

کنترل فعال ارتعاشات و وضعیت فضاپیماى انعطاف‌پذیر ناقص عملگر مبتنی بر الگوریتم تحمل‌پذیر خطای فعال لغزشی انتگرالی تطبیقی

علیرضا علیخانی	مرضیه اقلیمی‌دژ	میلاذ عظیمی*
دانشیار	کارشناس ارشد	استادیار
پژوهشگاه هوافضا	پژوهشگاه هوافضا	پژوهشگاه هوافضا
aalikhani@ari.ac.ir	eghlimi@sun.ari.ac.ir	azimi.m@ari.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۱۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۲/۲۷

چکیده

این مقاله به بررسی مسئله کنترل همزمان مانور و ارتعاشات فضاپیماى انعطاف‌پذیر ناقص عملگر جهت انجام مانورهای وضعیت با دقت بالا و کاهش ارتعاشات ناشی از تحریک پنل‌های انعطاف‌پذیر در حضور اغتشاشات خارجی، نامعینی‌های سامانه و خطای عملگر پرداخته است. الگوریتم تحمل‌پذیر خطای فعال با بهره‌گیری از رویکرد کنترل مود لغزشی انتگرالی تطبیقی و یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده (بر پایه مود لغزشی) به منظور تخمین خطای عملگرهای وضعیت، جهت پایدارسازی وضعیت و ارتعاشات فضاپیما با لحاظ اثرات متقابل ناشی از دینامیک جسم صلب و انعطاف‌پذیر، توسعه یافته است. ساختار ناپیوسته کنترل تحمل‌پذیر خطا منجر به ایجاد فرامین ناپیوسته سیگنال کنترلی و تقویت پدیده نامطلوب چترینگ^۱ شده است که با پیشنهاد بهره تطبیقی در ساختار سطح لغزش، این مسئله مرتفع شده است. همچنین، تابع علامت به کار برده شده در مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده توسعه یافته جهت تخمین خطای عملگر، علاوه بر افزایش قوام مشاهده‌گر در مقابل اغتشاشات خارجی با ساختار ساده، منجر به کاهش بار محاسباتی سامانه شده است. جهت کاهش ارتعاشات باقی‌مانده ناشی از برهم‌کنش دینامیک جسم صلب و اثرات ناشی از خرابی عملگرهای وضعیت، از الگوریتم کنترل فیدبک نرخ کرنش و وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک استفاده شده است. پایداری کلی و زمان‌محدود سامانه با دینامیک غیرخطی و کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر ناقص عملگر با روش کنترلی و الگوریتم مشاهده‌گر خطای عملگر پیشنهادی، با استفاده از قانون لیاپانوف تضمین شده است. عملکرد و مزیت سامانه پیشنهادی در مقایسه با رویکردهای رایج ارائه شده توسط سایر محققین در قالب شبیه‌سازی‌های عددی نمایش داده شده است.

واژگان کلیدی: فضاپیماى انعطاف‌پذیر، کنترل مود لغزشی انتگرالی تطبیقی، کنترل تحمل‌پذیر خطا، کنترل فعال ارتعاشات، مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده

۱. مقدمه

امروزه پایدارسازی سامانه‌های مدرن هوافضایی نقش مهمی در موفقیت مأموریت‌های آنها ایفا می‌کند. وجود اغتشاشات خارجی، نامعینی‌های سامانه و خطاهای عملگر می‌تواند عملکرد سامانه کنترلی را کاهش داده و منجر به ناپایداری کل سامانه شود. بنابراین، جهت افزایش ایمنی و قابلیت اطمینان سامانه‌ها، کنترل وضعیت مناسب و کنترل تحمل‌پذیر خطا پیشنهاد می‌شود [۱-۳].

با توجه به مطالعات صورت پذیرفته در دهه‌های گذشته، رویکردهای کنترلی متعددی برای مقابله با اغتشاشات و خطاهای عملگر توسعه داده شده است که از جمله آن می‌توان از روش‌های کنترل تطبیقی [۴]، کنترل مود لغزشی [۵]، کنترل بازگشتی [۶]، کنترل مبتنی بر شبکه عصبی [۷]، الگوریتم‌های کنترل فازی [۸] و کنترل پیش‌بین مدل [۹] نام برد. کنترل مود لغزشی در میان روش‌های کنترلی به دلیل قوام در برابر نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی، مورد توجه قرار گرفته است. اگرچه، در روش‌های کلاسیک آن، مرحله رسیدن به سطح لغزش اجتناب‌ناپذیر است و قوام سامانه در این مرحله تضمین نمی‌شود. کنترل مود لغزشی انتگرالی بر این مشکل غلبه کرده و قابلیت از بین بردن فاز رسیدن به سطح را دارا می‌باشد؛ بطوریکه سامانه از همان ابتدا وارد فرآیند لغزش می‌شود. بنابراین، کنترل مود لغزشی انتگرالی قوام بیشتری نسبت به اغتشاشات و نامعینی‌ها دارد [۲، ۱۰].

روش‌های کنترل تحمل‌پذیر خطا، روش‌های مؤثری برای بهبود ایمنی و قابلیت اطمینان هستند که مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۱۱]. این الگوریتم‌ها برای سامانه‌های کنترل وضعیت فضاپیماها

از درجه اهمیت بالایی برخوردار است، زیرا تقریباً ۳۰٪ خرابی‌ها و خطاهای فضاپیماها مربوط به این زیرسامانه است [۱۲]. ایده اصلی کنترل تحمل‌پذیر خطا بازسازی ساختار یک کنترلر به شکل مؤثر در شرایط مختلف مأموریتی است [۱۳]. به عنوان مثال، مطالعات گسترده‌ای جهت حفظ عملکرد سامانه کنترل وضعیت با استفاده از یک الگوریتم کنترلی با سوئیچینگ^۲ وابسته به وضعیت فضاپیما در حضور خطای عملگر صورت پذیرفته است [۱۴]. به طور کلی، جهت توسعه کنترلرهای مقاوم در برابر خطا، دو روش اصلی وجود دارد: کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال و غیرفعال [۱۵]. ساختار کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال ثابت و با تغییر نوع و مقدار خطا، ساختار کنترلر تغییری نمی‌کند. شن و همکاران^۳ برای یک فضاپیمای ناقص عملگر کنترل تحمل‌پذیر خطای تطبیقی پیشنهاد دادند [۱۶]. عشایری و همکاران^۴ الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی را جهت مانور وضعیت یک فضاپیمای انعطاف‌پذیر پیشنهاد دادند [۱۷]. الگوریتم‌های کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال در برابر خطاهای احتمالی سامانه، مقاوم هستند و در بیشتر مواقع نیازمند اطلاعاتی در مورد کران بالای خطای سامانه هستند که یک نقطه ضعف حیاتی به شمار می‌رود. در مقایسه با کنترل تحمل‌پذیر خطای غیر فعال، کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال از روش تشخیص و جداسازی خطا برای جبران خطای سامانه استفاده می‌کند. با این حال، از آنجایی که کنترل‌پذیری و قدرت محاسباتی پردازشگرهای داخلی فضاپیماها محدود است، اجرای الگوریتم‌های کنترل تحمل‌پذیر خطای فعالی که نیاز به اجرای همزمان سامانه تشخیص

و جداسازی خطا با بار محاسباتی سنگین دارد، دشوار است.

جهت مقابله با این مسئله، انواع مشاهده‌گر و کنترلر مبتنی بر مشاهده‌گر به عنوان یک رویکرد مؤثر جهت کنترل تحمل‌پذیر خطا پیشنهاد می‌شود که توانایی تخمین خطا را دارد [۱۸]. هو و همکاران^۵ با استفاده از مشاهده‌گر خطا به تشخیص خطا با وجود اغتشاشات خارجی پرداختند [۱۹]. لیو و همکاران^۶ نیز یک الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر مشاهده‌گر با تاخیر زمانی جهت تخمین خطای عملگر پیشنهاد کردند [۲۰]. گائو و همکاران^۷ با ترکیب کنترل مود لغزشی ترمینال سریع و الگوریتم تخمین منطق فازی، کنترل تحمل‌پذیر خطای فعالی برای فضایی صلب طراحی نمودند [۲۱].

مانورهای وضعیت سریع و با زاویه بزرگ و خرابی عملگرهای وضعیت سامانه‌های با دینامیک کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر می‌تواند مودهای فرکانس بالای سامانه را تحریک کرده و دقت ماموریت را کاهش دهد. یکی از راهکارهای مطرح جهت کاهش ارتعاشات باقی‌مانده در این سامانه‌ها، علاوه بر توسعه الگوریتم‌های کنترل وضعیت (به عنوان مثال، ارسال فرامین کنترلی پیوسته و صاف)، استفاده از حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک می‌باشد. بیلی و هوبارد^۸ الگوریتم‌های کنترلی ساده اما موثری برای کنترل ارتعاشات پیشنهاد دادند [۲۲]. هو و ما^۹ از رویکرد فیدبک موقعیت مثبت جهت کاهش ارتعاشات سازه‌ای فضایی انعطاف‌پذیر استفاده نمودند [۲۳]. سونگ و همکاران^{۱۰} از روش کنترل فیدبک نرخ کرنش جهت کاهش ارتعاشات یک سازه فضایی انعطاف‌پذیر استفاده کردند [۲۴]. از میان روش‌های بررسی شده، الگوریتم کنترل فیدبک نرخ

کرنش با توجه به پیاده‌سازی آسان و ناحیه میرایی گسترده‌تر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. همچنین، این الگوریتم برخلاف رویکردهای مرسوم کنترل فعال ارتعاشات، توانایی پایدارسازی چند مود ارتعاشی را داراست.

در این مقاله به طراحی یک مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده برای تخمین خطای عملگرهای وضعیت یک فضایی انعطاف‌پذیر پرداخته شده است. سپس، الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی تطبیقی برای کنترل همزمان وضعیت و ارتعاشات توسعه یافته است. ارتعاشات باقی‌مانده سامانه حین و پس از مانور، با استفاده از الگوریتم فیدبک نرخ کرنش کاهش یافته است. بخش‌های نوین رویکردهای پیشنهادی عبارتند از:

- ارائه رویکرد کنترلی مود لغزشی انتگرالی به همراه کنترل تحمل‌پذیر خطای توسعه یافته با استفاده از بهره تطبیقی که توانایی کاهش پدیده چترینگ حاصل از فرامین ناپیوسته کنترلی همزمان با الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات را دارا می‌باشد.
- طراحی مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده جهت تخمین خطای عملگر یک سامانه با دینامیک غیرخطی کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر. قابل ذکر است غالب مشاهده‌گرهای طراحی شده برای سامانه‌های با دینامیک صلب مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۲۵].
- تخمین دقیق‌تر خطاهای متغیر با زمان ناشی از عملگر، ساختار ساده‌تر جهت پیاده‌سازی و کاهش بار محاسباتی نسبت به سایر الگوریتم‌های تخمین [۲۶].

• پیاده‌سازی الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده بر یک سامانه با دینامیک کاملاً کوپل صلب-انعطاف‌پذیر غیرخطی و اثرات ناشی از برهم کنش آنها و همچنین اثبات پایداری زمان-محدود سامانه.

این مقاله به این صورت سازماندهی شده است که در بخش دوم، مدل‌سازی ریاضی دینامیک فضاپیما انعطاف‌پذیر ارائه می‌شود. بخش سوم، به طراحی کنترل تحمل‌پذیر مود لغزشی انتگرالی تطبیقی مبتنی بر مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده به همراه کنترل فعال ارتعاشات می‌پردازد. در بخش چهارم، نتایج شبیه‌سازی‌های کامپیوتری ارائه شده است. در نهایت مقاله با نتیجه‌گیری پایان یافته است.

۲. مدل‌سازی ریاضی

معادلات دینامیک فضاپیما انعطاف‌پذیر را می‌توان به صورت زیر توصیف کرد [۲۷]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_R & \mathbf{M}_{RF} \\ \mathbf{M}_{FR} & \mathbf{M}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_R & \mathbf{C}_{RF} \\ \mathbf{C}_{FR} & \mathbf{C}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} \\ \boldsymbol{\eta}_k \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_c + \mathbf{d} \\ -\mathbf{P}^T \mathbf{g} \mathbf{A}_p^a \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

$\mathbf{A}_p^a = \mathbf{g} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{P}^T \boldsymbol{\eta}_p^s$
 بطوریکه در آن $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ بردار سرعت‌های زاویه‌ای فضاپیما، $\boldsymbol{\eta}_k \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ مختصات تعمیم‌یافته بخش‌های انعطاف‌پذیر، $\mathbf{u}_c \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ گشتاور کنترلی، $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ اغتشاشات خارجی و $\boldsymbol{\Phi}$ بردار زوایای مانور می‌باشند. ماتریس‌های \mathbf{M} ، \mathbf{C} و \mathbf{K} به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی، اندیس‌های R و F به ترتیب نشان‌دهنده بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر فضاپیما

می‌باشند. همچنین، g ضریب بهره تقویتی حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک، a و s به ترتیب عملگر و حسگر پیزوالکتریک، ترم‌های \mathbf{P} ، \mathbf{A} و \mathbf{N} مشخصات سازه‌های پیزوالکتریک می‌باشند.

سینماتیک وضعیت فضاپیما انعطاف‌پذیر با تعریف کوآرنیون‌ها^{۱۱} به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}(t) &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\omega} \\ \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} -\mathbf{q}_{1:3}^T \\ (q_0 \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{q}_{1:3}^{\times}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن $\mathbf{q} = [q_0 \ \mathbf{q}_{1:3}]^T = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ و قید $q_0^T + \mathbf{q}_{1:3}^T \mathbf{q}_{1:3} = 1$ برقرار است. همچنین، علامت $(X)^\times$ بیانگر ماتریس پادمقارن است.

۳. طراحی مشاهده‌گر و کنترلر

در این بخش کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی با تابع سوئیچینگ تطبیقی به همراه یک مشاهده‌گر خطای عملگر وضعیت و کنترل فعال ارتعاشات طراحی شده است. بلوک دیاگرام فرایند طراحی کنترلر و مشاهده‌گر در شکل ۱ نمایش داده شده است. پیش از طراحی، فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

فرض ۱: اغتشاشات کلی سامانه \mathbf{d} با مقدار اشباع d_{\max}

محدود است. بطوریکه $\|\mathbf{d}\|_1 \leq d_{\max}$ [۲۸].

فرض ۲: خطای عملگر با ثابت مثبت e_m محدود در

نظر گرفته شده است $0 \leq \max [e_1, e_2, e_3] \leq e_m$

[۲۹].

فرض ۳: ماتریس \mathbf{M}_R مثبت معین است.

$$\begin{aligned}
 & -2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{v}(t) \\
 & \leq \gamma_3\text{sgn}^T(\tilde{\omega}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t)) \quad (13) \\
 & + \frac{1}{\gamma_3}\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned}$$

که در آن مقادیر $\gamma_i (i = 1, 2, 3)$ ثابت‌های مثبت و به این ترتیب $\alpha_2 = 1 + \alpha_1 = 1 + \gamma_1 + (1/\gamma_2)$ و $\alpha_3 = 1 + \gamma_2 + \gamma_3$ با جایگذاری

نامساوی‌های (۱۱) تا (۱۳) در معادله (۱۰) داریم:

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \\
 & \leq \alpha_1\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \quad (14) \\
 & + \alpha_2\text{sgn}^T(\tilde{\omega}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t)) \\
 & + \alpha_3\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned}$$

در نهایت لم ۱ اثبات می‌شود.

قضیه ۱: سامانه دینامیکی معادله (۱) و مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده معادله (۵) را در نظر بگیرید. می‌توان نشان داد خطای تخمینی $\tilde{\mathbf{u}}_f(t)$ و $\tilde{\omega}(t)$ به یک مجموعه کوچک همگرا خواهد شد. بنابراین لازم

است بهره‌های مشاهده‌گر مطابق زیر انتخاب شود:

$$\begin{aligned}
 & -\phi + \lambda_1 - \gamma_4 > 0 \\
 & 1 - (1 + (1/\gamma_4) + \delta)\alpha_1\|\mathbf{K}_1\|^2 \geq 0 \quad (15) \\
 & \lambda_{2,\min} - d_{\max} \geq 0
 \end{aligned}$$

بطوریکه در آن γ_4 و δ ثابت‌های مثبت هستند.

اثبات: تابع لیاپانوف پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\begin{aligned}
 V_{ILO} & = \frac{1}{2}\tilde{\omega}^T\mathbf{M}_R\tilde{\omega} \\
 & + \int_{t-\tau}^t \tilde{\mathbf{u}}_f^T(r)\tilde{\mathbf{u}}_f(r)dr \quad (16)
 \end{aligned}$$

همچنین، مطابق با نامساوی یانگ داریم:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\omega}(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) & \leq \gamma_4\tilde{\omega}^T(t)\tilde{\omega}(t) \\
 & + \frac{1}{\gamma_4}\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \quad (17)
 \end{aligned}$$

با توجه به مشتق زمانی V_{ILO} و جایگذاری معادله (۱۷) در آن داریم:

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \leq \alpha_1\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\
 & - \tau) \quad (8) \\
 & + \alpha_2\text{sgn}^T(\tilde{\omega}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t)) \\
 & + \alpha_3\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned}$$

به‌طوریکه $\mathbf{v}(t) = \mathbf{u}_f(t) - \mathbf{K}_1\mathbf{u}_f(t-\tau)$ و $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$ ثابت‌های مثبتی هستند که در ادامه اثبات لم ۱ تعریف می‌شوند.

اثبات: خطای تخمینی اختلاف گشتاور کنترلی به صورت بخش دوم معادله (۶) تعریف می‌شود. بنابراین می‌توان خطای تخمینی اختلاف گشتاور را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{u}}_f(t) & = \mathbf{v}(t) + \mathbf{K}_1\mathbf{u}_f(t-\tau) \\
 & - \hat{\mathbf{u}}_f(t) \\
 & = \mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \quad (9) \\
 & - \mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t)) \\
 & + \mathbf{v}(t)
 \end{aligned}$$

اثبات می‌شود که:

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t)\tilde{\mathbf{u}}_f(t) \\
 & = \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\
 & - 2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t)) \quad (10) \\
 & + 2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{v}(t) \\
 & + \text{sgn}^T(\tilde{\omega}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t)) \\
 & - 2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{v}(t) + \mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t)
 \end{aligned}$$

باتوجه به نامساوی یانگ [۳۰]، می‌توان نامساوی‌های زیر را بر اساس معادله (۱۰) تضمین نمود:

$$\begin{aligned}
 & -2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t)) \\
 & \leq \gamma_1\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \quad (11) \\
 & + \frac{1}{\gamma_1}\text{sgn}^T(\tilde{\omega}(t))\mathbf{K}_2^T\mathbf{K}_2\text{sgn}(\tilde{\omega}(t)) \\
 & 2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{v}(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \leq \gamma_2\tilde{\mathbf{u}}_f^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T\mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{u}}_f(t-\tau) \\
 & + \frac{1}{\gamma_2}\mathbf{v}^T(t)\mathbf{v}(t) \quad (12)
 \end{aligned}$$

نکته ۱: ترم $\lambda_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}(t))$ در مشاهده گر معادله (۵) منجر به افزایش قوام سامانه در مقابل اغتشاشات خارجی می شود.

۲-۳. کنترل نامی

لم ۲: دینامیک و سینماتیک وضعیت را بدون خطای عملگر و اغتشاشات خارجی در نظر بگیرید (بخش اول معادله (۱)). قانون کنترل نامی پیشنهادی به صورت زیر طراحی شده است:

$$\mathbf{u}_N = -k_p \mathbf{q}_{1:3} - k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) + \mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k \quad (22)$$

که در آن k_p و k_d ثابت های مثبت و p^2 یک اسکالر غیر صفر می باشد.

اثبات: لم ۲ در مرجع [۳۲] به صورت کامل توصیف شده است.

نکته ۲: با استفاده از ویژگی های کوآترینیون ها و تابع تانژانت هایپربولیک، می توان \mathbf{u}_N معادله (۲۲) را به صورت کران بالای زیر نوشت:

$$|\mathbf{u}_N| \leq |k_p \mathbf{q}_{1:3}| + \left| k_d \tanh\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{p^2}\right) \right| + |\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| + |\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}| + |\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| \leq k_p + k_d + a + b + c \quad (23)$$

که در آن می توان کران بالای $|\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k|$ ، $|\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}|$ و $|\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k|$ تعریف شده در معادله (۲۳) را به صورت زیر در نظر گرفت [۳۳]:

$$\begin{aligned} |\mathbf{M}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| &= a_1 \|\boldsymbol{\eta}_k\| + a_2 \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\| + a_3 \|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k\| = a \\ |\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}| &= b_1 \|\Phi\| + b_2 \|\boldsymbol{\omega}\| = b \\ |\mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k| &= c_1 \|\boldsymbol{\eta}_k\| + c_2 \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\| = c \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ILO} &= \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T [\mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_R \hat{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{\mathbf{u}}_f(t) \lambda_1(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) + \lambda_2 \text{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) + \mathbf{d}_e] + \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t) \tilde{\mathbf{u}}_f(t) - \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t - \tau) \tilde{\mathbf{u}}_f(t - \tau) \\ &\leq (\phi - \lambda_1 + \gamma_4) \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 + (1 + (1/\gamma_4)) \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t) \tilde{\mathbf{u}}_f(t) - \tilde{\mathbf{u}}_f^T(t - \tau) \tilde{\mathbf{u}}_f(t - \tau) - (\lambda_{2,\min} - d_{\max}) \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 \end{aligned} \quad (18)$$

اگر $\lambda_{2,\min}$ به گونه ای انتخاب شود که نامساوی $\lambda_{2,\min} \geq d_{\max}$ برقرار باشد، آنگاه داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ILO} &\leq -(-\phi + \lambda_1 - \gamma_4) \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta \|\tilde{\mathbf{u}}_f(t)\|^2 - [1 - (1 + (1/\gamma_4) + \delta) \alpha_1 \|\mathbf{K}_1\|^2] \|\tilde{\mathbf{u}}_f(t - \tau)\|^2 + (1 + (1/\gamma_4) + \delta) [\alpha_3 \mathbf{v}^T(t) \mathbf{v}(t) + \alpha_1 \mathbf{K}_1^T \mathbf{K}_1] \end{aligned} \quad (19)$$

فرض کنید $1 - (1 + (1/\gamma_4) + \delta) \alpha_1 \|\mathbf{K}_1\|^2 \geq 0$ برقرار است. در نتیجه معادله (۱۹) به صورت زیر ساده می شود:

$$\dot{V}_{ILO} \leq -(-\phi + \lambda_1 - \gamma_4) \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta \|\tilde{\mathbf{u}}_f(t)\|^2 + \sigma \quad (20)$$

بطوریکه $\sigma = (1 + (1/\gamma_4) + \delta) [\alpha_3 k_v + \alpha_1 \|\mathbf{K}_1\|^2]$ است. می توان نشان داد که خطای مشاهده گر معادله (۲۰) محدود است. بنابراین خطای تخمینی سرعت زاویه ای و خطای عملگر به صورت زیر محدود شده و $\dot{V}_{ILO} \leq 0$ اثبات می شود [۳۱]:

$$\begin{aligned} \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\| &\leq \sqrt{\frac{\sigma}{-\phi + \lambda_1 - \gamma_4}} \\ \|\tilde{\mathbf{u}}_f(t)\| &\leq \sqrt{\frac{\sigma}{\delta}} \end{aligned} \quad (21)$$

۳-۳. کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر مود لغزشی انتگرالی

سطح لغزش انتگرالی جهت طراحی کنترل مود لغزشی انتگرالی به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۳۲]:

$$\mathbf{S}_I = \mathbf{D} \left\{ \begin{aligned} &\boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{\omega}(t_0) \\ &- \int_{t_0}^t \mathbf{M}_R^{-1} [-\mathbf{M}_R \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k(\sigma) - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega}(\sigma) \\ &- \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k(\sigma) + \mathbf{u}_N(\mathbf{q}, \boldsymbol{\omega})] d\sigma \end{aligned} \right. \quad (25)$$

که در آن $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ یک ماتریس ثابت است و باید به گونه‌ای انتخاب شود که $\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1}$ معکوس‌پذیر باشد. باید به این نکته توجه داشت که در $t = t_0$ لازم است شرط $\mathbf{S}_I(\boldsymbol{\omega}(t_0), t_0) = 0$ برقرار باشد. بنابراین قانون کنترلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_N + \mathbf{u}_F^I \quad (26)$$

که در آن کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر مود لغزشی کلاسیک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{u}_F^I = \begin{cases} -K_S \mathbf{S}_I - \beta(t) \frac{(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I}{\|(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|} & \text{if } \mathbf{S}_I \neq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (27)$$

که در آن K_S یک ثابت مثبت و $\beta(t)$ تابع بهره سوئیچینگ بوده و به صورت زیر تعریف شده است:

$$\beta(t) = \frac{\sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_\infty + d_{\max} + \varepsilon}{1 - e_m} \quad (28)$$

بطوریکه در آن، ε ثابت مثبت محدود است.

قضیه ۲: فرض کنید دینامیک کنترل وضعیت با خطای عملگر با فرضیات ۱ تا ۳ معتبر است. به این ترتیب می‌توان رسیدن به سطح لغزش $\mathbf{S}_I = 0$ را با جایگذاری معادلات (۲۲) و (۲۷) در قانون کنترلی (۲۶)، حفظ نمود.

اثبات: تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_F^I = \frac{1}{2} \mathbf{S}_I^T \mathbf{S}_I \quad (29)$$

با مشتق‌گیری از معادله (۲۹) برای $\mathbf{S}_I \neq 0$ و با جایگذاری قانون کنترل تحمل‌پذیر خطا (معادله (۲۶)) در معادله (۲۹) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_F^I &= \mathbf{S}_I^T \dot{\mathbf{S}}_I = \mathbf{S}_I^T \mathbf{D} \mathbf{M}_R^{-1} ([\mathbf{I}_3 \\ &- \mathbf{E}(t)] \mathbf{u}_F^I + \mathbf{d} - \mathbf{E}(t) \mathbf{u}_N) \\ &= \mathbf{S}_I^T \mathbf{D} \mathbf{M}_R^{-1} ([\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)] (-K_S \mathbf{S}_I \\ &- \beta(t) \frac{(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I}{\|(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|}) + \mathbf{d} \\ &- \mathbf{E}(t) \mathbf{u}_N) \end{aligned} \quad (30)$$

طبق نامساوی $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \leq \sqrt{3} \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|_\infty$ می‌توان نوشت:

$$\mathbf{E}(t) \mathbf{u}_N \leq \sqrt{3} \|e_m\| \|\mathbf{u}_N\|_\infty \quad (31)$$

با در نظر گرفتن حدود بالای هر پارامتر و جایگذاری معادله (۳۱) در معادله (۳۰) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_F^I &\leq \mathbf{S}_I^T \mathbf{D} \mathbf{M}_R^{-1} \{ [1 - e_m] (-K_S \mathbf{S}_I \\ &- \beta(t)) + d_{\max} \\ &- \sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_\infty \} \\ &\leq \mathbf{S}_I^T \mathbf{D} \mathbf{M}_R^{-1} \{ -K_S \mathbf{S}_I [1 \\ &- e_m] \\ &- \sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_\infty \\ &- d_{\max} - \varepsilon \\ &+ d_{\max} \\ &+ \sqrt{3} e_m \|\mathbf{u}_N\|_\infty \} \\ &\leq \mathbf{S}_I^T \mathbf{D} \mathbf{M}_R^{-1} \{ -K_S \mathbf{S}_I [1 \\ &- e_m] - \varepsilon \} \\ &\leq -\mathbf{S}_I^T \mathbf{D} \mathbf{M}_R^{-1} (K_S \mathbf{S}_I [1 \\ &- e_m]) \\ &- \varepsilon \|(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \\ &\leq -\varepsilon \mathbf{S}_I^2 \\ &- \varepsilon \|(\mathbf{D}\mathbf{M}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \end{aligned} \quad (32)$$

که در آن $\varepsilon = \mathbf{D} K_S [1 - e_m] \mathbf{M}_R^{-1}$ مثبت معین است. همچنین این معادله نشان می‌دهد که حرکت لغزشی می‌تواند در برابر کاهش عملکرد عملگر و اغتشاشات خارجی ثابت باقی بماند.

۳-۴. کنترل تطبیقی تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر مود لغزشی انتگرالی

قانون کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی با بهره سوئیچینگ تطبیقی به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$\mathbf{u}_{AF} = \begin{cases} \beta \frac{(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I}{\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|} & \text{if } \beta \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \geq \xi \quad (33) \\ -\beta^2 \frac{(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I}{\xi} & \text{if } \beta \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| < \xi \end{cases}$$

بطوریکه در آن ξ یک اسکالر مثبت کوچک می‌باشد و $\beta \geq 0$ طبق قانون تطبیقی زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{\beta} = \rho(\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| - \mu \hat{\beta}) \quad (34)$$

$$\hat{\beta}(0) \geq 0$$

که در آن μ یک ثابت مثبت است.

لم ۳: با توجه به قانون به‌روزرسانی بهره سوئیچینگ معادله (۳۴)، بهره β حد بالا دارد؛ به عنوان مثال، همیشه یک مقدار مثبت اسکالر $\bar{\beta}$ وجود دارد، بطوریکه $\beta \leq \bar{\beta}$ و $\dot{\beta} \leq \bar{\beta}$ برای همه $t > 0$ صادق باشد.

اثبات: تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_S = \frac{1}{2} \mathbf{S}_I^T \mathbf{S}_I \quad (35)$$

با مشتق‌گیری از V_S نسبت به زمان و جایگذاری معادلات (۲۲) و (۳۳) در آن داریم:

$$\dot{V}_S \leq -(1 - e_m)(\beta - \beta) \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \quad (36)$$

حالت ۱: اگر $\beta > \beta$ و $\beta \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \geq \mu \hat{\beta}$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت: $\dot{V}_S(0) < 0$ و $\hat{\beta} \geq 0$ برقرار است. تا زمانی که $\dot{V}_S(t) \leq 0$ ، تابع لغزش \mathbf{S}_I کاهش پیدا می‌کند و می‌توان نشان داد $V_S(t) \leq V_S(0)$ برقرار است، که نشان می‌دهد $\|\mathbf{S}_I\| \leq \sqrt{2V_S(0)}$. بنابراین، اگرچه $\hat{\beta} \geq 0$ است، بهره تطبیقی $\hat{\beta}$ حد بالایی در

قانون به‌روزرسانی $\hat{\beta} = \rho(\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| - \mu \hat{\beta})$ دارد.

حالت ۲: اگر $\beta > \beta$ و $\beta \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| < \mu \hat{\beta}$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت: $\dot{V}_S(0) < 0$ و $\hat{\beta} \leq 0$ برقرار است. به این ترتیب، هر دو تابع لیاپانوف $V_S(t)$ و بهره تطبیقی $\hat{\beta}$ دارای حدود بالا توسط مقادیر اولیه $V_S(0)$ و $\hat{\beta}(0)$ می‌باشند. بنابراین اثبات می‌شود: $V_S(t) \leq V_S(0)$ و $\hat{\beta}(t) \leq \hat{\beta}(0)$.

حالت ۳: اگر $\beta \leq \beta$ و $\beta \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| < \mu \hat{\beta}$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت: $\dot{V}_S(0) > 0$ و $\hat{\beta} \leq 0$ برقرار است. در این حالت واضح است که $\hat{\beta}$ توسط β کراندار شده است (حد بالا دارد). اگرچه $\dot{V}_S(t) > 0$ است، اثبات می‌شود که V_S محدود است. از آنجاییکه تابع لغزش \mathbf{S}_I در شرایط $\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \leq \mu \hat{\beta}$ صادق است، می‌توان نشان داد $\|\mathbf{S}_I\| \leq \mu \hat{\beta} / \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|$ از این رو تابع لیاپانوف $V_S(t)$ توسط ثابت $V_S^* = 0.5(\|\mathbf{S}_I\| \leq \mu \hat{\beta} / \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|)$ حد بالا دارد.

حالت ۴: اگر $\beta \leq \beta$ و $\beta \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \geq \mu \hat{\beta}$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت: $\dot{V}_S(t) > 0$ و $\hat{\beta} \geq 0$ برقرار است. در این مورد واضح است که $\hat{\beta}$ توسط β کراندار شده است. تا زمانی که \mathbf{S}_I در شرایط $\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| > \mu \hat{\beta}$ صادق باشد، می‌توان قانون تطبیقی $\dot{\beta} = \rho(\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| - \mu \hat{\beta})$ را تخمین نمود. با مقایسه $\dot{V}_S(t)$ با $\dot{\hat{\beta}}(t)$ ، قابل ذکر است $\dot{V}_S(t) \leq k_m \dot{\hat{\beta}}(t)$ بطوریکه k_m ثابت مثبت است و به صورت $k_m = (1 - e_m)\beta / \rho$ تعریف شده است. بنابراین، تابع لیاپانوف براساس $V_S(t) \leq V_S(0) + k_m[\hat{\beta}(t) + \hat{\beta}(0)]$ حد بالا دارد. علاوه‌براین، در شرایطی که $\hat{\beta} \leq$

با توجه به لم ۳، واضح است $|\hat{\beta} - \bar{\beta}| \leq \bar{\beta}$ و $\bar{\beta} - |\hat{\beta} - \bar{\beta}| \leq \bar{\beta}$ بنابراین با استفاده از نامساوی $\frac{\sqrt{3}e_m\|\mathbf{u}_N\|_\infty + d_{\max} + \varepsilon}{1 - e_m}$ داریم: $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \leq \sqrt{3}\|\mathbf{x}\|\|\mathbf{y}\|_\infty$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{AF}^I &\leq -\mu(1 - e_m)|\hat{\beta} - \bar{\beta}| \\ &\quad - \varepsilon\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \\ &\quad + \mu(1 - e_m)\left(|\hat{\beta} - \bar{\beta}| \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4}\bar{\beta}^2\right) \\ &= \delta_1|\hat{\beta} - \bar{\beta}| \\ &\quad - \delta_2\|\mathbf{S}_I\| + \eta_1 \end{aligned} \quad (39)$$

بطوریکه در آن δ_1 ، δ_2 و η_1 ثابت‌های مثبتی هستند که به ترتیب به صورت $\delta_1 = \mu(1 - e_m)$ ، $\delta_2 = \varepsilon\|(\mathbf{DM}_R^{-1})\|$ و $\eta_1 = \mu(1 - e_m)\left(\bar{\beta} + \frac{1}{4}\bar{\beta}^2\right)$ تعریف شده‌اند. بنابراین با توجه به تعاریف داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{AF}^I &\leq \sqrt{\frac{2\rho\delta_1^2}{1 - e_m}} \sqrt{\frac{1 - e_m}{2\rho}(\hat{\beta} - \bar{\beta})^2} \\ &\quad - \sqrt{2}\delta_2 \sqrt{\frac{1}{2}\mathbf{S}_I^T \mathbf{S}_I} + \eta_1 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} &\leq -\min \left[\sqrt{\frac{2\rho\delta_1^2}{1 - e_m}} \cdot \sqrt{2}\delta_2 \right] \\ &\quad \times \left(\sqrt{\frac{1 - e_m}{2\rho}(\hat{\beta} - \bar{\beta})^2} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{1}{2}\mathbf{S}_I^T \mathbf{S}_I} \right) + \eta_1 \\ &\leq -\delta(V_{AF}^I)^2 + \eta_1 \end{aligned}$$

که در آن $\delta = \sqrt{2} \min \left[\sqrt{\frac{\rho\delta_1^2}{1 - e_m}} \cdot \delta_2 \right]$ است.

حالت دوم: اگر $\xi < \beta\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|$ باشد، مشتق زمانی تابع لیپانوف پیشنهادی (۳۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

β باشد، می‌توان نشان داد $V_S(t) \leq V_S(0) + 2k_m\hat{\beta}$ برقرار است.

بر اساس تحلیل چهار حالت فوق، اثبات می‌شود که بهره تطبیقی $\hat{\beta}$ همیشه کران بالایی دارد. بنابراین، همیشه یک مقدار ثابت مثبتی $\bar{\beta}$ وجود دارد بطوریکه $\beta \leq \bar{\beta}$ و $\hat{\beta} \leq \bar{\beta}$ برای تمامی $t > 0$ برقرار است.

قضیه ۳: الگوریتم کنترل وضعیت برای سامانه معادله (۱) را در مقابل خطای عملگر و اغتشاشات خارجی در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن فرضیات ۱ و ۲، مسیر سامانه حلقه بسته را می‌توان با استفاده از کنترلر تطبیقی معادله (۳۳) و قانون تطبیقی معادله (۳۴) به همسایگی منیفولد لغزشی $\mathbf{S}_I = 0$ در زمان محدود هدایت کرد.

اثبات: تابع لیپانوف پیشنهادی زیر را در نظر بگیرید:

$$V_{AF}^I = \frac{1}{2}\mathbf{S}_I^T \mathbf{S}_I + \frac{1 - e_m}{2\rho}(\hat{\beta} - \bar{\beta})^2 \quad (37)$$

حالت ۱: اگر $\xi \geq \beta\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|$ باشد، با جایگذاری معادلات (۳۳) و (۳۴) در مشتق زمانی V_{AF}^I داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{AF}^I &= \mathbf{S}_I^T \dot{\mathbf{S}}_I \\ &\quad + \frac{1 - e_m}{\rho}(\hat{\beta} - \bar{\beta})\dot{\hat{\beta}} \\ &= \mathbf{S}_I^T \mathbf{DM}_R^{-1}([\mathbf{I}_3 - \mathbf{E}(t)]\mathbf{u}_{AF} + \mathbf{d} \\ &\quad - \mathbf{E}(t)\mathbf{u}_N) + \frac{1 - e_m}{\rho}(\dot{\hat{\beta}} \\ &\quad - \bar{\beta})\rho(\|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| - \mu\hat{\beta}) \\ &\leq -(1 - e_m)[\bar{\beta} \\ &\quad - \frac{\sqrt{3}e_m\|\mathbf{u}_N\|_\infty + d_{\max}}{1 - e_m}] \\ &\quad \times \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \\ &\quad - \mu(1 - e_m)(\hat{\beta} - \bar{\beta})\dot{\hat{\beta}} \end{aligned} \quad (38)$$

۳-۵. کنترل فعال ارتعاشات

اگرچه کنترل وضعیت پیشنهادی در بخش پیش توانایی پایدارسازی مانور وضعیت در حضور اغتشاشات و خطاهای عملگر دارد، اما ممکن است منجر به تحریک موده‌های انعطاف‌پذیر فضاپیماهای انعطاف‌پذیر که دارای سازه‌های سبک، بزرگ و پیچیده مانند پنل‌های خورشیدی شود. در این بخش از روش کنترل فعال ارتعاشات فیدبک نرخ کرنش با استفاده از وصله‌های حسگر/عملگر پیزوالکتریک جهت کنترل ارتعاشات بخش‌های انعطاف‌پذیر حین و پس از مانور استفاده شده است.

جریان خروجی حسگر پیزوالکتریک، نرخ کرنش پنل‌های انعطاف‌پذیر را اندازه‌گیری می‌کند:

$$\begin{aligned} V_s(t) &= G_C i(t) \\ &= G_C e_{31} \left(\frac{h_b}{2} \right. \\ &\quad \left. + h_p \right) z_p \int_0^{L_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi^k(x) \dot{\eta}_k(t) dx \end{aligned} \quad (44)$$

که در آن G_C بهره تنظیم‌کننده علامت، $i(t)$ جریان مدار، $e_{31}(t)$ ثابت شارژ/تنش پیزوالکتریک و $\psi^k(x)$ تابع شکل است. همچنین z_p ، h_p و L_p به ترتیب عرض، ضخامت و طول وصله‌های پیزوالکتریک می‌باشند. ولتاژ ورودی عملگرهای پیزوالکتریک V_a به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_a = K_{pzt} V_s(t) \quad (45)$$

بطوریکه در آن K_{pzt} بهره کنترلی است. نیروی کنترل f_c تولید شده توسط عملگر که بر روی وصله‌ها اعمال می‌شود با استفاده از نظریه گشتاور خمشی به صورت زیر استخراج می‌شود [۳۵]:

$$f_c = E_P d_{31} z_p \left(\frac{h_b + h_p}{2} \right) \int_0^{L_p} \frac{\partial}{\partial x} \psi^k(x) dx V_a(t) \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{AF}^I &= -\frac{1-e_m}{\rho} \hat{\beta}^2 \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|^2 \\ &+ (1-e_m) \hat{\beta} \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \\ &- (1-e_m) \left[\bar{\beta} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{3} e_m \|u_N\|_{\infty} + d_{\max}}{1-e_m} \right] \\ &\times \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| + (1-e_m) (\hat{\beta} \\ &- \bar{\beta}) \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| \\ &- \mu(1-e_m) (\hat{\beta} - \bar{\beta}) \hat{\beta} \end{aligned} \quad (41)$$

با توجه به $\xi < \hat{\beta} \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|$ به راحتی می‌توان اثبات نمود ترم $\hat{\beta} \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| = \xi/2$ با مقدار $\hat{\beta} \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\| = \xi/2$ به بیشینه مقدار خود $(1-e_m)\xi/2$ می‌رسد. بنابراین، با توجه به لم ۳ و توضیحات موجود در حالت اول، می‌توان معادله (۴۱) را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V}_{AF}^I \leq \delta (V_{AF}^I)^{1/2} + \eta_2 \quad (42)$$

که در آن δ_1 و δ_2 تعاریف یکسانی همانند حالت اول دارند، و η_2 یک ثابت مثبت است که به صورت $\eta_2 = \frac{1-e_m}{4} (\mu \bar{\beta}^2 + 4\mu \bar{\beta} + \xi)$ با ترکیب هر دو حالت بالا، برای هر مقدار $\hat{\beta} \|(\mathbf{DM}_R^{-1})^T \mathbf{S}_I\|$ داریم:

$$\dot{V}_{AF}^I \leq \delta (V_{AF}^I)^{1/2} + \eta \quad (43)$$

که در آن $\eta = \max[\eta_1, \eta_2] = \frac{1-e_m}{4} (\mu \bar{\beta}^2 + 4\mu \bar{\beta} + \xi)$ پس، مسیر این سامانه در زمان محدود پایدار است [۳۴]. علاوه‌براین، کاهش V_{AF}^I در زمان محدود می‌تواند مسیرهای سیستم حلقه بسته را به $(V_{AF}^I)^{1/2} \leq \eta/\delta(1-\alpha)$ هدایت کند که α یک ثابت مثبت در بازه $0 < \alpha < 1$ می‌باشد. بنابراین، اثبات تکمیل می‌شود.

$$\hat{\omega}(0) = \omega(0) = [0; 0; 0] \text{ rad/s}$$

$$\hat{u}_f(0) = [0; 0; 0] \text{ N.m}$$

همچنین، پارامترهای کنترل نامی و کنترل تحمل پذیر

خطا به صورت $k_p = k_d = 0.5$ ، $k_d = 0.0001$ و

بهره‌های تطبیقی آن $\rho = 0.02$ و $\mu = 0.00025$

است. از طرف دیگر، پارامترهای در نظر گرفته شده

برای طراحی مشاهده‌گر نیز به صورت $\lambda_1 = 400$

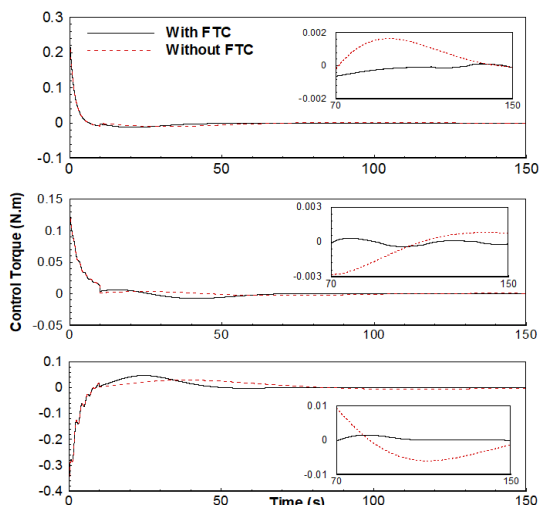
$$\mathbf{K}_1 = \text{diag}[0.0001 \ 0.002 \ 0.004] \quad \text{و} \quad \lambda_2 = \text{diag}[0.0001 \ 0.002 \ 0.004]$$

$$\mathbf{K}_2 = \text{diag}\{0.005 \ 0.005 \ 0.005\} \text{ می‌باشد.}$$

در تمامی شبیه‌سازی‌ها، خطاهای عملگر و اغتشاشات

خارجی وارد بر فضاپیما به صورت یکسان در نظر گرفته

شده است.



شکل ۲. گشتاورهای کنترلی

شکل ۲ گشتاور کنترلی مورد نیاز سامانه را برای حالت

با و بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا نمایش می‌دهد.

همانطور که می‌توان مشاهده کرد، گشتاور اولیه برای

سامانه بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا حدود ۱۰ درصد

افزایش پیدا کرده است.

که در آن E_p مدول یانگ و d_{31} ثابت کرنش وصله‌های

پیزوالکتریک می‌باشد.

۴. نتایج و شبیه‌سازی

در این بخش، اثربخشی رویکردهای کنترلی و

مشاهده‌گر پیشنهادی با شبیه‌سازی عددی نشان داده

شده است. جهت ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های

پیشنهادی، نتایج با کنترل تحمل‌پذیر مود لغزشی

کلاسیک مقایسه شده است. تمامی شبیه‌سازی‌ها در

نرم‌افزار متلب/سیمولینک^{۱۲} با بازه زمانی ۰.۰۰۱ صورت

پذیرفته است.

پارامترهای در نظر گرفته شده برای بدنه اصلی شامل

مشخصات هاب؛ طول هاب $a = 0.3(\text{m})$ ، ممان

$$J_y = 13.44 \text{ (kg.m}^2\text{)}, \quad J_x = 7.31 \text{ (kg.m}^2\text{)}$$

و $J_z = 11.72 \text{ (kg.m}^2\text{)}$ ، مشخصات

پنل‌ها؛ چگالی $\rho_A = 2 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$ ، سفتی خمشی $EI =$

35 (GPa) ، طول $L_m = 2(\text{m})$ ، عرض $w = 0.3(\text{m})$

می‌باشد. قابل ذکر است در شبیه‌سازی‌ها از وصله‌های

پیزوالکتریک A5 استفاده شده است. اغتشاشات

خارجی وارد شده به بدنه صلب و پنل‌های انعطاف‌پذیر

فضاپیما به ترتیب به صورت زیر در نظر گرفته شده

است:

$$d = 0.02 \sin(0.02t) \quad (47)$$

جهت شبیه‌سازی خطا، سناریویی در نظر گرفته شده

است که از همان ابتدای مانور هر عملگر دچار کاهش

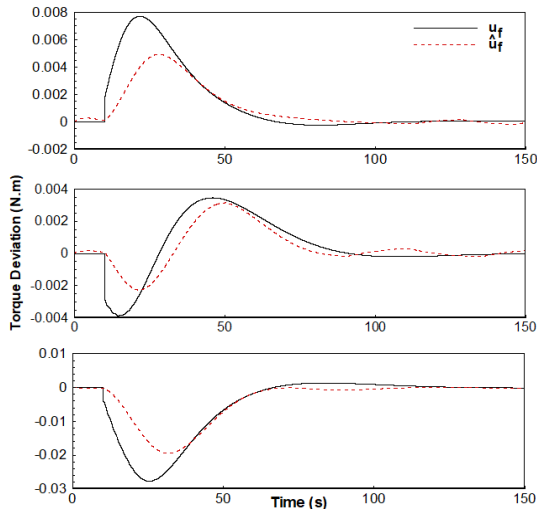
اثربخشی می‌شوند. جزئیات آن به شرح زیر است:

$$e_i = \begin{cases} 0 & t < 10 \\ 0.8 \sin(0.02t) & t \geq 10 \end{cases} \quad (48)$$

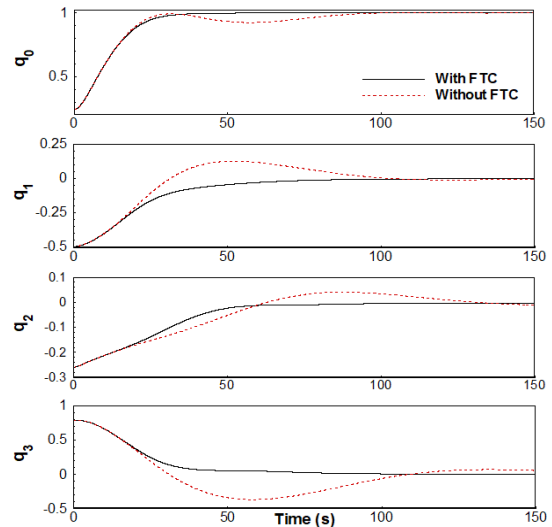
شرایط اولیه کنترل و مشاهده‌گر به صورت زیر در نظر

گرفته شده است:

$$\mathbf{q}(t_0) = [0.2415; -0.5; -0.26; 0.79] \quad (49)$$

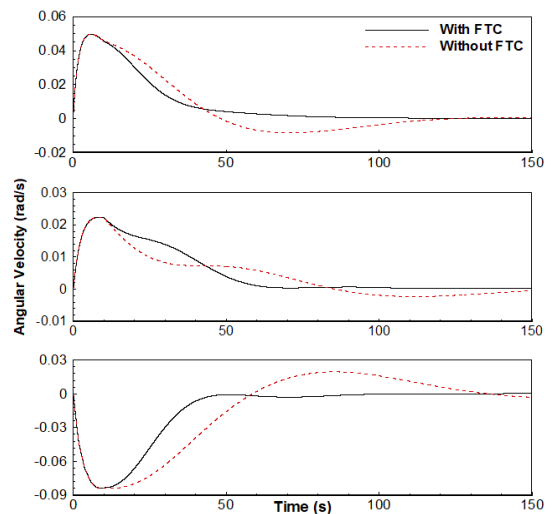


شکل ۵. انحراف تخمینی گشتاور کنترلی به واسطه خطای عملگر



شکل ۳. زوایای مانور (کواترنيون‌ها)

همچنین تلاش کنترلی به واسطه افزودن قابلیت تحمل‌پذیری خطا کاهش یافته است. قابل ذکر است الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات در تمام مدت ماموریت برای هر دو حالت کنترلی فعال است.

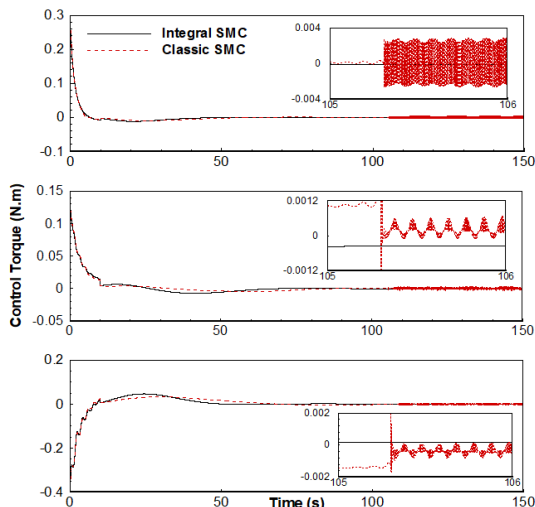


شکل ۴. سرعت‌های زاویه‌ای

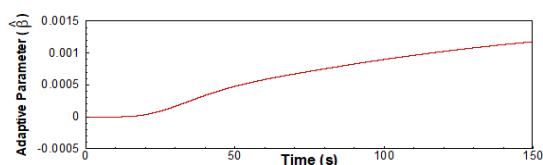
شکل ۳ و ۴ به ترتیب زوایای مانور در قالب کواترنيون‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای را با و بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، سامانه در غیاب کنترل تحمل‌پذیر خطا دچار نوسانات بزرگی در طول مانور می‌شود.

در هر دو نمودار نوسان اولیه سامانه حدود ۲۰ درصد افزایش پیدا می‌کند. همچنین، حالت‌های سامانه با کنترل تحمل‌پذیر خطا پس از حدود ۶۰ ثانیه به مقدار مطلوب می‌رسد. این درحالی است که در الگوریتم بدون قابلیت تحمل‌پذیری خطا، این زمان به بیش از ۱۵۰ ثانیه می‌انجامد.

در شکل ۵، پارامتر $\hat{u}_f(t)$ مقدار واقعی انحراف گشتاور کنترلی و $\hat{u}_f(t)$ مقدار تخمینی انحراف گشتاور کنترلی به واسطه خطای عملگر را نشان می‌دهد. به طور کلی در این شکل می‌توان عملکرد مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده پیشنهادی را مورد بحث قرار داد.

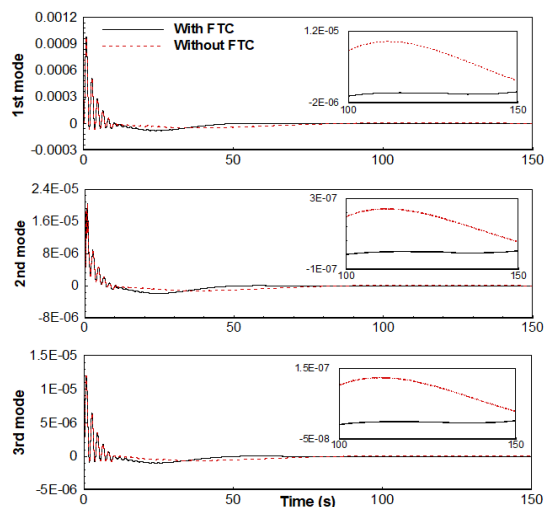


شکل ۷. گشتاورهای کنترلی



شکل ۸. تغییرات پارامتر تطبیقی

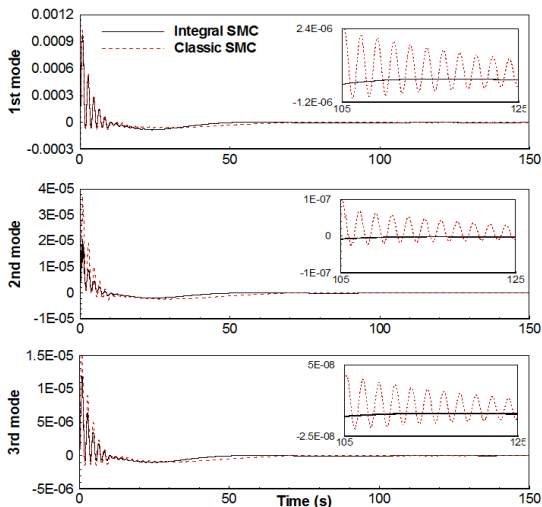
شکل ۷ گشتاور کنترلی سامانه را با دو سطح کلاسیک و انتگرالی نشان می‌دهد. تفاوت رفتار و تلاش کنترلی در هر دو سطح به وضوح مشخص است. نکته قابل توجه چترینگ موجود و نوسانات سامانه دینامیکی در نزدیکی سطح لغزش کلاسیک می‌باشد، که این رفتار به واسطه حضور بهره تطبیقی پیشنهادی در کنترلر تحمل‌پذیر خطا، بهبود یافته است. شکل ۸ تغییرات پارامتر تطبیقی پیشنهادی و به کار برده شده در الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر مود لغزشی انتگرالی را نمایش می‌دهد.



شکل ۶. سه متغیر مودال اول ارتعاشی

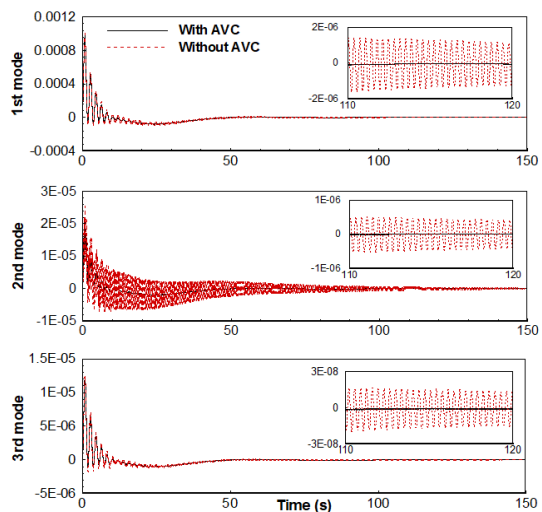
همانطور که مشاهده می‌شود، مشاهده‌گر، تخمین مناسبی (حدود ۸۰ درصد) از مقدار خطا دارد. همچنین، در ۴۰ ثانیه اول مانور، مشاهده‌گر پیشنهادی، گشتاوری که سامانه به واسطه خطای عملگر از دست می‌دهد را شناسایی می‌کند.

شکل ۶، سه متغیر اول مودال ارتعاشی را با و بدون کنترل تحمل‌پذیر خطا به همراه کنترل فعال ارتعاشات مورد بررسی قرار می‌دهد. همانطور که در این نمودارها می‌توان مشاهده کرد، به دلیل کوپلینگ ناشی از دینامیک جسم صلب و انعطاف‌پذیر، بخش‌های انعطاف‌پذیر از رفتار جسم صلب تبعیت می‌کنند. وجود خطا در عملگرهای جسم صلب می‌تواند ارتعاشات بخش‌های انعطاف‌پذیر سامانه را متأثر از خود سازد. در گام بعدی جهت بررسی عملکرد سامانه، قانون کنترل تحمل‌پذیر خطا و مشاهده‌گر پیشنهادی با سطح کلاسیک ارائه شده در مرجع [۳۶] مقایسه شده است.



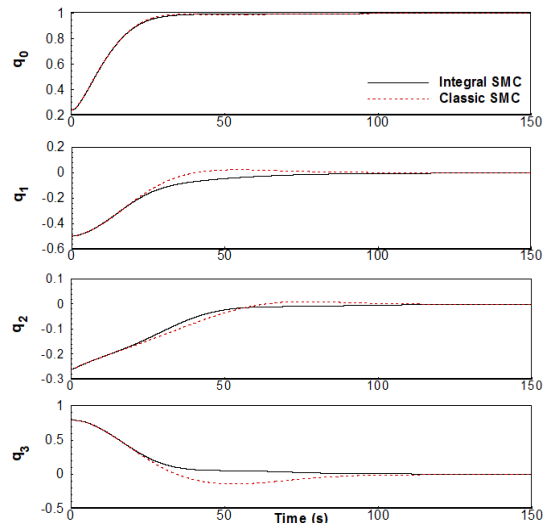
شکل ۱۱. سه متغیر اول مودال ارتعاشی

جهت بررسی اثر عملکرد الگوریتم‌های کنترل تحمل‌پذیر خطای عملگر وضعیت پیشنهادی و کلاسیک بر رفتار بخش‌های انعطاف‌پذیر، جابجایی مودال سه متغیر اول ارتعاشی برای هر دو الگوریتم در شکل ۱۱ مقایسه شده است.

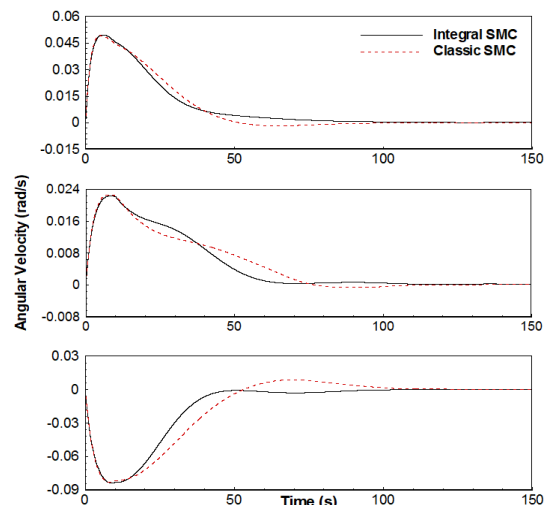


شکل ۱۲. سه متغیر اول مودال ارتعاشی

الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای پیشنهادی به خوبی قادر به کاهش ارتعاشات سامانه حین و پس از مانور شده است. همانطور که می‌توان مشاهده کرد، در الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای کلاسیک، بخش‌های



شکل ۹. زوایای مانور (کواترنیون‌ها)



شکل ۱۰. سرعت‌های زاویه‌ای

شکل‌های ۹ و ۱۰ حالت‌های سامانه در قالب کواترنیون‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای را برای این دو سطح نمایش می‌دهد. همانطور که می‌توان مشاهده کرد، زمان پایدارسازی زوایای مانور و سرعت زاویه‌ای الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای پیشنهادی نسبت به کنترل مود لغزشی کلاسیک به مراتب کمتر می‌باشد.

انعطاف‌پذیر حتی با پیاده‌سازی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات، دارای ارتعاشات باقی‌مانده در سامانه می‌باشد. قابل ذکر است، بخش عمده این نوسانات به واسطه پدیده چترینگ در سامانه ظاهر شده است. از طرف دیگر، برای بررسی اثر کنترل فعال ارتعاشات بر عملکرد سامانه، تاریخچه زمانی سه متغیر اول مودال در حالت با و بدون فعال‌سازی این الگوریتم به صورت همزمان با الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر مود لغزشی انتگرالی در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. می‌توان مشاهده کرد که با فعال‌سازی کنترل ارتعاشات، اثر تقابلی دینامیک جسم صلب و انعطاف‌پذیر به حداقل خواهد رسید و کنترل وضعیت در محیطی با اغتشاشات داخلی کمتر به عملکرد خود ادامه خواهد داد.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، به طراحی یک کنترل تحمل‌پذیر خطای مبتنی بر الگوریتم مود لغزشی انتگرالی تطبیقی به همراه کنترل فعال ارتعاشات فضاپیما، انعطاف‌پذیر در معرض خطای عملگر و اغتشاشات خارجی پرداخته شده است. الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی انتگرالی تطبیقی به گونه‌ای طراحی شده است

۶. منابع

که مسیر سامانه در زمان محدود پایدار شود. هنگامیکه عملگر دچار خرابی می‌شود، الگوریتم کنترل تحمل‌پذیر خطای پیشنهادی از همان ابتدای مانور به جبران این خطا می‌پردازد. الگوریتم کنترل پیشنهادی، فاز رسیدن به سطح لغزش را که در الگوریتم‌های کلاسیک کنترل مود لغزشی صورت می‌گیرد، حذف کرده و از همان ابتدا وارد مود لغزش می‌شود. جهت تخمین خطای عملگر از یک مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده با وجود تابع علامت در ساختار آن استفاده شده است که از جمله خواص آن افزایش قوام سامانه در مقابل اغتشاشات خارجی است. همچنین مشاهده شد که مشاهده‌گر پیشنهادی، همگرایی خطاهای تخمین زده شده را مستقل از ورودی کنترل وضعیت تضمین کرده است. همچنین، الگوریتم فیدبک نرخ کرنش به عنوان کنترل فعال ارتعاشات، نوسانات باقی‌مانده ناشی از خطای عملگر، کوپلینگ دینامیکی جسم صلب و جسم انعطاف‌پذیر را حین و پس از مانور کاهش داده است. از جمله فعالیت‌های آتی نویسندگان، استفاده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین جهت تخمین خطای عملگرها می‌باشد.

- [۱] Dong R.-Q., Wu A.-G., Zhang Y. and Duan G.-R., "Anti-unwinding sliding mode attitude control via two modified Rodrigues parameter sets for spacecraft," *Automatica*, 2021, vol. 129, p. 109642.
- [۲] Wenjie D., Dayi W. and Chengrui L., "Integral sliding mode fault-tolerant control for spacecraft with uncertainties and saturation," *Asian Journal of Control*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 372-381.
- [۳] Zhang X. and Huang W., "Adaptive sliding mode fault tolerant control for interval Type-2 fuzzy singular fractional-order systems," *Journal of Vibration and Control*, 2022, vol. 28, no. 3-4, pp. 465-475.
- [۴] Aydin M. N. and Coban R., "PID sliding surface-based adaptive dynamic second-order fault-tolerant sliding mode control design and experimental application to an electromechanical system," *International Journal of Control*, 2022, vol. 95, no. 7, pp. 1767-1776.

- [۵] Khan A. H. and Li S., “Sliding mode control with PID sliding surface for active vibration damping of pneumatically actuated soft robots,” *IEEE Access*, 202 , vol. 8, pp. 88793-88800.
- [۶] Jiang Y., Hu Q. and Ma G., “Adaptive backstepping fault-tolerant control for flexible spacecraft with unknown bounded disturbances and actuator failures,” *ISA transactions*, 2010, vol. 49, no. 1, pp. 57-69.
- [۷] Zou T., Wu H. ,Sun W. and Zhao Z., “Adaptive neural network sliding mode control of a nonlinear two-degrees-of-freedom helicopter system,” *Asian Journal of Control*, 2022,
- [۸] Huo B., Xia Y., Yin L. and Fu M., “Fuzzy adaptive fault-tolerant output feedback attitude-tracking control of rigid spacecraft,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2016, vol. 47, no. 8, pp. 1898-1908.
- [۹] Chai R., Tsourdos A., Gao H., Xia Y. and Chai S., “Dual-loop tube-based robust model predictive attitude tracking control for spacecraft with system constraints and additive disturbances,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, vol. 69, no. 4, pp. 4022-4033.
- [۱۰] Rubagotti M., Estrada A., Castañón F., Ferrara A. and Fridman L., “Integral sliding mode control for nonlinear systems with matched and unmatched perturbations,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, vol. 56, no. 11, pp. 2699-2704.
- [۱۱] Gao Z., Han B., Jiang G., Lin J. and Xu D., “Active fault tolerant control design approach for the flexible spacecraft with sensor faults,” *Journal of the Franklin Institute*, 2017, vol. 354, no. 18, pp. 8038-8056.
- [۱۲] Han Y., Biggs J. D. and Cui N., “Adaptive fault-tolerant control of spacecraft attitude dynamics with actuator failures,” *Journal of Guidance ,Control, and Dynamics*, 2015, vol. 38, no. 10, pp. 2033-2042.
- [۱۳] Chen W. and Saif M., “Observer-based fault diagnosis of satellite systems subject to time-varying thruster faults,” 2007,
- [۱۴] Mao Z., Yan X.-G., Jiang B. and Chen M., “Adaptive fault-tolerant sliding-mode control for high-speed trains with actuator faults and uncertainties,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, vol. 21, no. 6, pp. 2449-2460.
- [۱۵] Guo B. and Chen Y., “Adaptive fast sliding mode fault tolerant control integrated with disturbance observer for spacecraft attitude stabilization system,” *ISA transactions*, 2019, vol. 94, pp. 1-9.
- [۱۶] Shen Q., Wang D., Zhu S. and Poh K., “Finite-time fault-tolerant attitude stabilization for spacecraft with actuator saturation,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, vol. 51, no. 3, pp. 2390-2405.
- [۱۷] Ashayeri L., Doustmohammadi A. and Saberi F. F., “Fault-tolerant control of flexible satellite with infinite-dimensional model,” *Advances in Space Research*, 2021, vol. 68, no. 7, pp. 3080-3092.
- [۱۸] Jia Q., Chen W., Zhang Y. and Li H., “Fault reconstruction for Takagi–Sugeno fuzzy systems via learning observers,” *International journal of Control*, 2016, vol. 89, no. 3, pp. 564-578.
- [۱۹] Hu H., Liu L. ,Wang Y., Cheng Z. and Luo Q., “Active fault-tolerant attitude tracking control with adaptive gain for spacecrafts,” *Aerospace Science and Technology*, 2020, vol. 98, p. 105706.
- [۲۰] Liu C., Vukovich G., Sun Z. and Shi K., “Observer-based fault-tolerant attitude control for spacecraft with input delay,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2018, vol. 41, no. 9, pp. 2041-2053.
- [۲۱] Gao S., Jing Y., Dimirovski G. M. and Zheng Y., “Adaptive fuzzy fault-tolerant control for the attitude tracking of spacecraft within finite time,” *Acta Astronautica*, 2021, vol. 189, pp. 166-180.

- [۲۲] Bailey T. and Hubbard Jr J. E., "Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1985, vol. 8, no. 5, pp. 605-611.
- [۲۳] Hu Q. and Ma G., "Spacecraft vibration suppression using variable structure output feedback control and smart materials," 2006.
- [۲۴] Song G. and Kotejshyer B., "Vibration reduction of flexible structures during slew operations," *International Journal of Acoustics and Vibration*, 2002, vol. 7, no. 2, pp. 105-109.
- [۲۵] Cao T., Gong H., Cheng P. and Xue Y., "A novel learning observer-based fault-tolerant attitude control for rigid spacecraft," *Aerospace Science and Technology*, 2022, vol. 128, p. 107751.
- [۲۶] Liang X., Wang Q., Hu C. and Dong C., "Fixed-time observer based fault tolerant attitude control for reusable launch vehicle with actuator faults," *Aerospace Science and Technology*, 2020, vol. 107, p. 106314.
- [۲۷] Shahravi M. and Azimi M., "Attitude and vibration control of flexible spacecraft using singular perturbation approach," *International Scholarly Research Notices*, 2014, vol. 2014,
- [۲۸] Xu Y.-T., Wu A.-G., Zhu Q.-H. and Dong R.-Q., "Observer-based sliding mode control for flexible spacecraft with external disturbance," *IEEE Access*, 2020, vol. 8, pp. 32477-32484.
- [۲۹] Hu Q., "Robust adaptive sliding-mode fault-tolerant control with L2-gain performance for flexible spacecraft using redundant reaction wheels," *IET control theory & applications*, 2010, vol. 4, no. 6, pp. 1055-1070.
- [۳۰] Zhang L., Hua C. and Guan X., "Distributed output feedback consensus tracking prescribed performance control for a class of non-linear multi-agent systems with unknown disturbances," *IET Control Theory & Applications*, 2016, vol. 10, no. 8, pp. 877-883.
- [۳۱] Corless M. and Leitmann G., "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, vol. 26, no. 11, pp. 1139-1144.
- [۳۲] Azimi M., Eghlimi Dezh M. and Alikhani A., "Integral Sliding Mode Fault-Tolerant Control and Active Vibration Suppression of a Flexible Spacecraft in the Presence of External Disturbances," *Aerospace Mechanics*, 2023, vol. 19, no. 1, pp. 137-151 (In persian).
- [۳۳] Feng Y., Yu X. and Man Z., "Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators," *Automatica*, 2002, vol. 38, no. 12, pp. 2159-2167.
- [۳۴] Zhu Z., Xia Y. and Fu M., "Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time convergence," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, vol. 21, no. 6, pp. 686-702.
- [۳۵] Azimi M. and Sharifi G., "A hybrid control scheme for attitude and vibration suppression of a flexible spacecraft using energy-based actuators switching mechanism," *Aerospace Science and Technology*, 2018, vol. 82, pp. 140-148.
- [۳۶] McDuffie J., Shtessel Y., McDuffie J. and Shtessel Y., "A sliding mode controller and observer for satellite attitude control," in *Guidance, Navigation, and Control Conference*, 1997, p. 3755.

پی نوشت

¹ Chattering

² Switching

³ Shen et. al

⁴ Ashayeri et. al.

⁵ Hu et. al

-
- ⁶ Liu et. al.
 - ⁷ Gao et. al.
 - ⁸ Bailey and Hubbard
 - ⁹ Hu and Ma
 - ¹⁰ Song et. al.
 - ¹¹ Quaternions
 - ¹² MATLAB/Simulink