستیک تحت اثر ارتعاشات القایی گردابهای حول استوانه افقی پرداخته می شود.

معادله دیفرانسیل ارتعاشی استوانه افقی مطابق رابطه ۸ درنظر گرفته میشود:

$$M\ddot{y} + 4ky - k_e z = F_{\rm viv} \tag{A}$$

که F_{viv} نیروی آیرودینامیک ناشی از ارتعاشات القایی گردابهای است که از رابطه ۹ بهدست میآید [۵]:

$$F_{\rm viv} = \frac{\rho UDL}{2} \left(\frac{UC_{L0}}{2} q - C_d \dot{y} \right) \tag{9}$$

D در آن ρ و U بهترتیب چگالی و سرعت سیال (هوا)، Dو L بهترتیب قطر و طول استوانه، C_{L0} ضریب لیفت ثابت '' (پایدار)، C_a ضریب درگ'' و p تابع ضریب کاهش یافته لیفت '' است. نتایج مطالعات انجام شده نشان میدهد هنگامی که عدد رینولدز در ناحیه زیربحرانی باشد > 40) هنگامی که عدد رینولدز در ناحیه زیربحرانی باشد > 40) (5 در پشت سازه ایجاد میشود. رفتار این ناحیه را میتوان به صورت معادله غیرخطی وندرپل تعریف کرد: شرية

$$\theta = \chi/\phi(L) \tag{14}$$

در رابطه فوق $\phi(L)$ شکل مود تیر پیزوالاستیک یکسرگیردار به ازاء z = L است که در ادامه تعریف خواهد شد. همچنین پارامتر χ نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$\chi = \vartheta \frac{d\phi(z)}{dx} \Big|_{z=L} \tag{10}$$

عبارت $\frac{d\phi(z)}{dx}\Big|_{z=L}$ مشتق شکل مود نسبت به x به ازاء z=L عبارت v است. پارامتر v اصطلاحاً ضریب کوپلینگ نامیده می شود و برابر است با:

$$\vartheta = -\frac{E_p d_{31} b}{2h_p} (h_c^2 - h_b^2) \tag{19}$$

 E_p مدول الاستیسیته ماده پیزوالکتریک و d_{31} ضریب پیزوالکتریک، h_c و h_c بهترتیب فاصله بالا و پایین لایه پیزوالکتریک از تار خنثی است که قبلا تعریف شده است. پیزوالکتریک از تار خنثی است که قبلا تعریف شده است. پیزوالکتریک مود مورد استفاده در حل مسئله، شکل مود $\phi_r(z)$ تیر یکسرگیردار با درنظر گرفتن جرم متمرکز در انتهای تیر است:

$$\phi(z) = C \left\{ \cos\left(\frac{\lambda}{L}z\right) - \cosh\left(\frac{\lambda}{L}z\right) + \sigma_r \left[\sin\left(\frac{\lambda}{L}z\right) - \sinh\left(\frac{\lambda}{L}z\right) - \sinh\left(\frac{\lambda}{L}z\right)\right] \right\}$$
(1V)

 σ_r

$$=\frac{\sin\lambda-\sinh\lambda+\lambda\frac{M_t}{ml}(\cos\lambda-\cosh\lambda)}{\cos\lambda+\cosh\lambda-\lambda\frac{M_t}{ml}(\sin\lambda-\sinh\lambda)}$$
(1A)

همچنین *لا* مقادیر ویژه سیستم مورد نظر است که از حل معادله زیر بهدست می آید:

$$1 + \cos\lambda \cosh\lambda + \lambda \frac{M_t}{ml} (\cos\lambda \sinh\lambda)$$
$$- \sin\lambda \cosh\lambda) = 0$$
(19)

در نهایت چهار معادله اصلی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\ddot{q} + \beta \omega_s (q^2 - 1) \dot{q} + \omega_s^2 q = \frac{A}{D} \ddot{y} \qquad (1 \cdot)$$

در رابطه فوق q ضریب کاهشیافته لیفت، β ضریب میرایی جریان سیال، A ثابت آزمایشگاهی، ω_s فرکانس گردابهای است که با رابطه زیر به سرعت سیال، قطر استوانه و عدد بی بعد استروهال ^{۱۴} (S_t) وابسته است:

$$\omega_s = 2\pi S_t \frac{U}{D} \tag{11}$$

همچنین معادله حاکم بر تیر و معادله برداشت انرژی بهصورت زیر است:

$$m_e \ddot{z} + k_e z - \theta V = -\mu m_e \ddot{y}$$

$$C_p \dot{V} + \frac{V}{R} + \theta \dot{z} = 0$$
(17)

همان طور که مشاهده می شود در رابطه فوق، V ولتاژ خروجی تیر پیزوالاستیک، θ ضریب کوپلینگ الکترومکانیکی پیزوالکتریک، c_p ظرفیت پیزوالکتریک، و R مقاومت الکتریکی است. با توجه به اینکه برداشت انرژی در قسمت پایینی سیستم دو درجه آزادی انجام می شود (تیر پیزوالاستیک) عبارت $V\theta$ در معادله مربوط به تیر است. همچنین در معادله برداشت انرژی عبارت $\pm \delta$ نشان دهنده این است که ارتعاش تیر پیزوالاستیک از نوع ارتعاش پایه است و برای برداشت انرژی بایستی از جابه جایی یا سرعت نسبی استفاده کرد (جابه جایی یا سرعت تیر پیزوالاستیک نسبت به استوانه).

رابطه C_p در معادله برداشت انرژی از عبارت زیر استفاده می شود:

$$C_p = \frac{\epsilon_{33}^s b L_p}{h_p} \tag{17}$$

که در رابطه فوق E_{33}^{s} ، L_{p} ، b، e_{33}^{s} و h_{p} به ترتیب ضریب ثابت گذردهی (ضریب دی الکتریک) پیزوالکتریک، عرض، طول و ضخامت پیزوالکتریک هستند. همچنین ضریب کوپلینگ الکترومکانیکی پیزوالکتریک (θ) برای یک سیستم گسسته به صورت زیر تعریف می شود [۲۱]:

$$\begin{split} M\ddot{y} + 4ky - k_e z \\ &= \frac{\rho UDL}{2} \left(\frac{UC_{L0}}{2} q \right. \\ &- C_d \dot{y} \right) \\ m_e \ddot{z} + k_e z - \theta V = -\mu m_e \ddot{y} \\ \ddot{q} + \beta \omega_s (q^2 - 1) \dot{q} + \omega_s^2 q = \frac{A}{D} \ddot{y} \\ C_p \dot{V} + \frac{V}{R} + \theta \dot{z} = 0 \end{split}$$
 (7.)

مجهولات مسئله شامل Y (جابهجایی استوانه)، Z (جابهجایی نسبی انتهای تیر)، V (اختلاف ولتاژ دو سر پیزوالکتریک) و q (پارامتر معادله وندرپل) که بایستی معادلات کوپل فوق حل شود. با توجه به اینکه معادلات کوپل برداشت انرژی به صورت غیرخطی است، بایستی از روش حل عددی استفاده نموده و مجهولات مسئله را به دست آورد (فرم فضای حالت معادلات شماره ۲۰ در پیوست آورده شده است).

نتایج نشان می دهد که با تغییر مقاومت مدار الکتریکی، ابتدا ولتاژ بیشینه خروجی زیاد می شود و از یک مقاومت الکتریکی به بعد تقریبا مقدار ولتاژ بیشینه ثابت می ماند. لذا پارامتر مهم در سیستم برداشت انرژی، محاسبه توان الکتریکی است. با استفاده از رابطه زیر، میزان توان تولیدی محاسبه می شود:

$$P = \frac{V^2}{R} \tag{(1)}$$

برای پیدا کردن توان بیشینه، مقاومت الکتریکی (R) را تغییر داده تا مقاومت بهینه بهدست آید.

٤. جاذب دینامیکی و برداشت انرژی همزمان

در این مرحله به بررسی جاذب دینامیکی و برداشت انرژی همزمان پرداخته میشود. منظور از جاذب دینامیکی در این سیستم نیروی آیرودینامیکی که بهعنوان نیروی ورودی به استوانه، به نحوی اعمال شود که تیر پیزوالاستیک نقش جاذب را برای استوانه ایفا کند و باعث شود جابهجایی استوانه به حداقل برسد. همزمان که تیر پیزوالاستیک نقش جاذب را برای استوانه بازی میکند، برداشت انرژی از تیر پیزوالاستیک نیز اتفاق میافتد.

برای حل مسئله جاذب بایستی فرکانس نوسان ورودی به استوانه (که در اینجا همان w_s فرکانس گردابهای است) بهنحوی انتخاب شود که جابهجایی استوانه به کمینه خود برسد. لازم به ذکر است که فرکانس گردابهای خود نیز ناشی از سرعت باد است و در واقع هدف انتخاب یک سرعت باد مناسب (U) برای جاذب دینامیکی سیستم میباشد. در بخش نتایج به حل عددی و انتخاب w_s و U مناسب برای سیستم پرداخته خواهد شد.

۵. نتایج عددی و بحث ٥-۱. صحه گذاری

مشخصات تیر و ماده پیزوالکتریک مورد استفاده در این تحقیق در جدول ۱ مشاهده می شود.

استوانه و سیال		پيزوالكتريك		تیر و جرم متمرکز	
۰/۲ (m)	L	•/\ (m)	L_p	۰/۱ (m)	L _s
۰/۰۴ (m)	D	۰/۰۲ (m)	b_p	۰/۰۲ (m)	b _s
۱۰ (g)	М	۰/۴ (mm)	h_p	۰/۵ (mm)	h_s
۱/۲۰۴ (kg/m ³)	ρ	۶۶ (GPa)	E_p	۲۰۹ (GPa)	Es
۰/٣	C_{L0}	۲۵۰۰ (kg/m ³)	$ ho_p$	۲۸۰۰ (kg/m ³)	$ ho_s$
٢	C _d	$\delta \times \mathbb{C}/Volt.m$	$\epsilon^{\rm s}_{33}$	۱ (g)	M_t
۰/٣	β	$-18/8 (C/m^2)$	e ₃₁		-
١٢	Α	۱۰۶ (Ω)	R		_
•/118	St		-		-

جدول ۱. مشخصات فیزیکی و هندسی سیستم برداشت انرژی

در بخش اول به صحه گذاری معادلات سیستم برداشت انرژی پرداخته می شود. در قسمت صحه گذاری به جای نیروی گردابه ای و معادله وندرپل، برای ارتعاش سیستم از نیروی هارمونیک ساده استفاده شده است.

لذا معادلات برداشت انرژی به صورت معادلات زیر نوشته می شود:

$$\begin{split} M\ddot{y} + 4ky - k_e z &= F_0 \sin \left(\omega_S t\right) \\ m_e \ddot{z} + k_e z - \theta V &= -\mu m_e \ddot{y} \\ C_p \dot{V} + \frac{V}{R} + \theta \dot{z} &= 0 \end{split} \tag{77}$$

که در رابطه فوق $W_S = 90 \text{ rad/s}$ و $F_0 = 1 \text{N}$ (سرعت زاویه ای معادل با سرعت باد $W_S = 90 \text{ rad/s}$) درنظر گرفته می شود. برای صحه گذاری نتایج حاصل از معادلات فوق، از نرم افزار المان محدود آباکوس استفاده می گردد. به این ترتیب که مدل سیستم پیوسته (مدل اصلی) به طور کامل در نرم افزار شبیه سازی می شود و در شکل ۳ قابل مشاهده است.



شکل ۳. مدل سیستم پیوسته (مدل اصلی) شبیهسازی شده در نرم افزار المان محدود آباکوس

در این مدل استوانه به صورت یک جسم صلب در سمت چپ شکل و تیر پیوسته دو لایه (لایه بالایی پیزوالکتریک و لایه پایینی تیر فلزی) در سمت راست آن با شرایط مرزی گیردار متحرک مدل شده و المان بندی گردیدهاند. از نکات مهم در مدل سازی سیستم برداشت انرژی در نرم افزار المان محدود، تعیین شرایط مرزی الکتریکی است. در این تحلیل سطح پایین لایه پیزوالکتریک، به صورت پتانسیل صفر و سطح بالای آن به صورت هم پتانسیل (دارای ولتاژ یکسان) تعریف

شده است. معادلات کوپل برداشت انرژی برای حالت مدار باز $(\infty \to \infty)$ مورد بررسی قرار گرفته و ولتاژ بیشینه $(V_{\rm max})$ و ولتاژ میانگین^{۱۵} ($V_{\rm rms}$) در حالت مدار باز با نتیجه حاصل از نرمافزار المان محدود مقایسه می شود. این مقایسه به ازاء جرم متمرکزهای مختلف (M_t) مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۲. مقايسه ولتاژ بيشينه (V_{max}) با نتايج المان محدود

برحسب ولت

خطا (٪)	المان محدود	تحقيق حاضر	M_t (g)
١/٢	18/44	18/84	•
۱/۵	51/08	۲١/٩	١
۲/۲	78/4	۲۷	٢
۱/۵	٣۴	۳۴/۵	٣
۲/۳	۴۰/۷۳	۴١/٧	۴
٢	۵١	۵۰	۵

جدول ٣. مقايسه ولتاژ ميانگين (V_{rms}) با نتايج المان محدود

خطا (٪)	المان محدود	تحقيق حاضر	M_t (g)
٣/٧	٨	٧/٧	٠
۲/۶	۱۰/۳۷	۱۰/۱	١
۲/۱	17/14	۱۲/۸۶	٢
١/١	18/88	18/18	٣
٣/۴	۲۰/۵	۱۹/۸	۴
١/٨	26/20	۲۳/۹	۵

برحسب ولت

با توجه به مقادیر ولتاژ خروجی مندرج در جدول ۲ و ۳، نتایج نشان میدهد که ولتاژ بیشینه و ولتاژ میانگین حاصل از حل عددی معادلات به نتایج المان محدود نزدیک است. درنهایت میتوان نتیجه گرفت که تقریب مدل اصلی سیستم برداشت انرژی (سیستم پیوسته) به سیستم دو درجه آزادی معادل آن مدل قابلقبولی است.

٥-۲. بررسی رفتار غیرخطی سیستم
با توجه به اینکه در بخش صحهگذاری اثبات شد که مدل دو
درجه آزادی یک مدل تقریبی قابلقبول است، از این مرحله

به بعد به برداشت انرژی ناشی از ارتعاشات القایی گردابهای پرداخته می شود.

با توجه به اینکه این سیستم ارتعاشی ناشی از جریان هوا ذاتاً یک سیستم غیرخطی است و پاسخ سیستم نیز به طبع آن باید یک رفتار غیرخطی از خود نشان دهد، ابتدا نمودار تغییرات پارامتر q (ضریب کاهشیافته لیفت) و همچنین دیاگرام فازی مربوطه رسم میشود تا اثر غیرخطی بودن سیستم برداشت انرژی در پاسخ مشخص گردد:



U = 5 m/s

همان طور که در شکل ۴ مشاهده می شود نمودار تغییرات پارامتر *q* بعد از مدتی وارد سیکل حدی^{۱۶} می شود و همچنین ملاحظه می شود که فرکانس سیکل حدی برابر با فرکانس گردابه ای است که نشانه صحت حل معادله وندرپل است. در شکل ۵ دیا گرام فازی مربوط به استوانه رسم شده است:



در شکل ۵ نیز مشاهده می شود که به دلیل نوع غیر خطی بودن معادلات، سیستم بعد از مدتی وارد سیکل حدی می شود.

حال برای آنکه بیشترین جابهجایی نسبی تیر و همچنین توان خروجی حاصل شود، سیستم در حالت قفل شدگی^{۱۷} مورد بررسی قرار می گیرد. در این حالت فرکانس گردابهای (ω_s) که رابطه مستقیم با سرعت هوا دارد به فرکانس طبیعی سیستم (ω_n) نزدیک می شود.

لذا در این بخش به بررسی بیشترین جابهجایی نسبی تیر در حالت سیکل حدی پرداخته میشود. سرعت جریان هوا را بین بازه ۵ تا ۱۳ متربرثانیه تغییر داده و به ازاء هر سرعت مقدار بیشینه جابهجایی خوانده میشود.



جريان هوا

مطابق شکل ۶ هرچه سرعت جریان هوا به سرعت بحرانی نزدیک می شود (سرعتی که فرکانس گردابه ای را به فرکانس طبیعی سیستم نزدیک می کند)، مقدار بیشینه جابه جایی افزایش پیدا می کند. در اصطلاح به ناحیه ای که بیشترین جابه جایی در آن اتفاق می افتد، ناحیه قفل شدگی اطلاق می شود. هنگامی که سرعت جریان هوا از این ناحیه عبور می کند، مقدار جابه جایی افت محسوسی می نماید.

حال به بررسی مقدار بیشینه توان الکتریکی پرداخته میشود. برای این کار مشابه روندی که برای بهدست آوردن بیشینه جابهجایی نسبی طی شد، عمل می گردد.



مطابق شکل ۷ مشاهده می شود که نمودار بسیار شبیه به شکل ۶ است. یعنی هنگامی که سرعت هوا به سرعت بحرانی نزدیک می شود، بیشینه توان به بالاترین مقدار خودش می رسد.

٥-٣. محاسبه مقاومت بهينه

در این بخش به بررسی مقاومت بهینه برای سیستم برداشت انرژی بهازاء W = 8 m/s پرداخته میشود. به این ترتیب که به ازاء مقاومتهای الکتریکی مختلف از ۱۰^۲ تا ۱۰^۸ اهم، مقدار توان بیشینه محاسبه می گردد و مقدار مقاومت بهینه بهدست می آید.



همانطور که در شکل ۸ ملاحظه می شود، میزان بیشنه توان الکتریکی در مقاومت الکتریکی بهینه ۱۰^۴ ×۵ اهم اتفاق میافتد. در بخش بعد اثر پارامترهای مختلف روی توان خروجی مورد بررسی قرار می گیرد.

۵-٤. اثر جرم متمرکز انتهای تیر در این قسمت اثر جرم متمرکز انتهای تیر بر روی توان خروجی مورد بررسی قرار می گیرید که در شکل ۹ مشاهده می شود.



همان طور که ملاحظه می شود هر چه مقدار M_t بیشتر شود، جابه جایی نسبی انتهای تیر بیشتر شده و ولتاژ و توان خروجی سیستم نیز بیشتر می شود. همچنین افزایش جرم باعث می شود که فرکانس طبیعی سیستم نیز کاهش یابد. لذا با سرعت باد کمتر (و در نتیجه فرکانس گردابه ای پایین تر) به حالت تشدید می رسد.

٥-٥. اثر سختی فنرهای متصل به استوانه

همان طور که در شکل ۱۰ ملاحظه می شود با افزایش سختی فنرهای متصل به استوانه علی رغم اینکه سختی سیستم و به تبع آن فرکانس طبیعی سیستم بیشتر می شود، مقدار جابه جایی نسبی و توان بیشینه سیستم نیز افزایش پیدا می کند.



دلیل این امر هم بهخاطر ذات غیرخطی بودن سیستم است. درحالی که در سیستمهای خطی با افزایش سختی فنر و فرکانس طبیعی سیستم، مقدار جابهجایی و توان سیستم کاهش مییابد.

۵-٦. اثر قطر استوانه

در این بخش تغییرات توان خروجی به ازاء قطرهای مختلف استوانه مورد بررسی قرار می گیرد. پارامتر قطر استوانه بسیار با اهمیت است. زیرا علاوهبر اینکه در مقدار نیروی آیرودینامیک (رابطه ۹) مؤثر است، در مقدار فرکانس گردابهای سیستم (رابطه ۱۱) نیز تأثیر دارد. لذا پیشبینی می شود که با افزایش قطر استوانه، ناحیه قفل شدگی در سرعت بالاتری تشکیل شود.



مطابق شکل ۱۱ همان طور که انتظار می فت با افزایش قطر استوانه، فرکانس تشدید و همچینن توان خروجی افزایش یافته است.

٥-٧. اثر طول استوانه

طول استوانه مطابق رابطه ۹ در میزان نیروی آیرودینامیک مؤثر است. در شکل ۱۲ میزان توان خروجی بهازاء مقادیر مختلف طول استوانه رسم شده است.



همان طور که شکل ۱۲ نشان میدهد با افزایش طول استوانه، ناحیه قفل شدگی و توان بیشینه کمی افزایش مییابد و تغییر قابل توجهی در آنها ایجاد نمی شود.

٥-٨. جاذب دینامیکی و برداشت انرژی همزمان همان طور که در بخش ۴ توضیح داده شده است، هدف در بخش جاذب دینامیکی انتخاب سرعت بادی است که در آن جابهجایی استوانه به حداقل رسیده و همزمان از تیر پیزوالاستیک برداشت انرژی شود. پیش بینی می شود که فرکانس گردابه ای که باعث شود تیر پیزوالاستیک نقش جاذب استوانه را ایفا کند، باید در محدوده فرکانس طبیعی تیر یکسرگیردار (جرم و فنر معادل) باشد.

$$\omega_s = 2\pi S_t \frac{U}{D} \to U = \frac{\omega_s D}{2\pi S_t} \tag{(Y7)}$$

مقدار w_s با برابر قرار دادن آن با فرکانس طبیعی سیستم جرم و فنر معادل محاسبه میشود:

$$\omega_s \approx \omega_n = \sqrt{\frac{k_e}{m_e}} \tag{(14)}$$

در نتیجه مقدار سرعت باد معادل برابر است با:

$$U = \frac{\omega_n D}{2\pi S_t} = 16.82 \text{ m/s} \tag{Ya}$$

حال نمودار جابهجایی استوانه بهازاء سرعتهای باد در محدوده سرعت باد تعیین شده رسم می شود:



معادل فركانس جاذب

همان طور که در شکل ۱۳ مشاهده می شود، کمترین میزان جابه جایی استوانه در محدوده همان سرعت بادی است که در رابطه ۲۵ محاسبه شد.

٥. نتيجه گيري

در این مقاله به برداشت انرژی از یک سیستم پیزوالاستیک با ارتعاشات ناشی از گردابه با استفاده از یک مدل دو درجه آزادی پرداخته شده است. با توجه به غیرخطی بودن نیروی ناشی از باد، نتایج نشان داد که در نمودارهای تغییرات جابهجایی و توان الکتریکی برحسب سرعت باد، پدیده پرش

رخ میدهد و سیستم وارد ناحیه قفل شدگی می شود. در ناحیه قفل شدگی بیشینه جابهجایی، توان خروجی و همچنین محدوده سرعت بحرانی هوا در آن ناحیه بهدست میآید. همچنین مشخص شد که میزان بیشینه توان الکتریکی در مقاومت الكتريكي بهينه ۵×۱۰^۴ اهم اتفاق مي افتد. با افزایش جرم متمرکز انتهای تیر ملاحظه شد که ولتاژ و توان خروجي سيستم نيز بيشتر مي شود. همچنين افزايش جرم باعث کاهش فرکانس طبیعی و در نهایت با سرعت باد کمتر سیستم به حالت تشدید می رسد. به خاطر ذات غیر خطی بودن سیستم با افزایش سختی فنر متصل به استوانه، توان خروجی افزایش می یابد. در حالی که در سیستمهای خطی با افزایش سختی فنر و فرکانس طبیعی سیستم، مقدار جابهجایی و توان سیستم کاهش می یابد. همچنین نشان داده شد که با افزایش قطر و طول استوانه، علاوهبر افزایش ناحیه قفل شدگی، میزان توان بیشینه نیز افزایش یافته است. درنهایت هم میزان سرعت باد بهينه براي آنكه تير پيزوالاستيک نقش جاذب را برای استوانه افقی ایفا کند و همزمان انرژی از آن استحصال شود، محاسبه گردید.

۷. پيوست

فرم فضای حالت معادلات شماره (۲۰) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} x_{1} &= y = x_{2} \\ \dot{x}_{2} &= \ddot{y} = \frac{1}{M} \left[\frac{\rho U D L}{2} \left(\frac{U C_{L0}}{2} x_{5} - C_{d} x_{2} \right) - 4k x_{1} + k_{e} x_{3} \right] \\ \dot{x}_{3} &= \dot{z} = x_{4} \\ \dot{x}_{4} &= \ddot{z} = \frac{-\mu}{M} \left[\frac{\rho U D L}{2} \left(\frac{U C_{L0}}{2} x_{5} - C_{d} x_{2} \right) - 4k x_{1} + k_{e} x_{3} \right] + \frac{1}{m_{e}} [-k_{e} x_{3} + \theta x_{7}] \\ \dot{x}_{5} &= \dot{q} = x_{6} \\ \dot{x}_{6} &= \ddot{q} = \frac{A}{D} \left\{ \frac{1}{M} \left[\frac{\rho U D L}{2} \left(\frac{U C_{L0}}{2} x_{5} - C_{d} x_{2} \right) - 4k x_{1} + k_{e} x_{3} \right] \right\} - \beta \omega_{s} (x_{5}^{2} - 1) x_{6} - \omega_{s}^{2} x_{5} \\ \dot{x}_{7} &= \dot{V} = \frac{1}{C_{p}} \left[-\frac{x_{7}}{R} - \theta x_{4} \right] \end{aligned}$$
(YF)

- Facchinetti, Matteo Luca, Emmanuel De Langre, and Francis Biolley, "Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations", *Journal of Fluids and structures*, 2004, Vol.19, no.2, pp.123-140.
- [2] Barrero-Gil, Antonio, Santiago Pindado, and Sergio Avila, "Extracting energy from vortex-induced vibrations: a parametric study", *Applied mathematical modelling*, 2012, Vol.36, no.7, pp.3153-3160.
- [3] Song, Rujun, Xiaobiao Shan, Fengchi Lv, and Tao Xie, "A study of vortex-induced energy harvesting from water using PZT piezoelectric cantilever with cylindrical extension", *Ceramics International*, 2015, Vol.41, p.S768-S773.
- [4] Zhang, Baoshou, Baowei Song, Zhaoyong Mao, Wenlong Tian, and Boyang Li, "Numerical investigation on VIV energy harvesting of bluff bodies with different cross sections in tandem arrangement", *Energy*, 2017, Vol.133, pp.723-736.
- [5] Naseer, R., H. L. Dai, A. Abdelkefi, and L. J. A. E. Wang, "Piezomagnetoelastic energy harvesting from vortex-induced vibrations using monostable characteristics", *Applied Energy*, 2017, Vol.203, pp.142-153.
- [6] Pan, Feifei, Zhike Xu, Long Jin, Peng Pan, and Xiu Gao, "Designed simulation and experiment of a piezoelectric energy harvesting system based on vortex-induced vibration", *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2017, Vol.53, no.4, pp.3890-3897.
- [7] Zhou, Shengxi, and Junlei Wang, "Dual serial vortex-induced energy harvesting system for enhanced energy harvesting", *AIP Advances*, 2018, Vol.8, no.7.
- [8] Zhou, S., J. Li, J. Wang, G. Li, and Q. Wang, "Vortex-induced vibrational tristable energy harvester: Design and experiments", In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, Vol.531, no.1, p.012011, IOP Publishing, 2019.
- [9] Wang, Junlei, Guobiao Hu, Zhen Su, Guoping Li, Wei Zhao, Lihua Tang, and Liya Zhao, "A crosscoupled dual-beam for multi-directional energy harvesting from vortex induced vibrations", *Smart Materials and Structures*, 2019, Vol.28, no.12, p.12LT02.
- [10] Sun, Wan, and Jongwon Seok, "A novel self-tuning wind energy harvester with a slidable bluff body using vortex-induced vibration", *Energy conversion and management*, 2020, Vol.205, p.112472.
- [11] Jadidi, P., and M. Zeinoddini, "Influence of hard marine fouling on energy harvesting from Vortex-Induced Vibrations of a single-cylinder", *Renewable energy*, 2020, Vol.152, pp.516-528.
- [12] Du, Xiaozhen, Yan Zhao, Guilin Liu, Mi Zhang, Yu Wang, and Hong Yu, "Enhancement of the piezoelectric cantilever beam performance via vortex-induced vibration to harvest ocean wave energy", *Shock and Vibration*, 2020, pp.1-11.
- [13] Wang, Shuyun, Weilin Liao, Zhonghua Zhang, Yong Liao, Mengjia Yan, and Junwu Kan, "Development of a novel non-contact piezoelectric wind energy harvester excited by vortex-induced vibration", *Energy Conversion and Management*, Vol.235, 2021, p.113980.
- [14] Wang, Junlei, Chengyun Zhang, Mingjie Zhang, Abdessattar Abdelkefi, Haiyan Yu, Xiaomeng Ge, and Huadong Liu, "Enhancing energy harvesting from flow-induced vibrations of a circular cylinder using a downstream rectangular plate: An experimental study", *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, Vol.211, p.106781.
- [15] Lai, Zhihui, Shuaibo Wang, Likuan Zhu, Guoqing Zhang, Junlei Wang, Kai Yang, and Daniil Yurchenko, "A hybrid piezo-dielectric wind energy harvester for high-performance vortex-induced vibration energy harvesting", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, Vol.150, p.107212.

- [16] Karimzadeh, Ali, Reza Roohi, and Masoud Akbari, "Piezoelectric wind energy harvesting from vortex-induced vibrations of an elastic beam", *Scientia Iranica*, 2023, Vol.30, no.1, pp.77-89.
- [17] Zhao, Xiang, W. D. Zhu, and Y. H. Li, "Closed-form solutions of bending-torsion coupled forced vibrations of a piezoelectric energy harvester under a fluid vortex", *Journal of Vibration and Acoustics*, 2022, Vol.144, no.2, p.021010.
- [۱۸] منصوری، س.، الهامی، م.، "بهینه سازی عددی و تحلیلی ارتعاشات توربین های بدون پره ورتکس"، نشریه صوت و ارتعاش، ۱۴۰۱، دوره

۱۱، شماره ۲۲، صص. ۱۵۵–۱۷۲.

- [19] Erturk, Alper, and Daniel J. Inman, "On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters", *Journal of intelligent material systems and structures*, 2008, Vol.19, no.11, pp.1311-1325.
- [20] Erturk, Alper, and Daniel J. Inman, "A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters", 2008: 041002.
- [21] Tang, Lihua, and Yaowen Yang, "A nonlinear piezoelectric energy harvester with magnetic oscillator", *Applied Physics Letters*, 2012, Vol.101, no.9.

پىنوشت

- 1. Vortex induced vibrations
- 2. Van der Pol
- 3. Vortex-Induced Piezoelectric Energy Harvester
- 4. Bluff body
- 5. Vortex Induced Vibration
- 6. Oscillating Water Column
- 7. Non-Contact Piezoelectric Wind Energy Harvester
- 8. Erturk and Inman
- 9. Correction Factor
- 10. Lift Coefficient
- 11. Drag Coefficient
- 12. Educed Lift Coefficient
- 13. Wake
- 14. Strouhal number
- 15. Root mean square
- 16. Limit cycle
 17. Lock-in-region