

# حل تحلیلی پاسخ سیستم جفت شده سازه‌ای - آکوستیکی یک محفظه مستطیلی با صفحه انعطاف پذیر و لایه ویسکوالاستیک

وحید خرمی‌راد\*

علی اصغر جعفری

دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک طراحی کاربردی

استاد مهندسی مکانیک طراحی کاربردی

دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی

دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی

v.khorrami@email.kntu.ac.ir

ajafari@kntu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۰/۱۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۲/۶

## چکیده

در این مقاله، مدل سازی تحلیلی و بررسی پاسخ یک سیستم جفت شده سازه‌ای - آکوستیکی شامل یک فضای محصور آکوستیکی مستطیلی با دیواره انعطاف پذیر و لایه ویسکوالاستیک ارائه شده است. مدل سازی سیستم با استفاده از روش ریلی-ریتز<sup>۱</sup> و چارچوب نظری جفت شدگی سازه-آکوستیک در شرایط جفت شدگی ضعیف<sup>۲</sup> انجام شده و پاسخ ارتعاشی دیواره انعطاف پذیر با در نظر گرفتن اثر میرایی ویسکوالاستیک محاسبه شده است. سپس پاسخ آکوستیکی داخل حفره از طریق حل رابطه موج و لحاظ برهم کنش سازه-سیال تعیین شده است. به منظور بررسی اثر پارامترهای سازه‌ای و مواد میرایی‌زا، تغییر ضخامت دیواره انعطاف پذیر در سه مقدار مختلف (۳، ۵ و ۷ میلی متر) و همچنین افزودن لایه ویسکوالاستیک مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که ضخامت دیواره و خواص ویسکوالاستیک تأثیر قابل توجهی بر دامنه پاسخ‌های ارتعاشی و فشار صوتی داخل محفظه دارند و می‌توانند موجب کاهش مؤثر ارتعاش و نوفه داخلی شوند. در ادامه، نتایج تحلیلی با شبیه سازی اجزای محدود در نرم افزار انسیس<sup>۳</sup> مقایسه شده و همخوانی مناسبی بین آن‌ها مشاهده شده است که اعتبار مدل تحلیلی ارائه شده و قابلیت کاربرد آن در تحلیل و طراحی سیستم‌های کاهش ارتعاش و نوفه در محفظه‌های مهندسی را نشان می‌دهد. نوآوری اصلی این پژوهش، ارائه یک مدل تحلیلی است که قادر است سهم مستقل سختی خمشی صفحه و میرایی ویسکوالاستیک را در کاهش پاسخ آکوستیکی در بازه‌های فرکانسی مختلف کمی کند. این مدل نشان می‌دهد که در فرکانس‌های پایین، اثر ضخامت صفحه کاملاً بر میرایی ویسکوالاستیک غالب است، در حالی که در فرکانس‌های بالا یک اثر هم افزا مشاهده می‌شود.

**واژگان کلیدی:** جفت شدگی سازه‌ای-آکوستیکی، صفحه انعطاف پذیر، لایه ویسکوالاستیک، حل تحلیلی، پاسخ ارتعاشی -

آکوستیکی

نویسنده مسنول \*

## ۱. مقدمه

سیستم‌های جفت‌شده سازه‌ای-آکوستیکی، شامل یک یا چند سازه‌ی انعطاف‌پذیر در تعامل با یک سیال محصور، در طیف وسیعی از کاربردهای مهندسی از جمله کابین خودرو [۱]، بدنه هواپیما [۲]، اتافک شناورها [۳] یافت می‌شوند. در این فضاها، نوفه داخلی غالباً نه از منابع صوتی مستقیم، بلکه از ارتعاشات القا شده به پوسته و تابش صوتی آن ناشی می‌شود. این برهم‌کنش دوسویه یک مکانیزم ویبروآکوستیکی پیچیده ایجاد می‌کند که می‌تواند سطح نوفه داخلی را تشدید کرده و به‌طور قابل توجهی آسایش سرنشینان را کاهش دهد. از این‌رو، تحلیل و کنترل این پدیده یک ضرورت اساسی در مهندسی صوت و ارتعاشات است و نیازمند مدل‌های محاسباتی دقیق برای پیش‌بینی و بهینه‌سازی رفتار سیستم است.

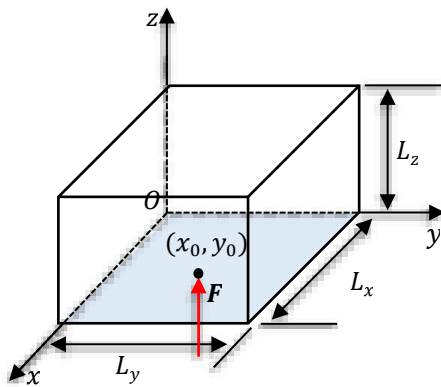
مطالعه‌ی بنیادی سیستم‌های جفت‌شده صفحه-محفظه به آثار کلاسیک داول و واس [۴] بازمی‌گردد. پس از آن، چارچوب تئوری جفت‌شدگی مودها به‌عنوان یک روش تحلیل غالب مطرح شد [۵-۷] و در مطالعات گسترده‌ای برای پیش‌بینی رفتار سیستم‌های ویبروآکوستیکی به کار رفت. مرور پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که پیشرفت‌ها در این زمینه به دو شاخه‌ی اصلی هندسه و شرایط مرزی قابل تقسیم است. از نظر هندسی، پژوهش‌ها از حفره‌های مستطیلی منظم [۸-۱۰] به سمت هندسه‌های پیچیده‌تر نظیر استوانه‌ای [۱۱-۱۲] و محفظه‌های نامنظم [۱۳-۱۵] توسعه یافته‌اند. به موازات آن، اثر شرایط مرزی مختلف، از تکیه‌گاه ساده صلب تا تکیه‌گاه الاستیک [۱۶-۱۷] و نیز شرایط جفت‌شدگی جزئی یا کامل بین سازه و

سیال [۱۸-۱۹] بررسی شده است. از منظر روش حل، رویکردهای تحلیلی مبتنی بر بسط ریتز، اگرچه برای هندسه‌های منظم بسیار کارآمد هستند، اما در هندسه‌های پیچیده با چالش مواجه‌اند. این محدودیت منجر به توسعه‌ی روش‌های عددی و نیمه‌تحلیلی برای مسائل صنعتی شده است [۲۰-۲۲]. همچنین، بسته به چگالی سیال، رفتار جفت‌شدگی به دو رژیم "قوی" برای سیالات سنگین [۲۳، ۲۴] و "ضعیف" برای هوا تقسیم می‌شود [۲۵] که مقاله حاضر بر کاربردهای عملی در رژیم جفت‌شدگی ضعیف متمرکز است.

برای کاهش اثرات نامطلوب جفت‌شدگی، استفاده از مواد ویسکوالاستیک به‌عنوان لایه‌های میرایی‌زا مورد توجه فزاینده‌ای قرار گرفته است. این مواد با خاصیت ویسکوز و الاستیک خود، انرژی ارتعاشی را از طریق اتلاف حرارتی مستهلک می‌کنند. مرور جامع ژو و همکاران [۲۶] مدل‌های رفتاری مختلف این مواد را طبقه‌بندی کرده است. پژوهش‌های بعدی، از جمله ونک و همکاران [۲۷] وابستگی شدید مدول ذخیره و ضریب اتلاف این مواد به فرکانس و دما را از طریق تحلیل دینامیکی-مکانیکی تأیید کرده‌اند. در حوزه آکوستیک، پژوهش‌ها نشان داده‌اند که لایه‌های ویسکوالاستیک می‌توانند علاوه بر میرایی سازه‌ای، به جذب صوت و کاهش شدت فشار صوتی داخلی نیز کمک کنند. برای مثال، ژانگ و همکاران [۲۸] نشان دادند که میرایی ساختاری می‌تواند منجر به جذب صوتی پهن‌بند در فرکانس‌های پایین شود. چن و همکاران [۲۹] نیز اثر مطلوب این مواد را در کاهش نوفه تابشی پوسته‌های مخروطی در زیر آب نشان داده‌اند. با این حال، وجه مشترک این مطالعات آن است که اثر میرایی ویسکوالاستیک همواره به‌صورت ترکیبی

## ۲. مدل‌سازی و پاسخ سیستم جفت‌شده سازه‌ای-آکوستیکی فضای محصور

شماتیک سیستم جفت‌شده سازه‌ای-آکوستیکی فضای محصور مورد مطالعه، در شکل ۱ نمایش داده شده است. این سیستم شامل یک فضای محصور مستطیلی است که پنج دیواره‌ی آن صلب بوده و تنها صفحه پایینی انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده است. صفحه‌ی انعطاف‌پذیر، نازک، همگن و ایزوتروپ بوده و تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده قرار دارد. یک نیروی



شکل ۱. نمای سیستم جفت‌شده سازه‌ای-آکوستیکی فضای محصور

نقطه‌ای عمودی با رفتار هارمونیک  $F_0 e^{i\omega t}$  در نقطه‌ای با مختصات  $(x_0, y_0, 0)$  به صفحه اعمال می‌شود. این تحریک خارجی باعث ارتعاش صفحه شده و از طریق مکانیزم جفت‌شدگی سازه‌ای-آکوستیکی، میدان فشار داخل فضای محصور را تحریک می‌کند. سیال داخل فضای محصور به صورت آکوستیک خطی و تراکم‌پذیر مدل‌سازی شده است. همچنین جابه‌جایی‌های صفحه کوچک فرض شده و از اثرات غیرخطی صرف نظر شده است. هدف، استخراج روابط حاکم و بیان آن‌ها در قالب یک سیستم ماتریسی است تا امکان محاسبه‌ی دقیق پاسخ ارتعاشی صفحه و پاسخ آکوستیکی فضای محصور فراهم شود. ابعاد هندسی فضا، موقعیت صفحه‌ی

با سختی سازه تحلیل می‌شود و یک چارچوب تحلیلی برای تفکیک سهم مستقل این دو مکانیزم ارائه نشده است.

بر اساس بررسی فوق، دو شکاف اصلی در پیشینه پژوهش قابل شناسایی است. نخست، با وجود مطالعات پرشمار ویبروآکوستیک، یک مدل تحلیلی یکپارچه که قادر به بررسی هم‌زمان و تفکیک شده‌ی اثر سختی خمشی صفحه (از طریق تغییر ضخامت) و میرایی ویسکوالاستیک در یک محفظه مستطیلی باشد، ارائه نشده است. دوم، رفتار و سهم غالب هر یک از این دو مکانیزم در بازه‌های فرکانسی مختلف، به طور کمی تبیین نشده است. این خلأ علمی، امکان طراحی هدفمند پوسته‌های آکوستیکی را برای سناریوهای فرکانسی خاص محدود می‌کند.

هدف مقاله حاضر پر کردن شکاف مذکور از طریق ارائه‌ی یک مدل تحلیلی مودال برای یک محفظه‌ی مستطیلی با یک دیواره‌ی انعطاف‌پذیر مجهز به لایه‌ی ویسکوالاستیک است. نوآوری‌های اصلی این پژوهش عبارتند از: (۱) ارائه‌ی یک چارچوب تحلیلی یکپارچه و سریع برای بررسی هم‌زمان اثر ضخامت و میرایی در سیستم‌های جفت‌شده، (۲) تفکیک کمی سهم مستقل سختی خمشی و میرایی ویسکوالاستیک در کاهش سطح فشار صوت ( $SPL^4$ ) داخلی در بازه‌های فرکانسی مختلف و (۳) تبیین فیزیکی پدیده‌های "غلبه‌ی رفتار جرم-سختی" در فرکانس‌های پایین و "اثر هم‌افزای میرایی-سختی" در فرکانس‌های بالا، که می‌تواند راهنمای طراحی هدفمند سازه‌های کم‌نوفه باشد.

انعطاف‌پذیر و سیستم مختصات به‌کاررفته در مدل، در شکل ۱ نشان داده شده است.

برای حل سیستم جفت شده، از روش بسط مودال استفاده شده است. در این روش، میدان فشار آکوستیکی داخل محفظه و جابه‌جایی صفحه انعطاف‌پذیر به ترتیب بر حسب مجموع توابع شکل مود آکوستیک (رابطه ۷) و مود صفحه (رابطه ۱۲) بسط داده می‌شوند. با جای‌گذاری این بسط‌ها در روابط موج و حرکت صفحه و اعمال شرط مرزی جفت‌شدگی (رابطه ۳)، معادلات مودال جفت شده برای دامنه مودها به دست می‌آید. با اعمال قضیه تعامد مودها، دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی به صورت روابط ۹ و ۱۴ ظاهر می‌شوند. در نهایت، با فرض پاسخ هارمونیک در فرکانس تحریک  $\omega$ ، دستگاه معادلات جبری ۱۹ (برای حالت بدون لایه ویسکوالاستیک) و ۲۳ (برای حالت با لایه ویسکوالاستیک) تشکیل می‌شود. حل این دستگاه ماتریسی در هر فرکانس تحریک، دامنه مودهای صفحه و فشار را به دست می‌دهد. سپس پاسخ ارتعاشی صفحه (رابطه ۱۱) و توزیع فشار صوت داخل محفظه (رابطه ۶) بازسازی می‌شوند. توابع شکل مود صفحه و آکوستیک به ترتیب با استفاده از روش ریلی-ریتز و با در نظر گرفتن شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و دیواره صلب انتخاب شده‌اند (روابط ۷ و ۱۲). این توابع یک مجموعه کامل متعامد را تشکیل می‌دهند. روش حل تحلیلی ارائه شده در این مقاله بر اساس چارچوب مودال جفت شده مشابه با مرجع [۳۱] است، با این تفاوت که اثر لایه ویسکوالاستیک به صورت ضریب تلفات ثابت به مدل اضافه شده است.

رابطه موج میدان صدا در فضای محصور مستطیلی را می‌توان به صورت رابطه ۱ نوشت [۳۰]:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

که در آن عملگر لاپلاس  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ،  $p$  برابر فشار صوت درون فضای محصور و  $c$  برابر سرعت صوت در هوا است. فیزیک رابطه موج بدین صورت است که عملگر لاپلاس چگونگی پخش یا گسترش فشار در فضا را توصیف می‌کند در حالی که مشتق دوم نسبت به زمان، نشان دهنده اینرسی هوای تراکم‌پذیر است. تعادل این دو مکانیزم منجر به انتشار امواج صوتی درون فضای محصور می‌شود. شرایط مرزی روی دیواره‌های صلب به صورت رابطه ۲ خواهد بود. دیواره صلب اجازه حرکت سیال عمود بر مرز را نمی‌دهد، بنابراین شار نرمال سرعت صفر است.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

که در آن  $n$  جهت نرمال به سطح است. در صفحه انعطاف‌پذیر، شرط جفت‌شدگی سینماتیکی بین فشار و شتاب صفحه برقرار است. این شرط مهم‌ترین عامل ارتباط بین رفتار سازه و میدان آکوستیک است. در این صفحه، شتاب نرمال سیال برابر با شتاب صفحه است. بنابراین شرایط مرزی دیواره انعطاف‌پذیر به صورت زیر قابل بیان است [۳۰]:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$\Omega_{mnk}^2 = c^2 \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left( \frac{k\pi}{H} \right)^2 \right] \quad (8)$$

هر سه گانه  $(m, n, k)$  یک الگوی موج ایستاده در فضای محصور را تشکیل می‌دهد. سختی فضایی در مجذور اعداد موج، کدگذاری می‌شود؛ ضرب آن در  $c^2$ ، انحنای فضایی را به فرکانس زمانی تبدیل می‌کند. پس از جای‌گذاری در رابطه موج و اعمال قضیه تعامد مودها، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{P}_{mnk} + \Omega_{mnk}^2 P_{mnk} = \rho_0 \sum_{r,s} C_{(rs)(mnk)} \ddot{q}_{rs} \quad (9)$$

در رابطه ۹ مود آکوستیک  $(m, n, k)$  توسط شتاب‌های صفحه هدایت می‌شود. ماتریس  $C_{(rs)(mnk)}$  میزان تحریک مود صفحه  $(r, s)$  را توسط مود آکوستیک  $(m, n, k)$  کمی می‌کند.

در ادامه به مدل‌سازی صفحه سازه پرداخته شده است. پاسخ دینامیکی وجه انعطاف‌پذیر از فضای محصور مستطیلی مورد نظر، تحت نیروی هارمونیک  $F$  واقع در مختصات  $(x_0, y_0)$ ، با رابطه دیفرانسیل زیر بیان می‌شود [۳۰]:

$$D \nabla^4 w(x, y, t) + \rho_p h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p_a(x, y, t) + F_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) e^{i\omega t} \quad (10)$$

که در آن  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  سختی خمشی صفحه،  $E$  مدول الاستیسیته،  $\nu$  ضریب پواسون،  $\rho_p h$  جرم سطحی صفحه،  $h$  ضخامت صفحه،  $\rho_p$  چگالی صفحه و  $w$  برابر جابه‌جایی صفحه در جهت عمود است. صفحه

که در آن چگالی سیال و  $w$  جابه‌جایی در جهت  $z$  است. در آکوستیک خطی، سرعت ذرات آکوستیکی  $u_z$  از طریق رابطه اوایلر به فشار مربوط می‌شوند [۳۰]:

$$\rho_0 \frac{\partial u_z}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4)$$

که در آن  $u_z$  سرعت ذرات سیال در جهت  $z$  است. از آنجایی که ملکول‌های هوا در مجاورت صفحه انعطاف پذیر باید بدون لغزش و جدا شوندگی، دقیقاً همراه با صفحه حرکت کنند، بنابراین:

$$u_z = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (5)$$

ترکیب روابط ۳ و ۴ رابطه شرط مرزی ۵ را نتیجه می‌دهد. برای حل رابطه موج، فشار با استفاده از مودهای طبیعی یک فضای محصور مستطیلی با دیواره صلب مطابق زیر بسط داده می‌شود [۳۰]:

$$p(x, y, z, t) = \sum_{m,n,k} P_{mnk}(t) \Phi_{mnk}(x, y, z) \quad (6)$$

که در آن  $P_{mnk}$  دامنه مود آکوستیک و  $\Phi_{mnk}$  تابع شکل مود است که ضروری است شرایط مرزی دیواره صلب را مطابق زیر برآورد کند [۳۰]:

$$\Phi_{mnk} = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{k\pi z}{H}\right) \quad (7)$$

که در آن  $a$ ،  $b$  و  $H$  به ترتیب ابعاد محفظه در جهت  $x$  و  $y$  و  $z$  هستند. در نتیجه فرکانس طبیعی مودال فضای محصور به صورت زیر محاسبه می‌شود [۳۰]:

$$M_a = I, \quad K_a = \text{diag}(\Omega_{mnk}^2) \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & M_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -C \\ -C^T & K_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

در رابطه ۱۹،  $C$  ماتریس جفت‌شدگی با درایه‌های  $C_{(rs)(mnk)}$  تعریف شده در رابطه ۱۵ است و  $f$  بردار نیروی تعمیم‌یافته می‌باشد.

### ۳. مدل‌سازی لایه‌ی ویسکوالاستیک

در این بخش، اثر افزودن لایه ویسکوالاستیک بر پاسخ ارتعاشی صفحه انعطاف‌پذیر و میدان صوتی فضای محصور مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف اصلی این بخش، ارزیابی نقش میرایی ویسکوالاستیک در کاهش ارتعاشات سازه‌ای و در نتیجه تضعیف پاسخ آکوستیکی سیستم **جفت‌شده** سازه‌ای-آکوستیکی است. به‌منظور حفظ سادگی مدل تحلیلی و تمرکز بر تحلیل رفتار کلی سیستم، از یک مدل ویسکوالاستیک خطی مبتنی بر ضریب تلفات ثابت استفاده شده است.

#### ۳-۱. فرض‌های مدل ویسکوالاستیک

لایه ویسکوالاستیک به‌صورت یکنواخت بر روی صفحه انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده است و فرض می‌شود که (۱) رفتار ماده ویسکوالاستیک خطی است، (۲) تغییرات وابسته به فرکانس خواص ماده لحاظ نمی‌شود، (۳) اثر اصلی لایه ویسکوالاستیک، افزایش میرایی مؤثر صفحه است و (۴) چون تغییرات هندسی و جرم صفحه ناشی از افزودن لایه، در مرتبه دوم اهمیت قرار دارد، از آن صرف نظر شده است. این فرض‌ها با توجه به تمرکز این پژوهش بر بازه فرکانسی پایین و تحلیل اولیه رفتار

انعطاف‌پذیر در تماس با سیال بوده و  $p_a(x, y, t)$  برابر فشار آکوستیکی سیال بر صفحه است. همچنین  $F_0$  برابر نیروی هارمونیک خارجی وارد شده به صفحه است. در ادامه با استفاده از شرط مرزی تکیه‌گاه ساده خواهیم داشت [۳۰]:

$$w(x, y, t) = \sum_{r,s} q_{rs}(t) W_{rs}(x, y) \quad (11)$$

$$W_{rs}(x, y) = \sin\left(\frac{r\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{s\pi y}{b}\right) \quad (12)$$

که در آن  $q_{rs}$  مختصات مودال صفحه و  $W_{rs}$  شکل مود صفحه است.

فرکانس‌های طبیعی صفحه انعطاف‌پذیر برابر خواهد بود با [۳۰]:

$$\omega_{rs}^2 = \frac{D}{\rho_p h} \left[ \left(\frac{r\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{s\pi}{b}\right)^2 \right]^2 \quad (13)$$

بر اساس رابطه ۱۳ سختی صفحه با توان چهارم عدد موج افزایش می‌یابد؛ جرم به صورت خطی افزایش یافته و به تبع آن مدهای مرتبه بالا بسیار سخت‌تر و فرکانس بالاتری پیدا می‌کنند. در ادامه رابطه مودال صفحه به صورت زیر بدست می‌آید [۳۰]:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{rs} + \omega_{rs}^2 q_{rs} &= \frac{F_0 W_{rs}(x_0, y_0)}{\rho_p h} \\ &+ \frac{1}{\rho_p h} \sum_{m,n,k} C_{(rs)(mnk)} P_{mnk} \end{aligned} \quad (14)$$

که ضرایب **جفت‌شدگی** به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\int_0^b \int_0^a W_{rs}(x, y) \Phi_{mnk}(x, y, 0) dx dy \quad (15)$$

$$q = \{q_{rs}\}, \quad P = \{P_{mnk}\} \quad (16)$$

$$M_s = I, \quad K_s = \text{diag}(\omega_{rs}^2) \quad (17)$$

جفت شده، انتخاب شده‌اند و در مطالعات ارتعاشاتی- آکوستیکی کاربرد گسترده‌ای دارند.

### ۲-۳. مدل ضریب تلفات ثابت

برای مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک، مدول الاستیسیته صفحه به صورت یک کمیت مختلط تعریف می‌شود [۲۷]:

$$E^* = E(1 + i\eta) \quad (20)$$

که در آن  $E$  مدول الاستیسیته صفحه و  $\eta$  ضریب تلفات ثابت ماده ویسکوالاستیک است. این پارامتر بیانگر نسبت انرژی تلف شده به انرژی ذخیره شده در هر سیکل ارتعاشی بوده و به طور مستقیم میزان میرایی سازه‌ای را کنترل می‌کند. با استفاده از مدول مختلط، سختی خمشی صفحه نیز به صورت مختلط تعریف می‌شود [۲۷]:

$$D^* = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} = D(1 + i\eta) \quad (21)$$

که در آن  $h$  ضخامت صفحه و  $\nu$  ضریب پواسون است. بخش حقیقی  $D^*$  بیانگر سختی خمشی مؤثر و بخش موهومی آن نشان‌دهنده اتلاف انرژی ناشی از رفتار ویسکوالاستیک است.

### ۳-۳. اثر ویسکوالاستیسیته بر روابط حرکتی صفحه

با در نظر گرفتن سختی خمشی مختلط، فرکانس‌های طبیعی موده‌های صفحه نیز به صورت غیرمستقیم تحت تأثیر قرار می‌گیرند. در این مطالعه، فرکانس‌های طبیعی موده‌های صفحه با استفاده از مقدار قدرمطلق سختی خمشی مختلط محاسبه می‌شوند تا پایداری

عددی حفظ شود، در حالی که بخش موهومی سختی خمشی به عنوان منبع میرایی اضافی در ماتریس سختی دینامیکی لحاظ می‌شود. در حوزه فرکانس، ماتریس سختی دینامیکی مودال صفحه به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$K_s(\omega) = M_s(\omega_p^2 - \omega^2 + 2i\zeta_p\omega_p\omega) + iK_{ve} \quad (22)$$

که در آن  $M_s$  ماتریس جرم مودال صفحه،  $\omega_p$  فرکانس طبیعی موده‌های صفحه،  $\zeta_p$  نسبت میرایی مودال پایه،  $K_{ve}$  مؤلفه میرایی ناشی از ویسکوالاستیسیته است که از بخش موهومی سختی خمشی استخراج می‌شود. این فرمول‌بندی امکان لحاظ کردن اثر ویسکوالاستیک را بدون افزایش مرتبه سیستم یا پیچیدگی روابط فراهم می‌کند.

### ۴-۳. سیستم جفت شده سازه‌ای-آکوستیکی با لایه ویسکوالاستیک

با جایگزینی ماتریس سختی دینامیکی صفحه ویسکوالاستیک در سیستم جفت شده، روابط نهایی سیستم به صورت یک دستگاه ماتریسی بلوکی نوشته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} K_s^* & -L^T \\ -LC & K_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

که در آن  $K_s^*$  ماتریس سختی دینامیکی صفحه ویسکوالاستیک،  $K_a$  ماتریس سختی دینامیکی موده‌های آکوستیکی،  $L$  ماتریس جفت شده سازه-آکوستیک،  $q$  بردار مختصات مودال صفحه و  $p$  بردار دامنه موده‌های آکوستیکی است. این دستگاه برای هر

فرکانس تحریک حل شده و پاسخ ارتعاشی صفحه و فشار صوتی داخل حفره استخراج شده است.

### ۳-۵. مزایا و دامنه کاربرد مدل پیشنهادی

مدل ضریب تلفات ثابت به کاررفته در این مطالعه، اگرچه قادر به بازتولید کامل رفتار وابسته به فرکانس مواد ویسکوالاستیک نیست، اما مزایایی از قبیل: (۱) سادگی و شفافیت فیزیکی، (۲) کارایی محاسباتی بالا، (۳) مناسب برای تحلیل فرکانس پایین و (۴) قابلیت ادغام مستقیم در چارچوب جفت‌شدگی ماتریسی سازه-آکوستیک را دارد.

از این رو، مدل پیشنهادی رویکرد مناسبی برای بررسی تأثیر نسبی لایه‌های ویسکوالاستیک بر کاهش ارتعاش و نوفه در سیستم‌های جفت‌شده سازه‌ای-آکوستیکی محسوب می‌شود. توسعه مدل‌های پیشرفته‌تر وابسته به فرکانس می‌تواند در مطالعات آتی مورد توجه قرار گیرد.

### ۴. نتایج و صحت‌سنجی

در این بخش، کارایی مدل تحلیلی جفت‌شده سازه‌ای-آکوستیکی توسعه‌یافته پیشنهادی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. ابتدا پیکربندی هندسی و شرایط مرزی

جدول ۱. پارامترهای فیزیکی سیال و سازه

پارامتر	علامت	مقدار
چگالی هوا	$\rho_0$	۱/۲۱ kg/m <sup>3</sup>
سرعت صوت	$c$	۳۴۰ m/s
چگالی صفحه	$\rho_p$	۲۷۷۰ kg/m <sup>3</sup>
مدول الاستیسیته	$E$	۷۱۰۹ Pa
ضریب پواسون	$\nu$	۰/۳۳

سیستم معرفی می‌شود و سپس رفتار همگرایی مدل در حوزه مودال و اجباری بررسی خواهد شد تا تعداد مودهای سازه‌ای و آکوستیکی مناسب برای تحلیل تعیین شود. در ادامه، صحت مدل با استفاده از دو مرجع مستقل شامل نتایج گزارش‌شده در پژوهش کیم [۳۱] و تحلیل اجزای محدود مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این اعتبارسنجی شامل مقایسه فرکانس‌های طبیعی، پاسخ‌های ارتعاشی و فشار صوتی در نقاط مشخص شده است.

### ۴-۱. پیکربندی هندسی و تنظیمات عددی

پیکربندی هندسی سیستم جفت‌شده سازه‌ای-آکوستیکی مورد بررسی، در شکل ۱ نشان داده شده است. یک فضای محصور مستطیلی با ابعاد  $a * b * H = 1.5m * 0.3m * 0.4m$  که پنج وجه آن صلب بوده و تنها صفحه‌ی پایینی انعطاف‌پذیر است. این صفحه از جنس آلومینیوم بوده و دارای ضخامت پایه  $h_p = 5mm$  است. شرایط مرزی صفحه به صورت تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شده است.

برای اعتبارسنجی مدل، نیروی تحریک هارمونیک  $F_0$  با دامنه ۱ نیوتن و فرکانس  $\omega$ ، در موقعیت  $(\frac{13a}{30}, \frac{b}{2})$  بر صفحه اعمال می‌شود. پاسخ آکوستیکی سیستم در یک نقطه مشخص داخل فضای محصور با مختصات  $(0.4a, 0.5b, 0.5H)$  محاسبه می‌شود. این نقاط مطابق با مطالعه مرجع و همچنین مدل اجزای محدود انتخاب شده‌اند تا امکان مقایسه دقیق فراهم شود. پارامترهای فیزیکی سیال و سازه به صورت جدول ۱ در نظر گرفته شده‌اند.

برای حل سیستم جفت‌شده، از بسط مودال استفاده شده است؛ بنابراین باید تعداد مودهای سازه‌ای و

آکوستیکی به گونه‌ای انتخاب شده که دقت مناسب با هزینه محاسباتی قابل قبول به دست آید. در این پژوهش تعداد مودهای سازه‌ای و آکوستیکی برابر  $8 \times 8$  در نظر گرفته شده‌اند. این مقادیر بر اساس تحلیل همگرایی انتخاب شده‌اند که در بخش ۲-۴ به تفصیل ارائه می‌شود. شبکه‌گذاری عددی برای محاسبه انتگرال‌های جفت‌شدگی به روش مش‌بندی یکنواخت در دو جهت صفحه با تعداد نقاط  $61 \times 61$  انجام گرفته است.

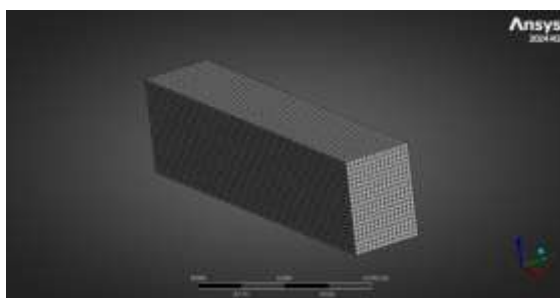
برای اعتبارسنجی مدل تحلیلی، یک حل عددی سه‌بعدی به روش اجزای محدود در محیط انسیس ورک‌بنچ<sup>۵</sup> نسخه ۲۰۲۳ ایجاد شده است. نوع تحلیل از نوع Harmonic Acoustics انتخاب شده و حل عددی توسط ANSYS MAPDL نسخه ۲۰۲۴ انجام شده است. در تنظیمات فیزیکی مدل، هر دو بخش سازه‌ای و آکوستیکی فعال شده‌اند.

مدل سازه (صفحه انعطاف‌پذیر): صفحه فولادی با استفاده از المان پوسته (SHELL181) که دارای چهارگره و هر گره ۶ درجه آزادی است، مدل شده است. ضخامت صفحه به صورت متغیر و برابر با ۳، ۵ و ۷ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی صفحه از نوع تکیه‌گاه ساده بر هر چهار لبه اعمال شده است.

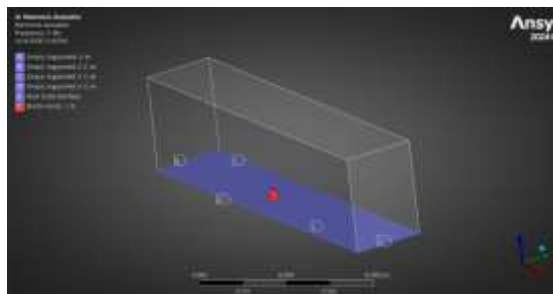
مدل سیال (فضای آکوستیکی): حجم هوای داخل محفظه با المان آکوستیک (FLUID220) که دارای ده گره با یک درجه آزادی فشار در هر گره است، مش‌بندی شده است. برای اعمال برهم‌کنش بین سازه و سیال، یک جفت‌شدگی از نوع Fluid-Solid Interface (FSI) در سطح مشترک صفحه و هوا تعریف شده است.

شبکه‌بندی و همگرایی مش: حداکثر اندازه المان در حوزه آکوستیک برابر ۲ سانتی‌متر انتخاب شده است. برای اطمینان از همگرایی، مدل با دو اندازه مش متفاوت دیگر یعنی ۳ و  $1/5$  سانتی‌متر تحلیل شد که تغییرات نتایج هر سه مدل کمتر از ۲ درصد مشاهده شد. تعداد کل گره‌های مدل نهایی  $1000 \times 212$  و تعداد کل المان‌ها  $250875$  است. شکل ۲ شبکه‌بندی مدل را نشان می‌دهد.

شرایط مرزی و حل: پنج دیواره صلب محفظه به عنوان مرز صلب آکوستیک (شرط سرعت نرمال صفر) تعریف شده‌اند. یک نیروی هارمونیک متمرکز با دامنه ۱ نیوتن در نقطه  $(x_0, y_0)$  به صفحه اعمال شده است. تحلیل در محدوده فرکانسی ۱ تا ۴۰۰ هرتز و با گام فرکانسی ۱ هرتز و به روش پاسخ هارمونیک کامل انجام شده است. همچنین نقطه اندازه‌گیری فشار صوت در داخل محفظه با مختصات (0.4a, 0.5b, 0.5H) منطبق بر مدل تحلیلی انتخاب شده است. شکل ۳ نمایی از شرایط مرزی اعمال شده در نرم‌افزار انسیس را نشان می‌دهد.



شکل ۲. شبکه‌بندی مدل عددی



شکل ۳. هندسه و شرایط مرزی در مدل انسیس

#### ۲-۴. تحلیل همگرایی

برای اطمینان از دقت مدل **جفت‌شده** سازه‌ای-آکوستیکی، ابتدا رفتار همگرایی مدل در برابر افزایش تعداد مودهای صفحه و مودهای آکوستیکی بررسی شد. همان‌گونه که در بخش مدل‌سازی توضیح داده شد، حل سیستم روابط بر پایه‌ی بسط مودال انجام می‌شود؛ بنابراین انتخاب تعداد مودهای سازه‌ای ( $N_p$ ) و آکوستیکی ( $N_a$ ) نقش تعیین‌کننده‌ای در دقت پاسخ دارد. بدین منظور، مجموعه‌ای از ترکیب‌های مختلف در  $(N_p, N_a)$  در نظر گرفته شد و نتایج حاصل با پاسخ حالت مرجع که بیشترین تعداد مود در آن به کار رفته بود  $(N_p^{ref}, N_a^{ref}) = (10, 10)$  مقایسه شد. برای کمی‌سازی همگرایی، سه معیار عددی تعریف و محاسبه شد که عبارتند از میانگین خطای جذر میانگین مربعات بین منحنی سطح فشار صوت محاسبه‌شده و منحنی مرجع، اختلاف فرکانس **قله‌ی** اصلی نسبت به حالت مرجع و اختلاف دامنه‌ی بیشینه سطح فشار صوت. این معیارها علاوه بر ارزیابی روند کلی پاسخ، تغییرات موضعی در ناحیه‌های **تشدید** را نیز آشکار می‌سازند. نتایج این تحلیل در جدول ۲ گزارش شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، با افزایش تعداد مودها، هر سه معیار به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابند و مدل به سرعت به رفتار پایدار نزدیک می‌شود. به‌ویژه،

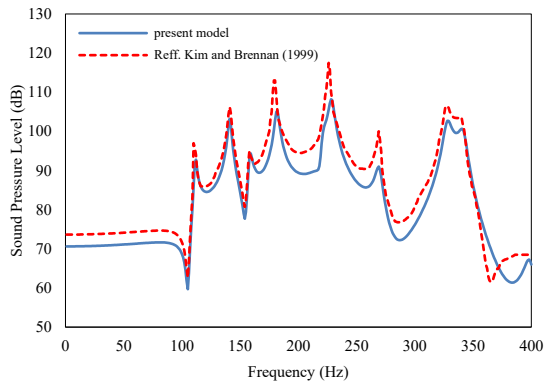
ترکیب  $(N_p, N_a) = (8, 8)$  خطای جذر میانگین مربعات را تا حد بسیار کوچک کاهش می‌دهد و اختلاف فرکانس و دامنه‌ی **قله‌ی** اصلی نیز در این نقطه تقریباً صفر می‌شود. این روند نشان می‌دهد که انتخاب تعداد مودهای یادشده برای ادامه‌ی تحلیل، تعادلی مناسب میان دقت و هزینه‌ی محاسباتی ایجاد می‌کند. در مجموع، نتایج جدول ۲ اعتبار مدل عددی را تأیید کرده و پایداری و همگرایی روش مودال به‌کاررفته را تثبیت می‌کند. این موضوع زمینه را برای انجام مراحل بعدی شامل اعتبارسنجی و مطالعه‌ی پارامتری فراهم می‌سازد.

جدول ۲. مشخصات همگرایی پاسخ

خطای بیشینه دامنه	خطای بیشینه فرکانس	خطای RMS	$N_a$	$N_p$
۱/۱۶۲	۱	۷/۵۴۴	۴	۴
۱/۲۴۹	۱	۷/۳۵۷	۶	۴
۱/۲۴۵	۱	۷/۳۸۹	۸	۴
۱/۲۵۵	۱	۷/۳۷۳	۱۰	۴
۰/۰۵۳	۰	۲/۰۱۸	۴	۶
۰/۰۴۲	۰	۴/۰۴۵	۶	۶
۰/۰۴۵	۰	۳/۲۹۳	۸	۶
۰/۰۴۲	۰	۴/۰۵۴	۱۰	۶
۰/۰۳۶	۰	۱/۵۶۹	۴	۸
۰/۰۲۴	۰	۰/۳۷۸	۶	۸
۰/۰۲۶	۰	۰/۲۱۷	۸	۸
۰/۰۲۳	۰	۰/۲۷۱	۱۰	۸
۰/۰۱۴	۰	۱/۵۸۸	۴	۱۰

#### ۳-۴. اعتبارسنجی مدل با نتایج مرجع

برای ارزیابی صحت مدل تحلیلی پیشنهادی، نتایج حاصل با داده‌های موجود در پژوهش کیم [۳۱] در زمینه جفت‌شدگی سازه-آکوستیک مقایسه شد. در این مقایسه، شرایط هندسی، خواص مکانیکی صفحه،



شکل ۴. پاسخ سطح فشار صوت در محفظه آکوستیکی

۴ ارائه شده است. یافته‌ها نشان می‌دهند که مدل پیشنهادی، فرکانس‌های جفت‌شده را با دقت بسیار بالا بازتولید می‌کند. همچنین شکل پاسخ فرکانسی و

خواص سیال، شرایط مرزی و محل اعمال نیروی تحریک مطابق مدل گزارش‌شده در مقاله‌ی مرجع انتخاب شد تا هم‌خوانی کامل در سناریوی تحلیل برقرار شود. هدف از این مقایسه، بررسی توانایی مدل حاضر در بازتولید رفتار دینامیکی مشترک سازه و میدان آکوستیک در یک حجم محصور است.

منحنی‌های حاصل از فشار صوتی و همچنین فرکانس‌های طبیعی سیستم و ضرایب جفت‌شدگی دینامیکی بین سازه و سیال برای هر دو مدل استخراج شد تا امکان قضاوت دقیق‌تر درباره‌ی عملکرد مدل فراهم شود. نتایج این تحلیل در شکل ۴ و جداول ۳ و

جدول ۳. ضرایب جفت‌شدگی و فرکانس‌های طبیعی صفحه انعطاف پذیر و فضای محصور پژوهش حاضر

مودها	صفحه انعطاف پذیر	(۱،۱)	(۲،۱)	(۳،۱)	(۴،۱)	(۵،۱)	(۶،۱)
فضای محصور	فرکانس طبیعی	۱۴۰/۵۱	۱۵۶/۷۳	۱۸۳/۷۵	۲۲۱/۵۸	۲۷۰/۲۲	۳۲۹/۶۶
(۰،۰،۰)	۰	۱/۰۰۰	۰	۰/۳۳۳	۰	۰/۲۰۰	۰
(۱،۰،۰)	۱۱۳/۳۳	۰	۰/۶۶۶	۰	۰/۲۶۶	۰	۰/۱۷۰
(۲،۰،۰)	۲۲۶/۶۷	-۰/۳۳۴	۰	۰/۵۹۹	۰	۰/۲۳۷	۰
(۳،۰،۰)	۳۴۰/۰۰	۰	-۰/۴۰۱	۰	۰/۵۷۱	۰	۰/۲۲۱

جدول ۴. ضرایب جفت‌شدگی و فرکانس‌های طبیعی صفحه انعطاف پذیر و فضای محصور پژوهش کیم [۳۱]

مودها	صفحه انعطاف پذیر	(۱،۱)	(۲،۱)	(۳،۱)	(۴،۱)	(۵،۱)	(۶،۱)
فضای محصور	فرکانس طبیعی	۱۴۱	۱۵۷	۱۸۴	۲۲۲	۲۷۰	۳۳۰
(۰،۰،۰)	۰	۱/۰۰۰	۰	۰/۳۳۳	۰	۰/۲۰۰	۰
(۱،۰،۰)	۱۱۳	۰	۰/۹۴۳	۰	۰/۳۷۷	۰	۰/۲۴۲
(۲،۰،۰)	۲۲۷	-۰/۴۷۱	۰	۰/۸۴۹	۰	۰/۳۳۷	۰
(۳،۰،۰)	۳۴۰	۰	-۰/۵۶۶	۰	۰/۸۰۸	۰	۰/۳۱۴

موقعیت قله‌های تشدید<sup>۶</sup> هم‌خوانی خوبی با نتایج گزارش‌شده در مقاله‌ی مرجع دارد. دامنه‌ی جذر میانگین مربعات نیز با دقت مناسبی با مرجع تطابق دارد و مقدار آن ۴/۲۶ دسی‌بل است، که این امر نشان می‌دهد مدل حاضر در بازنمایی تأثیر متقابل صفحه و میدان آکوستیک عملکرد قابل اتکایی دارد. به طور کلی، این مقایسه تأیید می‌کند که مدل تحلیلی توسعه داده‌شده، قادر است رفتار جفت شده سازه-آکوستیک را با دقتی قابل مقایسه با روش‌های تثبیت‌شده و گزارش‌شده در ادبیات علمی پیش‌بینی کند. این اعتبارسنجی فاز مهمی از توسعه‌ی مدل بوده و پشتوانه‌ای برای استفاده از آن در تحلیل‌های پارامتری و بررسی اثر لایه‌ی ویسکوالاستیک به شمار می‌رود.

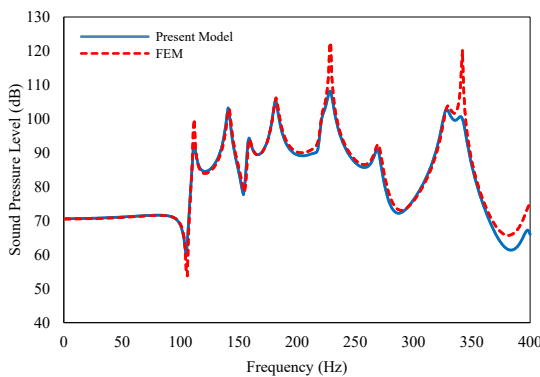
#### ۴-۴. مقایسه حل تحلیلی و حل عددی اجزای محدود

مدل تحلیلی ابتدا در بخش ۳-۴ با استفاده از نتایج مرجع [۳۱] اعتبارسنجی شده است. در این بخش، به منظور تأیید تکمیلی، یک مدل اجزای محدود در انسیس ورک‌بنچ ایجاد و نتایج آن با مدل تحلیلی مقایسه می‌شود. بدین ترتیب ضمن حفظ ترتیب منطقی اعتبارسنجی، تطابق خوبی بین دو روش مشاهده می‌شود.

مقایسه نتایج مدل تحلیلی با حل اجزای محدود برای مدل پایه (بدون لایه ویسکوالاستیک) در شکل ۵ نشان می‌دهد که در بیشتر محدوده فرکانسی، اختلاف دامنه کمتر از ۳ دسی‌بل است. اما در برخی قله‌های تشدید، به ویژه در فرکانس‌های بالاتر، اختلاف دامنه به

حدود ۱۰-۱۵ دسی‌بل می‌رسد. دلایل اصلی این اختلاف عبارتند از:

۱. مدل میرایی متفاوت: در مدل تحلیلی، میرایی تنها به صورت مودال و با ضریب ثابت ( $\zeta$ ) در نظر گرفته شده است، در حالی که حل اجزای محدود در انسیس به طور پیش‌فرض از میرایی مادی و ساختاری بیشتری (حتی در غیاب لایه ویسکوالاستیک) بهره می‌برد. این تفاوت در میرایی، به ویژه در فرکانس‌های بالا که پاسخ به میرایی حساس‌تر است، می‌تواند اختلاف دامنه را تشدید کند.



شکل ۵. پاسخ سطح فشار صوت در محفظه آکوستیکی با ابعاد  $(a, b, H) = (1.5, 0.3, 0.4)$  در مختصات  $(0.4a, 0.5b, 0.5H)$  تحت نیروی واحد هارمونیک در مختصات  $(\frac{13a}{30}, \frac{b}{2})$

۲. ساده‌سازی شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده: در مدل تحلیلی، شرایط مرزی به صورت ایده‌آل (صفر بودن جابه‌جایی و دوران در چهار لبه) اعمال شده است. در مدل عددی، به دلیل ماهیت گسسته‌سازی و انعطاف‌پذیری واقعی المان‌های پوسته، شرایط مرزی ممکن است دقیقاً با حالت ایده‌آل منطبق نباشد. این

تفاوت در فرکانس‌های بالا و در قله‌های تشدید تیز، تأثیر بیشتری بر دامنه پاسخ می‌گذارد.

۳. خطای عددی و همگرایی مش: علی‌رغم بررسی همگرایی و انتخاب اندازه المان ۲ سانتی‌متر، در فرکانس‌های بالا (نزدیک ۴۰۰ هرتز) طول موج کوتاه‌تر است و خطای ذاتی روش اجزای محدود می‌تواند منجر به اختلاف بیشتر در دامنه شود.

علی‌رغم این اختلافات در دامنه مطلق قله‌ها، موقعیت فرکانسی قله‌های اصلی در دو مدل حداکثر ۲ هرتز اختلاف دارد و روند کلی پاسخ فرکانسی (تعداد و ترتیب قله‌ها) در هر دو روش مشابه است. از آنجا که هدف اصلی مقاله بررسی تغییرات نسبی پاسخ آکوستیکی در اثر تغییر ضخامت صفحه و افزودن لایه ویسکوالاستیک است، مدل تحلیلی ارائه‌شده برای تحلیل‌های پارامتری و مقایسه‌ای معتبر خواهد بود. همچنین مقادیر RMS خطا در کل بازه فرکانسی حدود ۲/۵۶ دسی‌بل محاسبه شده است که نشان‌دهنده دقت قابل قبول مدل تحلیلی است.

این سطح از انطباق نشان می‌دهد که مدل تحلیلی قادر است رفتار دینامیکی و آکوستیکی سیستم را با دقتی معادل تحلیل عددی پیشرفته بازتولید کند. از آنجا که برای کاربردهای با هندسه منظم مشابه مسئله حاضر، روش تحلیلی از سرعت و شفافیت بیشتری برخوردار است، می‌تواند به عنوان ابزاری کارآمد در مطالعات پارامتری مقدماتی مورد استفاده قرار گیرد.

#### ۴-۵. ارزیابی کاهش انتقال صوت

به منظور بررسی کمی عملکرد آکوستیکی سیستم و قابلیت آن در جلوگیری از انتقال صوت به داخل حفره، معیار افت انتقال صوت ( $STL^7$ ) محاسبه شده است. این معیار به صورت لگاریتم نسبت توان صوتی وارده به صفحه ( $W_{in}$ ) به توان صوتی عبوری به داخل حفره ( $W_{out}$ ) تعریف می‌شود [۳۰]:

$$STL = 10 \log_{10} \left( \frac{W_{in}}{W_{out}} \right) \quad (24)$$

توان ورودی ناشی از نیروی هارمونیک نقطه‌ای  $F_0 e^{i\omega t}$  که در نقطه  $(x_0, y_0)$  به صفحه اعمال می‌شود، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$W_{in} = \frac{1}{2} F_0 \omega \operatorname{Im} \left( \sum_{r,s} q_{rs}^* W_{rs}(x_0, y_0) \right) \quad (25)$$

$$W_{in} = \frac{1}{2} F_0 \omega \operatorname{Im} \left( \sum_{r,s} q_{rs}^* W_{rs}(x_0, y_0) \right) \quad (26)$$

توان عبوری (توان صوتی منتقل شده از صفحه به داخل حفره) با انتگرال شدت صوت روی سطح صفحه به دست می‌آید و در حوزه مودال به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$W_{out} = \frac{1}{2} \omega \operatorname{Im} \left( \sum_{m,n,k} \sum_{r,s} P_{mnk} q_{rs}^* C_{(rs)(mnk)} \right) \quad (27)$$

در روابط فوق،  $q_{rs}^*$  مختصات مودال صفحه،  $W_{rs}(x_0, y_0)$  مقدار تابع شکل مود صفحه در محل اعمال نیرو،  $P_{mnk}$  دامنه مودهای آکوستیک و  $C_{(rs)(mnk)}$  ضریب جفت‌شدگی تعریف‌شده در رابطه ۱۵ هستند. همه کمیت‌ها در حوزه فرکانس محاسبه

شده و مقادیر کاهش انتقال صوت برای هر گام فرکانسی استخراج شده است.

## ۵. مطالعه پارامتری

در این بخش، عملکرد مدل جفت‌شده سازه‌ای-آکوستیکی توسعه‌یافته مورد ارزیابی پارامتری قرار می‌گیرد. ابتدا، تأثیر پارامترهای کلیدی سیستم بر پاسخ آکوستیکی فضای محصور بررسی می‌شود تا رفتار دینامیکی و فیزیکی سیستم به‌طور دقیق مشخص شود. تمرکز اصلی این بخش بر مطالعه‌ی پارامتری ضریب تلفات ویسکوالاستیک و ضخامت صفحه‌ی انعطاف‌پذیر است، به‌گونه‌ای که اثر مستقل هر پارامتر به‌صورت جداگانه تحلیل شود. به‌منظور جلوگیری از تداخل اثرات پارامترها، در هر مطالعه‌ی پارامتری تنها یک پارامتر به‌عنوان متغیر در نظر گرفته شده و سایر پارامترها مقدار مرجع ثابت هستند.

در تمامی تحلیل‌ها، ابعاد هندسی فضای محصور، شرایط مرزی، موقعیت تحریک و محل اندازه‌گیری فشار صوت ثابت در نظر گرفته شده‌اند و نتایج به‌صورت سطح فشار صوت در نقطه‌ی اندازه‌گیری داخل فضای محصور ارائه می‌شوند.

### ۵-۱. تأثیر ضریب تلفات ویسکوالاستیک

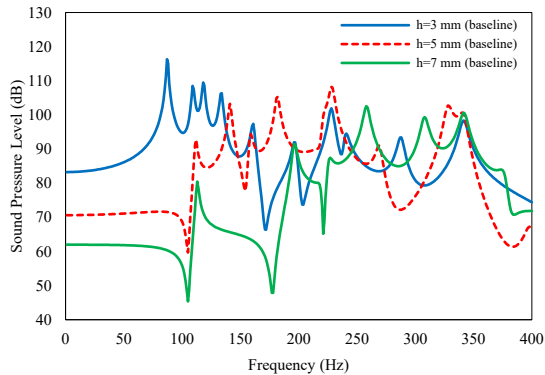
به‌منظور بررسی تأثیر ضریب تلفات لایه ویسکوالاستیک بر پاسخ ویبروآکوستیکی سیستم جفت‌شده سازه-آکوستیک، یک مطالعه پارامتری انجام شده است. هدف اصلی این تحلیل، ارزیابی میزان کاهش سطح فشار صوت در فضای محصور و بررسی حساسیت پاسخ آکوستیکی سیستم نسبت به تغییرات میرایی سازه‌ای است.

برای این منظور، مدل ویسکوالاستیک ارائه‌شده در بخش قبل، مبتنی بر فرض ضریب تلفات ثابت، مورد استفاده قرار گرفته است. با وجود آن‌که رفتار واقعی مواد ویسکوالاستیک معمولاً وابسته به فرکانس است، مدل ضریب تلفات ثابت به‌عنوان یک تقریب متداول و کارآمد، امکان بررسی شفاف اثر میرایی بر جفت‌شدگی سازه-آکوستیک را فراهم می‌کند و به‌ویژه برای مطالعات پارامتری بسیار مناسب است.

در مطالعه حاضر، مقادیر مختلفی از ضریب تلفات شامل  $\eta=0/05$ ،  $\eta=0/10$ ،  $\eta=0/15$  و  $\eta=0/2$  در نظر گرفته شده‌اند که بازه‌ای واقع‌بینانه از میرایی مواد ویسکوالاستیک مورد استفاده در کاربردهای مهندسی را پوشش می‌دهند. همچنین ضخامت صفحه‌ی انعطاف‌پذیر ثابت و برابر با مقدار مرجع  $h = 5\text{mm}$  در نظر گرفته شده است تا تأثیر مستقل میرایی ویسکوالاستیک بدون تغییر جرم یا سختی سازه‌ای ارزیابی شود. پاسخ فرکانسی سطح فشار صوت در نقطه اندازه‌گیری مشخص شده در فضای محصور، برای هر یک از این مقادیر محاسبه شده است. نتایج حاصل به‌صورت مقایسه‌ای در شکل ۶ ارائه شده‌اند.

مطابق با نتایج ارائه شده در شکل ۶، افزایش ضریب تلفات لایه ویسکوالاستیک منجر به کاهش دامنه‌ی قله‌های تشدید سطح فشار صوت می‌شود. این کاهش به‌ویژه در نواحی فرکانسی متناظر با مودهای غالب ارتعاشی صفحه انعطاف‌پذیر مشهودتر است، که بیانگر تضعیف جفت‌شدگی سازه-آکوستیک در حضور میرایی بالاتر است. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش  $\eta$ ، پاسخ فرکانسی سیستم هموارتر شده و تیزی تشدیدها کاهش می‌یابد که این امر نشان‌دهنده افزایش میرایی

فرکانس‌های میانی و بالا موجب کاهش سطح فشار صوت داخلی شود. با این حال، از دیدگاه فیزیکی، یکی از پارامترهای بنیادی و اثرگذارتر بر پاسخ ویبروآکوستیکی سیستم، ضخامت صفحه‌ی انعطاف‌پذیر است؛ چراکه ضخامت به‌طور مستقیم سختی خمشی، جرم مؤثر و در نتیجه رفتار مودال سازه را کنترل می‌کند. در این قسمت، پاسخ سطح فشار صوت داخلی برای ضخامت‌های مختلف صفحه‌ی انعطاف‌پذیر و در غیاب لایه‌ی ویسکوآلاستیک بررسی شده است. شکل ۷ تغییرات پاسخ آکوستیکی سیستم را برای ضخامت‌های مختلف صفحه نشان می‌دهد.

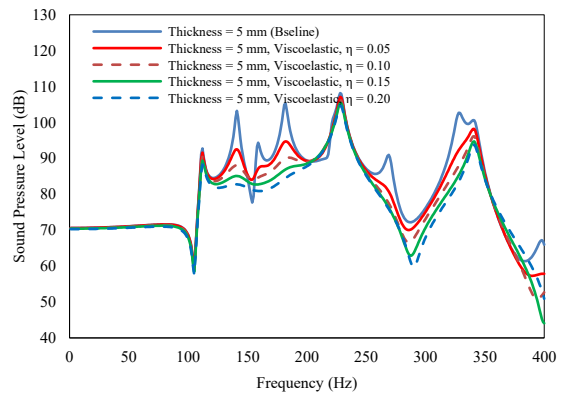


شکل ۷. تاثیر ضخامت صفحه بر پاسخ سطح فشار صوت

نتایج نشان می‌دهند که افزایش ضخامت صفحه منجر به کاهش قابل توجه سطح فشار صوت در کل بازه‌ی فرکانسی مورد بررسی می‌شود. این کاهش به‌ویژه در فرکانس‌های پایین و اطراف قله‌های تشدید سازه‌ای برجسته‌تر است. از دیدگاه فیزیکی، افزایش ضخامت موجب افزایش سختی خمشی صفحه و انتقال فرکانس‌های طبیعی سازه به مقادیر بالاتر می‌شود که در نتیجه، شدت جفت‌شدگی بین مودهای سازه‌ای و مودهای آکوستیکی کاهش می‌یابد. در این حالت، کاهش پاسخ آکوستیکی تقریباً به‌طور کامل ناشی از

مؤثر سیستم است. از سوی دیگر، مقایسه‌ی منحنی‌های مربوط به مقادیر مختلف ضریب تلفات نشان می‌دهد که اگرچه افزایش  $\eta$  همواره باعث کاهش سطح فشار صوت می‌شود، اما نرخ این کاهش برای مقادیر بالاتر ضریب تلفات کاهش یافته و نوعی رفتار اشباع در عملکرد لایه ویسکوآلاستیک مشاهده می‌شود. این موضوع بیانگر آن است که انتخاب ضریب تلفات بسیار بزرگ، لزوماً منجر به بهبود متناسب در کاهش نوفه نخواهد شد و انتخاب مقدار بهینه‌ی میرایی اهمیت ویژه‌ای دارد.

در مجموع، نتایج ارائه‌شده در شکل ۶ به‌وضوح نشان می‌دهند که استفاده از لایه ویسکوآلاستیک با ضریب تلفات مناسب می‌تواند نقش مؤثری در کاهش پاسخ



شکل ۶. تاثیر ضریب تلفات ویسکوآلاستیک بر پاسخ سطح فشار صوت

آکوستیکی سیستم‌های جفت‌شده سازه-آکوستیک ایفا کند و مبنای مناسبی برای طراحی و بهینه‌سازی سامانه‌های کنترل نوفه در فضاهاى محصور فراهم آورد.

## ۵-۲. تأثیر ضخامت صفحه انعطاف‌پذیر

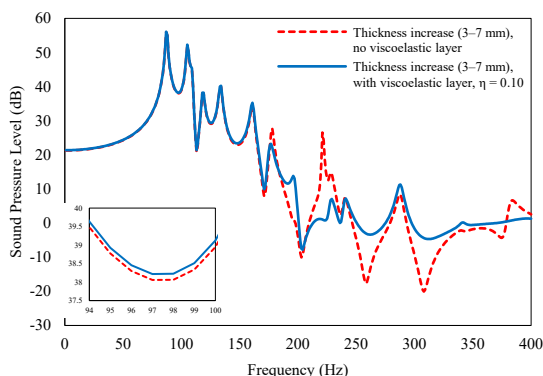
بر اساس نتایج ارائه‌شده در بخش ۵-۱، مشخص شد که افزودن لایه‌ی ویسکوآلاستیک می‌تواند به‌ویژه در

مکانیزم سختی بوده و هیچ مکانیزم اتلاف انرژی اضافی در سیستم وجود ندارد. این نتایج نشان می‌دهند که ضخامت صفحه، حتی بدون حضور لایه ویسکوالاستیک، نقش تعیین‌کننده‌ای در کنترل نوفه داخلی فضای محصور ایفا می‌کند.

### ۳-۵. تأثیر هم‌زمان ضخامت صفحه و افزودن لایه ویسکوالاستیک

در این بخش، اثر هم‌زمان افزایش ضخامت صفحه‌ی انعطاف‌پذیر و افزودن لایه‌ی ویسکوالاستیک بر پاسخ سطح فشار صوت داخلی بررسی می‌شود. به‌منظور تفکیک دقیق نقش هر مکانیزم، نتایج به‌صورت مقایسه‌ای و در قالب یک نمودار ارائه شده‌اند. در این نمودار، منحنی اول کاهش سطح فشار صوت ناشی از افزایش ضخامت صفحه از ۳ به ۷ میلی‌متر در غیاب لایه‌ی ویسکوالاستیک را نشان می‌دهد، در حالی که منحنی دوم کاهش سطح فشار صوت متناظر با همان افزایش ضخامت، اما همراه با افزودن لایه‌ی ویسکوالاستیک را نمایش می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، در بازه‌ی فرکانسی پایین، دو منحنی رفتار بسیار مشابهی از خود نشان می‌دهند. این موضوع بیانگر آن است که در این بازه، کاهش سطح فشار صوت عمدتاً تحت تأثیر افزایش سختی خمشی صفحه ناشی از افزایش ضخامت بوده و حضور یا عدم حضور لایه‌ی ویسکوالاستیک نقش تعیین‌کننده‌ای ندارد. از دیدگاه فیزیکی، در فرکانس‌های پایین دامنه‌ی کرنش‌های برشی در لایه‌ی ویسکوالاستیک محدود بوده و در نتیجه مکانیزم اتلاف انرژی این ماده به‌طور مؤثر فعال نمی‌شود. با افزایش فرکانس، تفاوت میان دو منحنی به‌تدریج آشکارتر می‌شود. در این ناحیه،

منحنی مربوط به حالت همراه با لایه‌ی ویسکوالاستیک کاهش بیشتری در سطح فشار صوت نسبت به حالت بدون ویسکوالاستیک نشان می‌دهد. این رفتار بیانگر فعال‌شدن مکانیزم اتلاف انرژی ویسکوالاستیک در فرکانس‌های بالاتر است، جایی که افزایش تعداد مودهای سازه‌ای و شدت کرنش‌ها موجب افزایش سهم میرایی مادی در پاسخ کلی سیستم می‌شود.

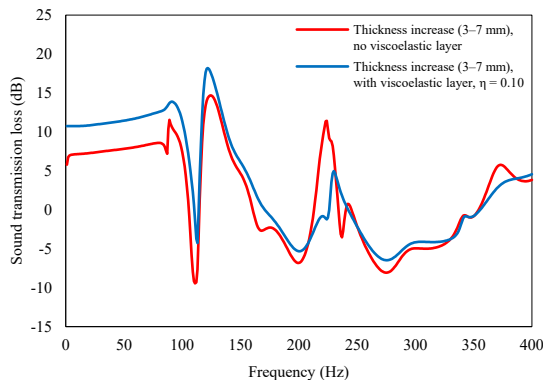


شکل ۸. تأثیر هم‌زمان ضخامت صفحه و افزودن لایه ویسکوالاستیک

### ۴-۵. نتایج افت انتقال صوت

با استفاده از روابط ارائه‌شده در بخش ۴-۵، افت انتقال صوت برای پیکربندی‌های مختلف محاسبه شد. شکل ۹، اثر ضخامت صفحه را در غیاب لایه ویسکوالاستیک نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که افزایش ضخامت به ویژه در فرکانس‌های پایین افت انتقال صوت را به شدت افزایش می‌دهد.

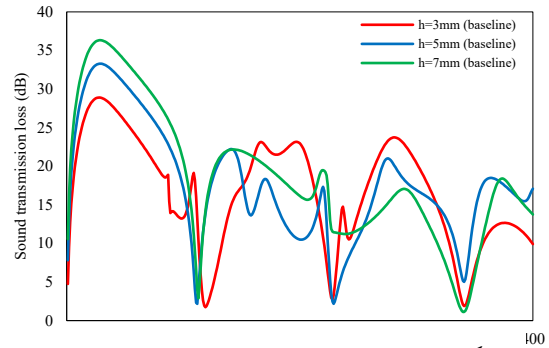
انتقال صوت به داخل حفره است. جالب توجه آنکه لایه‌ی ویسکوالاستیک علی‌رغم تأثیر ناچیز بر سطح فشار صوت در فرکانس‌های پایین، توانایی چشمگیری در افزایش افت انتقال صوت دارد که حاکی از عملکرد آن در جذب توان عبوری بدون تغییر محسوس دامنه‌ی ارتعاش صفحه است. ترکیب هم‌زمان ضخامت ۷ میلی‌متر و لایه‌ی ویسکوالاستیک بهترین عملکرد را ارائه می‌دهد. بنابراین، افت انتقال صوت به عنوان معیاری حساس‌تر نسبت به سطح فشار صوت، مکملی ارزشمند برای ارزیابی سامانه‌های کنترل نوفه غیرفعال است که در آن تفکیک نقش سختی و میرایی در طراحی بهینه‌ی پوسته‌های آکوستیکی را ضروری می‌دارد.



شکل ۱۱. تأثیر هم‌زمان ضخامت صفحه و افزودن لایه ویسکوالاستیک بر افت انتقال صوت

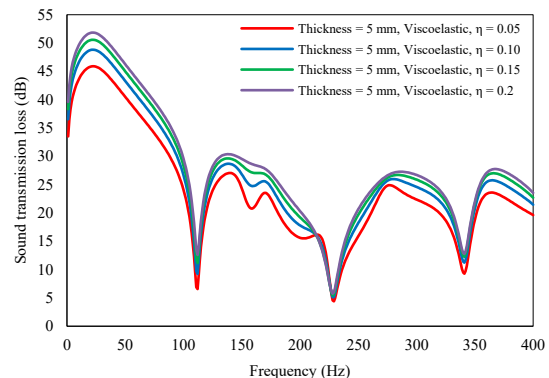
### ۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مدل تحلیلی مبتنی بر بسط مودال برای تحلیل رفتار ویبروآکوستیکی یک محفظه مستطیلی با صفحه انعطاف‌پذیر مجهز به لایه ویسکوالاستیک ارائه شده است. مدل پیشنهادی قادر است پاسخ ارتعاشی صفحه و سطح فشار صوت داخلی را به‌طور هم‌زمان و با هزینه‌ی محاسباتی پایین پیش‌بینی



شکل ۹. تأثیر ضخامت صفحه بر افت انتقال صوت

شکل ۱۰، تأثیر لایه ویسکوالاستیک را بر افت انتقال صوت برای صفحه با ضخامت ثابت ۵ میلی‌متر مقایسه می‌کند. یافته جالب اینکه در فرکانس‌های پایین، با وجود تغییر ناچیز سطح فشار صوت، افت انتقال صوت افزایش می‌یابد. این امر نشان می‌دهد که لایه ویسکوالاستیک توانایی جذب توان عبوری را بدون تغییر محسوس دامنه ارتعاش صفحه دارد.



شکل ۱۰. تأثیر ضریب تلفات ویسکوالاستیک بر افت انتقال صوت

شکل ۱۱، اثر هم‌زمان ضخامت و ویسکوالاستیک را نشان می‌دهد. بهترین عملکرد مربوط به ضخامت ۷ میلی‌متر همراه با لایه ویسکوالاستیک است.

نتایج حاصل از محاسبه‌ی افت انتقال صوت به‌وضوح نشان می‌دهد که افزایش ضخامت صفحه، به‌ویژه در فرکانس‌های پایین، مؤثرترین راهکار برای جلوگیری از

کند. صحت مدل با مقایسه نتایج با داده‌های مرجع [۳۱] و حل اجزای محدود تأیید شد؛ حداکثر اختلاف دامنه در فرکانس‌های بالا به ۱۵-۱۰ دسی‌بل رسید که عمدتاً به ساده‌سازی میرایی و شرایط مرزی در مدل تحلیلی نسبت داده می‌شود و با توجه به هدف اصلی پژوهش (تحلیل پارامتری) قابل قبول است. نتایج مطالعه پارامتری نشان داد که افزایش ضخامت صفحه (به عنوان افزایش سختی خمشی) در فرکانس‌های پایین، نقش غالب در کاهش سطح فشار صوت داخلی و افزایش افت انتقال صوت دارد. در مقابل، لایه ویسکوالاستیک عمدتاً در فرکانس‌های میانی و بالا موجب کاهش سطح فشار صوت و هموارسازی قله‌های تشدید می‌شود. با این حال، یافته مهم این پژوهش آن است که اثر لایه ویسکوالاستیک بر افت انتقال صوت به مراتب بیشتر از اثر آن بر سطح فشار صوت است. این

رفتار نشان می‌دهد که لایه ویسکوالاستیک توانایی جذب توان عبوری را بدون تغییر محسوس دامنه ارتعاش صفحه دارد و افت انتقال صوت معیاری حساس‌تر و مکمل برای ارزیابی عملکرد لایه‌های میرایی در فرکانس‌های پایین محسوب می‌شود. در مجموع، این پژوهش با ارائه یک مدل تحلیلی یکپارچه که قادر به تفکیک کمی سهم مستقل سختی خمشی و میرایی ویسکوالاستیک در پاسخ آکوستیکی است؛ می‌تواند مبنایی برای بهینه‌سازی پوسته‌های آکوستیکی در کاربردهایی نظیر کابین خودرو، بدنه هواپیما و اتاقک شناورها قرار گیرد و چارچوبی کارآمد برای توسعه مدل‌های پیچیده‌تر (هندسه‌های نامنظم، شرایط مرزی الاستیک، رفتار وابسته به فرکانس ویسکوالاستیک) در مطالعات آینده فراهم آورد.

## ۷. منابع

- [1] Mi, Yongzhen, Hui Zheng, Yang Shen, and Yuanyi Huang. "A weak formulation for isogeometric analysis of vibro-acoustic systems with non-conforming interfaces." *International Journal of Applied Mechanics* 10, no. 07 (2018): 1850073.
- [2] Henry, James Karl, and R. L. Clark. "Active control of sound transmission through a curved panel into a cylindrical enclosure." *Journal of Sound and Vibration* 249, no. 2 (2002): 325-349.
- [3] Jin, Guoyong, Xianglong Ma, Wenyao Wang, and Zhigang Liu. "An energy-based formulation for vibro-acoustic analysis of submerged submarine hull structures." *Ocean Engineering* 164 (2018): 402-413.
- [4] Dowell, E. H., and H. M. Voss. "The effect of a cavity on panel vibration." *AIAA journal* 1, no. 2 (1963): 476-477.
- [5] Missaoui, J., and L. Cheng. "A combined integro-modal approach for predicting acoustic properties of irregular-shaped cavities." *The journal of the acoustical society of America* 101, no. 6 (1997): 3313-3321.
- [6] Kim, S. M., and M. J. Brennan. "A compact matrix formulation using the impedance and mobility approach for the analysis of structural-acoustic systems." *Journal of sound and vibration* 223, no. 1 (1999): 97-113.
- [7] Davis, R. B. "A simplified approach for predicting interaction between flexible structures and acoustic enclosures." *Journal of fluids and structures* 70 (2017): 276-294.
- [8] Kong, Deyu, Gang Wang, Wenlong Li, and Junfang Ni. "Sound radiation from the plate backed by the rectangular cavity." *International Journal of Mechanical Sciences* 191 (2021): 106072.

- [9] Ji, Ming, and Kazuaki Inaba. "Theoretical analysis of free vibration and transient response of rectangular plate-cavity system under impact loading." *Journal of Pressure Vessel Technology* 145, no. 3 (2023): 031402.
- [10] Shi, S. X., G. Y. Jin, and Z. G. Liu. "Vibro-acoustic behaviors of an elastically restrained double-panel structure with an acoustic cavity of arbitrary boundary impedance." *Applied acoustics* 76 (2014): 431-444.
- [11] Shi, Dongyan, Gai Liu, Hong Zhang, Wenhui Ren, and Qingshan Wang. "A three-dimensional modeling method for the trapezoidal cavity and multi-coupled cavity with various impedance boundary conditions." *Applied Acoustics* 154 (2019): 213-225.
- [12] Ji, Ming, and Kazuaki Inaba. "Efficient theoretical and numerical methods for solving free vibrations and transient responses of a circular plate coupled with fluid subjected to impact loadings." *Journal of Pressure Vessel Technology* 143, no. 5 (2021): 051401.
- [13] Chen, Yuehua, G. Jin, Zhimin Feng, and Zhigang Liu. "Modeling and vibro-acoustic analysis of elastically restrained panel backed by irregular sound space." *Journal of Sound and Vibration* 409 (2017): 201-216.
- [14] Cui xy, He YF, and Hu x. "Vibro-acoustic response analysis of vehicles based on a novel acoustic-structural coupling method." *Journal of Mechanical Engineering* 58, no. 13 (2022): 137-146.
- [15] Song, Xiaoji, Guoyong Jin, Saifeng Zhong, Tiangui Ye, and Yukun Chen. "Isogeometric modeling and vibro-acoustic analysis of flow-excited irregular cavity-plate-exterior space coupled system." *Journal of Sound and Vibration* 595 (2025): 118712.
- [16] Shi, Dongyan, Gai Liu, Hong Zhang, Wenhui Ren, and Qingshan Wang. "A three-dimensional modeling method for the trapezoidal cavity and multi-coupled cavity with various impedance boundary conditions." *Applied Acoustics* 154 (2019): 213-225.
- [17] Shi, S. X., G. Y. Jin, and Z. G. Liu. "Vibro-acoustic behaviors of an elastically restrained double-panel structure with an acoustic cavity of arbitrary boundary impedance." *Applied acoustics* 76 (2014): 431-444.
- [18] Shi, Shuangxia, Zhu Su, Guoyong Jin, and Zhigang Liu. "Vibro-acoustic modeling and analysis of a coupled acoustic system comprising a partially opened cavity coupled with a flexible plate." *Mechanical Systems and Signal Processing* 98 (2018): 324-343.
- [19] Shi, Shuangxia, Jingyu Wang, Kongchao Liu, Guoyong Jin, and Bin Xiao. "Vibro-acoustic modelling of the box structural-acoustic coupling system." *Results in Physics* 31 (2021): 104915.
- [20] Zhao, Yiming, Zhonggang Wang, Zhigang Yang, and Bin Qin. "A unified hybrid Ritz-SEA acoustic vibration coupling method of a rectangular plate coupled with fast multipole boundary integration." *Composite Structures* 328 (2024): 117650.
- [21] Xue, Y. Q., G. Y. Jin, T. G. Ye, and K. Shi. "Modal analysis of three-dimensional acoustic cavity using isogeometric approach." *J. Harbin Eng. Univ.* 42, no. 7 (2021): 990-996.
- [22] Song, Xiaoji, Guoyong Jin, Saifeng Zhong, Tiangui Ye, and Yukun Chen. "Isogeometric modeling and vibro-acoustic analysis of flow-excited irregular cavity-plate-exterior space coupled system." *Journal of Sound and Vibration* 595 (2025): 118712.
- [23] Fang, Chen, Yaoxiang Zeng, and Yahui Zhang. "A numerical strategy for predicting the coupling-strength of acoustic fluid-structure interaction." *Computers & Structures* 275 (2023): 106902.

- [24] Wu, Chengjun, Xieqing Huang, and Hualing Chen. "Theoretical prediction of sound radiation from double-layer composite cylindrical thin shell immersed in heavy fluid (1)." *Hsi-An Chiao Tung Ta Hsueh/Journal of Xi'an Jiaotong University* 32, no. 7 (1998): 76-79.
- [25] Hong, K. L., and J. Kim. "Analysis of free vibration of structural-acoustic coupled systems, part ii: Two-and three-dimensional examples." *Journal of Sound and Vibration* 188, no. 4 (1995): 577-600.
- [26] Zhou, X. Q., D. Y. Yu, X. Y. Shao, S. Q. Zhang, and S. Wang. "Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review." *Composite Structures* 136 (2016): 460-480.
- [27] Wang, Fei, Jianbin Liao, Chaoming Huang, Hongliang Yu, Jin Yan, and Hanlin Li. "Study on the damping dynamics characteristics of a viscoelastic damping material." *Processes* 10, no. 4 (2022): 635.
- [28] Zhang, Yanlin, Junyin Li, Qiongying Wu, Marco Amabili, Diego Misseroni, and Hanqing Jiang. "Viscoelastic structural damping enables broadband low-frequency sound absorption." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 122, no. 43 (2025): e2520808122.
- [29] Chen, Zhanyang, Qingtao Gong, Weidong Zhao, and Hongbin Gui. "Analysis of viscoelastic damping effect on the underwater acoustic radiation of a ring-stiffened conical shell." *Applied Sciences* 12, no. 3 (2022): 1566.
- [30] Wang, Chang Yi, and C. M. Wang. *Structural vibration: exact solutions for strings, membranes, beams, and plates*. CRC Press, 2013.
- [31] Kim, S. M., and M. J. Brennan. "A compact matrix formulation using the impedance and mobility approach for the analysis of structural-acoustic systems." *Journal of sound and vibration* 223, no. 1 (1999): 97-113.

پی نوشت

---

<sup>1</sup> Rayleigh-Ritz method  
<sup>2</sup> weak coupling  
<sup>3</sup> ANSYS  
<sup>4</sup> Sound Pressure Level  
<sup>5</sup> ANSYS Workbench  
<sup>6</sup> resonance peaks  
<sup>7</sup> Sound Transmission Loss