

بررسی اثر فاصله یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر

سپهر گودرزی

دانشجوی کارشناسی ارشد

دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی،

دانشگاه شهید بهشتی

se.goodarzi@mail.sbu.ac.ir

عباس رهی*

دانشیار

دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی،

دانشگاه شهید بهشتی

a_rahi@sbu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۳۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۱/۰۷

چکیده

توربوشارژر^۱ سامانه‌ای کمکی است که با تزریق هوای بیشتر به محفظه احتراق، توان خروجی و بازده موتورهای درون‌سوز را افزایش می‌دهد. مطالعه رفتار دینامیکی و شناخت سرعت‌های بحرانی آنها به دلیل استفاده گسترده در موتور خودرو، لوکوموتیو و صنایع هوافضا از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش ابتدا یک مدل تحلیلی ۱۶ درجه آزادی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی توربوشارژر ارائه شده و بر اساس آن، معادلات حاکم استخراج می‌شود. سپس نتایج حاصل از حل تحلیلی معادلات حاکم با استفاده از روش المان محدود صحت‌گذاری می‌شود. در ادامه سرعت‌های بحرانی اول تا چهارم سیستم در فواصل مختلف قرارگیری یاتاقان‌ها روی شفت محاسبه شده و نمودار کمپبل سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت پاسخ فرکانسی سیستم در اثر نابالانسی جرمی در موقعیت‌های مختلف قرارگیری یاتاقان‌ها بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش فاصله بین یاتاقان‌ها، سرعت‌های بحرانی اول و دوم سیستم افزایش یافته و دامنه ارتعاشات سیستم در فرکانس تشدید اول کاهش می‌یابد.

واژگان کلیدی: توربوشارژر، سرعت‌های بحرانی، نمودار کمپبل، نابالانسی، یاتاقان

۱. مقدمه

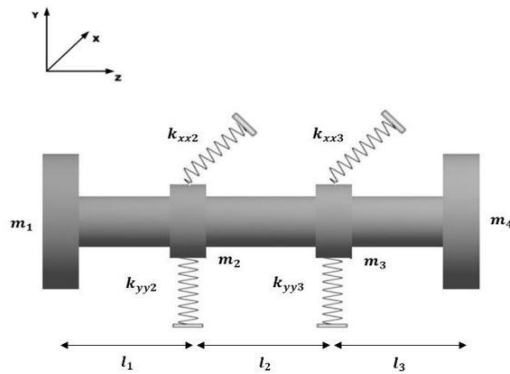
توربوشارژر سامانه‌ای است که با تزریق هوای بیشتر به محفظه احتراق، توان خروجی و راندمان موتورهای درون‌سوز را افزایش می‌دهد. موتور توربو یا مجهز به سامانه توربوشارژر قدرت بیشتری از نمونه بدون این سامانه تولید نموده و در نتیجه مصرف سوخت کمتری نسبت به توان و اسب بخار تولید شده خواهد داشت. در سال‌های اخیر توربوشارژرها توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند و به‌طور گسترده در موتور خودرو، لوکوموتیو و صنایع هوافضا استفاده می‌شوند.

توربوشارژرهای مورد استفاده در صنعت خودروسازی و هوافضا سبک وزن هستند و در سرعت‌های بالاتر از ۱۰۰۰۰۰ دور در دقیقه کار می‌کنند درحالی‌که توربوشارژرهای لوکوموتیو سنگین‌تر هستند و قدرت بیشتری دارند و سرعت کاری آنها ۳۰۰۰۰ دور در دقیقه است. لی [۱] معادلات دینامیکی حاکم بر یک توربوشارژر را استخراج نمود و ارتباط بین فرکانس‌های طبیعی و سفتی یاتاقان‌ها را بررسی کرد. یینگ و همکاران [۲] تحلیل روتور دینامیک یک توربوشارژر را با در نظر گرفتن تحریک پایه موتور و نیروی غیرخطی فیلم

روغن را انجام دادند و نتیجه گرفتند که تحریک پایه بر رفتار دینامیکی سیستم از طریق نیروی غیرخطی فیلم روغن اثرگذار است و تحریک پایه سرعت دورانی را که در آن حرکت گردابی روغن اتفاق می‌افتد کاهش می‌دهد. لیو [۳] تحلیل روتور دینامیک یک نوع توربوشارژر را با استفاده از روش اجزاء محدود انجام داد. او با استفاده از نرم‌افزار اجزاء محدود، فرکانس‌های طبیعی و سرعت‌های بحرانی توربوشارژر را به دست آورد. لو [۴] اثر جاذبه و نیروی نابالانسی را بر تغییر شکل شفت روتور در سرعت‌های دورانی بالا بررسی کرد و نتیجه گرفت که با افزایش دقت ماشین‌کاری می‌توان ارتعاشات محوری را کاهش و عمر توربوشارژر را افزایش داد. تیان و همکاران [۵] تحلیل روتور دینامیک یک توربو شارژر را با یاتاقان‌های حلقوی شناور درحالی انجام دادند که توربوشارژر تحت ارتعاشات ناشی از موتور قرار داشت. نامبردگان به روش اجزاء محدود تحلیل را انجام دادند و نتیجه گرفتند که ارتعاشات ناشی از موتور، تأثیر قابل توجهی بر پاسخ توربوشارژر در سرعت‌های دورانی پایین دارد. ژو اوپانگ و همکاران [۶] اثر وزن را بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر با یاتاقان‌های حلقوی شناور بررسی کردند. آنها توربوشارژر را به صورت شیب‌دار مدل‌سازی کردند و نتیجه گرفتند افزایش زاویه شیب باعث کاهش سرعت‌های بحرانی شده و توربوشارژر در حالت عمودی، محدوده سرعت کاری بیشتری نسبت به حالت افقی دارد. ون و همکاران [۷] از یک مدل اجزاء محدود سه بعدی برای مطالعه اثر پیش تنش بر سرعت بحرانی استفاده کردند. همچنین بر روی پروانه و توربین، جرم نابالانسی در نظر گرفتند و دریافتند که نابالانسی بر پایداری روتور تأثیر زیادی دارد. آجیت سینگ و گوپتا [۸] رفتار دینامیکی توربوشارژر را در حالت وجود نیروی نابالانسی و تحریک موتور بررسی کردند. آنها معادلات حاکم بر سیستم را با روش اجزاء محدود استخراج کردند و پس از حل معادلات دریافتند که در سرعت‌های کاری پایین سیستم دامنه ارتعاشات بالا و رفتار آشفته‌ای دارد در مقابل با افزایش

دور کاری سیستم و در سرعت‌های بالاتر به دلیل غلبه نیروی نابالانسی بر نیروهای غیرخطی یاتاقان و تحریکات موتور، سیستم دامنه ارتعاشات کمتری دارد. تغییر در لقی شعاعی یاتاقان بر ضرایب سفتی و میرایی یاتاقان مؤثر است از این رو اسمولیک و همکاران [۹] رفتار یاتاقان‌های توربوشارژر را با استفاده از معادله رینولدز بررسی کرده و تغییرات لقی شعاعی یاتاقان و اثر آن بر رفتار دینامیکی سیستم را تحلیل کردند. آنها دریافتند که تغییر در لقی شعاعی یاتاقان بر ضرایب سفتی و میرایی یاتاقان مؤثر است. پاناجیوتیس [۱۰] در تحلیل روتور دینامیک توربوشارژر علاوه بر یاتاقان‌های شعاعی، یاتاقان محوری هیدرو دینامیکی را نیز در نظر گرفت. او با بررسی مکان قرارگیری یاتاقان محوری روی شفت و محاسبه سرعت‌های بحرانی در آن مکان‌ها، نتیجه گرفت که بررسی اثر یاتاقان‌های محوری در رفتار دینامیکی و طراحی توربوشارژر امر مهمی است. ترلانی و بهرامی [۱۱] با بهینه‌سازی یاتاقان‌ها رفتار دینامیکی توربوشارژر را بررسی کردند و نتیجه گرفتند که با استفاده از یاتاقان‌های بهینه می‌توان رفتار دینامیکی سیستم را بهبود بخشید و عمر یاتاقان را افزایش داد. لیو و همکاران [۱۲] در دماهای مختلف رفتار دینامیکی یک توربوشارژر با شفت کامپوزیتی را تحلیل کردند. آنها نتیجه گرفتند که تغییرات دما اثرات مهمی بر رفتار دینامیکی سیستم دارد و با توجه به نمودار کمپیل دریافتند که افزایش دما باعث کاهش سفتی سیستم و مقدار دوره‌های بحرانی می‌شود. هی و ژنگ [۱۳] با بررسی عوامل مؤثر بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر، توانستند توربوشارژری را طراحی کنند که از نظر ابعاد و مواد سازنده در حالت بهینه قرار دارد و در محدوده کاری خاصی از سرعت‌های بحرانی دور است. ونگ و همکاران [۱۴] در پژوهش خود توانستند با کنترل محل نابالانسی ارتعاشات عرضی توربوشارژر را کنترل کرده و به عملکرد پایدار سیستم دست پیدا کنند.

و l_i فاصله جرم‌ها از یکدیگر هستند. سیستم به صورت ۱۶ درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود. X_i جابه‌جایی جرم‌ها در راستای محور X ، Y_i جابه‌جایی جرم‌ها در راستای محور Y ، φ_{xi} جابه‌جایی زاویه‌ای جرم‌ها حول محور X ، φ_{yi} جابه‌جایی زاویه‌ای جرم‌ها حول محور Y ، J_{pi} ممان اینرسی قطبی و J_{ai} ممان اینرسی عرضی، I_i ممان اینرسی سطح مقطع هر قسمت از شفت و ω سرعت زاویه‌ای شفت است.



شکل ۲. مدل‌سازی توربوشارژر

با استفاده از روش ارائه شده در مرجع [۲]، معادلات حاکم بر سیستم استخراج می‌شود. برای دیسک‌ها و جرم‌های متمرکز، معادلات حاکم به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$\begin{aligned} m_i \ddot{X}_i &= F_{xi}^L + F_{xi}^R - F_{bxi} \\ M_{yi}^R - M_{yi}^L - J_{ai} \ddot{\varphi}_{yi} + \omega J_{pi} \dot{\varphi}_{xi} &= 0 \\ m_i \ddot{Y}_i &= F_{yi}^L + F_{yi}^R - F_{byi} \\ M_{xi}^R - M_{xi}^L + J_{ai} \ddot{\varphi}_{xi} + \omega J_{pi} \dot{\varphi}_{yi} &= 0 \\ i &= 1, 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (1)$$

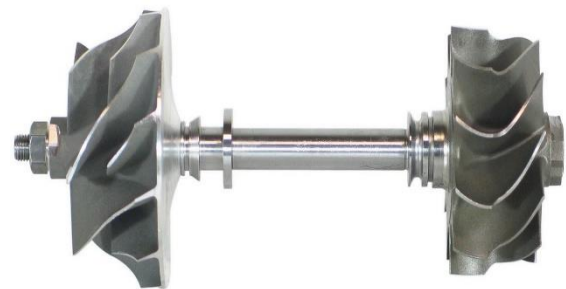
که در آن برای هر قسمت از شفت معادلات به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= X_i - l_i \varphi_{yi} + \frac{l_i^2}{2EI_i} M_{yi}^R \\ &\quad + \frac{l_i^3}{6EI_i} F_{xi}^R \\ \varphi_{y,i+1} &= \varphi_{yi} + \frac{l_i}{EI_i} M_{yi}^R + \frac{l_i^2}{2EI_i} F_{xi}^R \end{aligned}$$

در این مقاله ابتدا یک توربوشارژر به صورت یک سیستم ۱۶ درجه آزادی مدل‌سازی شده سپس معادلات حاکم بر سیستم استخراج می‌شوند. فرکانس‌های طبیعی سیستم به روش تحلیلی و اجزاء محدود به دست آمده و با هم مقایسه می‌شوند. سپس اثر فاصله یاتاقان‌ها بر دوره‌های بحرانی سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. از نوآوری‌های این پژوهش می‌توان به ارائه یک مدل تحلیلی برای بررسی اثر فاصله یاتاقان‌ها در حضور جرم نابالانسی بر پاسخ فرکانسی سیستم اشاره کرد.

۲. مدل‌سازی و استخراج معادلات حاکم

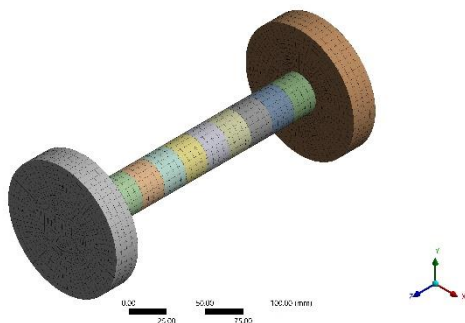
شکل ۱ یک توربوشارژر را نشان می‌دهد.



شکل ۱. تصویر واقعی از یک توربوشارژر

شکل ۲ شماتیکی از مدل‌سازی توربوشارژر را نشان می‌دهد که در آن m_1 و m_4 جرم دیسک‌ها، m_2 و m_3 جرم متمرکز شفت، F_{bxi} و F_{byi} نیروی یاتاقان‌ها در جهت‌های x و y ، F_{xi}^L نیروی سمت چپ دیسک‌ها و جرم متمرکز شفت در صفحه XZ ، F_{xi}^R نیروی سمت راست دیسک‌ها و جرم متمرکز شفت در صفحه XZ ، F_{yi}^L نیروی سمت چپ دیسک و جرم متمرکز شفت در صفحه YZ ، F_{yi}^R نیروی سمت راست دیسک و جرم متمرکز شفت در صفحه YZ ، M_{xi}^L گشتاور سمت چپ دیسک‌ها و جرم متمرکز شفت در صفحه YZ ، M_{xi}^R گشتاور سمت راست دیسک‌ها و جرم متمرکز شفت در صفحه YZ ، M_{yi}^L گشتاور سمت چپ دیسک و جرم متمرکز شفت در صفحه XZ ، M_{yi}^R گشتاور سمت راست دیسک و جرم متمرکز شفت در صفحه XZ ، k_{xxi} و k_{yyi} ضرایب سفتی یاتاقان‌ها در جهت‌های x و y

در شکل ۳ مدل المان بندی شده توربوشارژر در نرم افزار انسیس مشاهده می شود.



شکل ۳. مدل المان بندی شده در نرم افزار انسیس

مقادیر پارامترهای مورد استفاده در حل عددی در جدول ۱ قابل مشاهده است. جرم و ابعاد توربوشارژر و همچنین مقدار سفتی یاتاقان ها با توجه به محدوده مجاز ذکر شده در [۲، ۶، ۱۵] انتخاب می شود.

جدول ۱. مشخصات سیستم در حل عددی [۲، ۶، ۱۵]

پارامتر	مقدار
$m_1 = m_4$	1.76 kg
$m_2 = m_3$	0.55 kg
$d_1 = d_4$	120 mm
$d_2 = d_3$	35 mm
d	30 mm
$l_1 = l_2 = l_3$	66.67 mm
$k_{xxi} = k_{yyi}$	20000 N/mm
E	200 GPa
G	76923 MPa
ω	0 – 75000 rpm

شکل ۴ نشان دهنده چهار شکل مود اول سیستم بوده که حالت های پیچش و خمش شفت را نشان می دهد.

$$\begin{aligned}
 M_{y,i+1}^L &= M_{yi}^R + F_{xi}^R l_i \\
 F_{x,i+1}^L &= F_{xi}^R \\
 Y_{i+1} &= Y_i - l_i \varphi_{xi} + \frac{l_i^2}{2EI_i} M_{xi}^R \\
 &\quad + \frac{l_i^3}{6EI_i} F_{yi}^R \\
 \varphi_{x,i+1} &= \varphi_{xi} - \frac{l_i}{EI_i} M_{xi}^R - \frac{l_i^2}{2EI_i} F_{yi}^R \\
 M_{x,i+1}^L &= M_{xi}^R + F_{yi}^R l_i \\
 F_{y,i+1}^L &= F_{yi}^R \\
 i &= 1, 2, 3
 \end{aligned}
 \tag{۲}$$

پس از استخراج معادلات حاکم، می توان آنها را به صورت ماتریسی زیر بازنویسی کرد.

$$[M]\ddot{q} + \omega[G]\dot{q} + [K]q = 0 \tag{۳}$$

که در آن [M] ماتریس جرم، [K] ماتریس سفتی، و [G] ماتریس ناشی از جمله های ژيروسکوپی است. درایه های ماتریس های مذکور در پیوست مقاله آمده است. همچنین بردار درجات آزادی q نیز به صورت زیر است:

$$q = \left\{ \begin{matrix} X_1, Y_1, \varphi_{x1}, \varphi_{y1}, X_2, Y_2, \varphi_{x2}, \\ \varphi_{y2}, X_3, Y_3, \varphi_{x3}, \varphi_{y3}, X_4, Y_4, \varphi_{x4}, \varphi_{y4} \end{matrix} \right\}^{-1} \tag{۴}$$

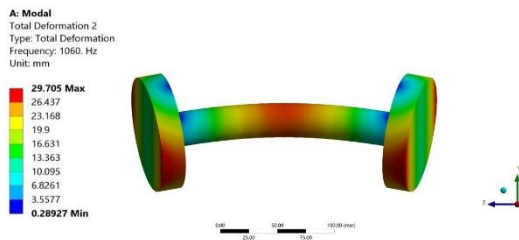
۳. حل معادلات حاکم و ارائه نتایج

برای یافتن فرکانس های طبیعی سیستم مورد نظر، از معادله ۳ استفاده می شود.

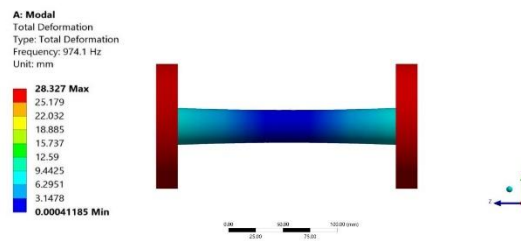
$$\det\{-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]\} = 0 \tag{۵}$$

به منظور ساده سازی مسئله، مقادیر سفتی یاتاقان ها در صفحات X و Y یکسان در نظر گرفته می شود. پس از جای گذاری مشخصات سیستم و حل معادلات، فرکانس های طبیعی به دست می آیند و نتایج با حل اجزاء محدود در نرم افزار انسیس^۲ مقایسه و صحت گذاری می شوند.

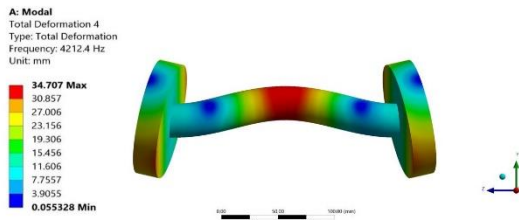
مدل شبیه سازی شده در نرم افزار انسیس دارای ۷۸۲۸ المان و ۳۹۴۷۵ گره است.



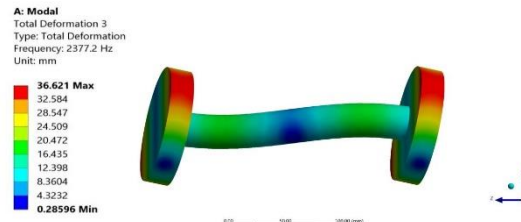
ب) شکل مود دوم



الف) شکل مود اول



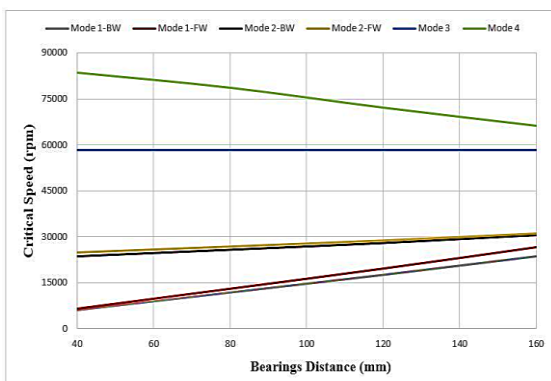
د) شکل مود چهارم



ج) شکل مود سوم

شکل ۴. شکل مودهای سیستم در چهار فرکانس اول

می‌شود. با توجه به شکل ۲ پارامتر $l/2$ فاصله یاتاقان‌ها از یکدیگر است. پس از بررسی فواصل مختلف یاتاقان‌ها از یکدیگر دورهای بحرانی به‌دست آمده و با هم مقایسه می‌شوند. در شکل ۵ اثر فاصله یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی اول تا چهارم سیستم مشاهده می‌شود.



شکل ۵. اثر فاصله یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی سیستم

با توجه به شکل ۵ مشاهده می‌شود که سرعت‌های بحرانی اول و دوم در مودهای پسرو و پیشرو با افزایش فاصله یاتاقان‌ها، افزایش می‌یابند. در مقابل، سرعت بحرانی سوم ثابت مانده و سرعت بحرانی چهارم با افزایش فاصله

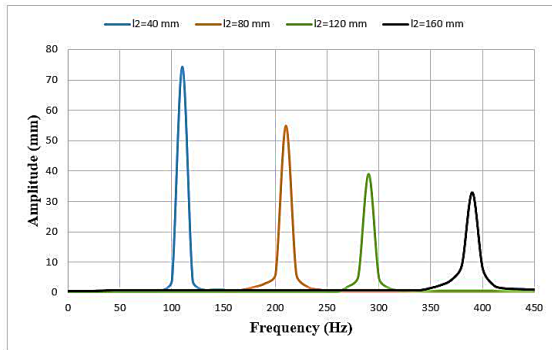
مقادیر به‌دست آمده فرکانس‌های طبیعی برای مودهای ارتعاشی اول تا چهارم در حالت آزاد (بدون در نظر گرفتن سفتی یاتاقان‌ها) در جدول ۲ قابل مشاهده است. همچنین درصد خطای حل اجزاء محدود و حل تحلیلی محاسبه و ارائه شده است.

جدول ۲. مقایسه فرکانس‌های طبیعی سیستم بر حسب هر تزی در حل تحلیلی و حل اجزاء محدود

فرکانس (Hz)	مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم
حل تحلیلی	۹۹۸	۱۰۹۳	۲۴۷۹	۴۳۹۷
حل اجزاء محدود	۹۷۴	۱۰۶۰	۲۳۷۷	۴۲۱۲
درصد خطا	۲/۴	۳/۱	۴/۱	۴/۲

۴. بررسی اثر فاصله یاتاقان‌ها

طول شفت توربوشارژر ۲۰۰ میلی‌متر است. برای بررسی اثر فاصله یاتاقان‌ها بر سرعت‌های بحرانی توربوشارژر، یاتاقان‌ها در فواصل مختلفی از یکدیگر قرار گرفته و سیستم تحلیل



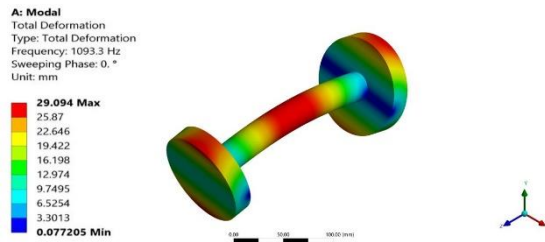
شکل ۸. پاسخ فرکانسی سیستم تحت نیروی نابالانسی

با توجه به شکل ۸ مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله یاتاقان‌ها از یکدیگر دامنه ارتعاشات سیستم، کاهش می‌یابد.

۶. جمع بندی و نتیجه گیری

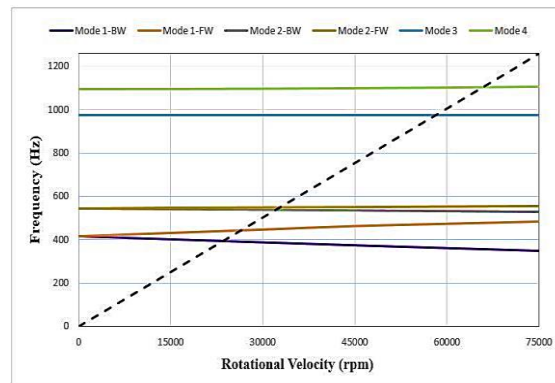
در این پژوهش رفتار ارتعاشی یک توربوشارژر مورد بررسی قرار گرفت. معادلات حاکم بر سیستم به صورت تحلیلی استخراج شد و سپس فرکانس‌های طبیعی سیستم به صورت تحلیلی و عددی به دست آمد و با هم مقایسه و صحت‌گذاری شد. در ادامه سرعت‌های بحرانی سیستم در فواصل مختلف یاتاقان‌ها به دست آمدند. نتایج نشان داد که با افزایش فاصله یاتاقان‌ها از یکدیگر سرعت‌های بحرانی اول و دوم توربوشارژر در مودهای پسرو و پیشرو افزایش می‌یابند. سرعت بحرانی که مربوط به مود پیشروی است ثابت مانده و سرعت بحرانی چهارم که مربوط به مود خمشی شفت است، کاهش می‌یابد. برای بررسی پاسخ فرکانسی سیستم تحت نیروی نابالانسی، در فواصل مختلف یاتاقان‌ها، دامنه ارتعاشات سیستم در فرکانس تشدید اول به دست آمد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش فاصله یاتاقان‌ها از یکدیگر دامنه ارتعاشات سیستم کاهش می‌یابد. به طور کلی افزایش فاصله یاتاقان‌ها برای دور نگهداشتن سیستم از سرعت‌های بحرانی پایین و دامنه ارتعاشات کمتر در حالت تشدید امر مطلوبی به شمار می‌آید اما باید توجه شود که سرعت بحرانی چهارم با افزایش فاصله یاتاقان‌ها کاهش می‌یابد.

یاتاقان‌ها کاهش می‌یابد. سرعت‌های بحرانی اول و دوم مربوط به مودهای ارتعاش جانبی سیستم هستند. سرعت بحرانی سوم که ثابت می‌ماند مربوط به مود پیشروی؛ و سرعت بحرانی چهارم مربوط به مود خمشی شفت است. در شکل ۶ تغییر شکل سیستم در دور بحرانی چهارم نشان داده شده است. با توجه به شکل ۷ دور بحرانی چهارم در فرکانس ۱۰۹۳ هرتز اتفاق می‌افتد.



شکل ۶. تغییر شکل سیستم در دور بحرانی چهارم

در شکل ۷ نمودار کمپل در حالتی که فاصله یاتاقان‌ها از یکدیگر ۱۶۰ میلی‌متر است مشاهده می‌شود.



شکل ۷. نمودار کمپل

۵. بررسی پاسخ فرکانسی سیستم تحت اثر نابالانسی

پاسخ فرکانسی سیستم در اثر جرم نابالانسی ۵۰ گرم و فاصله شعاعی ۱۵ میلی‌متر در فواصل مختلف یاتاقان‌ها از یکدیگر بررسی می‌شوند. در شکل ۸ پاسخ فرکانسی سیستم در فرکانس تشدید اول در فواصل ۴۰، ۸۰، ۱۲۰ و ۱۶۰ میلی‌متری یاتاقان‌ها از یکدیگر مشاهده می‌شود.

۷. پیوست

ماتریس‌های معادله ۳ به صورت زیر هستند:

$$M = \begin{bmatrix} M_x & 0_{8 \times 8} \\ 0_{8 \times 8} & M_y \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0_{8 \times 8} & G_x \\ G_y & 0_{8 \times 8} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} K_x & 0_{8 \times 8} \\ 0_{8 \times 8} & K_y \end{bmatrix}$$

$$M_x = M_y = \text{diag}\{m_1 \quad j_{a1} \quad m_2 \quad j_{a2} \quad m_3 \quad j_{a3} \quad m_4 \quad j_{a4}\}$$

$$G_x = -G_y = \text{diag}\{0 \quad -j_{p1} \quad 0 \quad -j_{p2} \quad 0 \quad -j_{p3} \quad 0 \quad -j_{p4}\}$$

$$K_x = \begin{bmatrix} K_{x11} & K_{x12} \\ K_{x21} & K_{x22} \end{bmatrix}, K_{x12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{12EI_2}{l_2^3} & \frac{6EI_2}{l_2^2} & 0 & 0 \\ \frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{2EI_2}{l_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, K_{x21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{12EI_2}{l_2^3} & -\frac{6EI_2}{l_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{2EI_2}{l_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{x11} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_1}{l_1^3} & \frac{6EI_1}{l_1^2} & -\frac{12EI_1}{l_1^3} & \frac{6EI_1}{l_1^2} \\ \frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{4EI_1}{l_1} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{2EI_1}{l_1} \\ -\frac{12EI_1}{l_1^3} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{12EI_1}{l_1^3} + \frac{12EI_2}{l_2^3} + k_{xx2} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} + \frac{6EI_2}{l_2^2} \\ \frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{2EI_1}{l_1} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} + \frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{4EI_1}{l_1} + \frac{4EI_2}{l_2} \end{bmatrix}$$

$$K_{x22} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_2}{l_2^3} + \frac{12EI_3}{l_3^3} & -\frac{6EI_2}{l_2^2} + \frac{6EI_3}{l_3^2} + k_{xx3} & -\frac{12EI_3}{l_3^3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} \\ -\frac{6EI_2}{l_2^2} + \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{4EI_2}{l_2} + \frac{4EI_3}{l_3} & -\frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{2EI_3}{l_3} \\ -\frac{12EI_3}{l_3^3} & -\frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{12EI_3}{l_3^3} & -\frac{6EI_3}{l_3^2} \\ \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{2EI_3}{l_3} & -\frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{4EI_3}{l_3} \end{bmatrix}$$

$$K_y = \begin{bmatrix} K_{y11} & K_{y12} \\ K_{y21} & K_{y22} \end{bmatrix}, K_{y12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{12EI_2}{l_2^3} & -\frac{6EI_2}{l_2^2} & 0 & 0 \\ \frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{2EI_2}{l_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, K_{y21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{12EI_2}{l_2^3} & \frac{6EI_2}{l_2^2} \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{2EI_2}{l_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{y11} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_1}{l_1^3} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} & -\frac{12EI_1}{l_1^3} & -\frac{6EI_1}{l_1^2} \\ -\frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{4EI_1}{l_1} & \frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{2EI_1}{l_1} \\ -\frac{12EI_1}{l_1^3} & \frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{12EI_1}{l_1^3} + \frac{12EI_2}{l_2^3} + k_{YY2} & \frac{6EI_1}{l_1^2} - \frac{6EI_2}{l_2^2} \\ -\frac{6EI_1}{l_1^2} & \frac{2EI_1}{l_1} & \frac{6EI_1}{l_1^2} - \frac{6EI_2}{l_2^2} & \frac{4EI_1}{l_1} + \frac{4EI_2}{l_2} \end{bmatrix}$$

$$K_{y22} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_2}{l_2^3} + \frac{12EI_3}{l_3^3} & \frac{6EI_2}{l_2^2} - \frac{6EI_3}{l_3^2} + k_{YY3} & -\frac{12EI_3}{l_3^3} & -\frac{6EI_3}{l_3^2} \\ \frac{6EI_2}{l_2^2} - \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{4EI_2}{l_2} + \frac{4EI_3}{l_3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{2EI_3}{l_3} \\ -\frac{12EI_3}{l_3^3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{12EI_3}{l_3^3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} \\ -\frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{2EI_3}{l_3} & \frac{6EI_3}{l_3^2} & \frac{4EI_3}{l_3} \end{bmatrix}$$

۸. مأخذ

- [1] Li, G.-J., "Research on the Dynamic Characteristics and Visualization of the Turbocharger Rotor", Hebei *University of Technology*, Hebei. 2003.
- [2] Ying, Guangchi, Guang Meng, and Jianping Jing. "Turbocharger rotor dynamics with foundation excitation." *Archive of Applied Mechanics*, 2009, Vol.79, pp.287-299.
- [3] Liu, X., "Strength and rotor dynamics analysis of one type turbocharger", *Dalian Maritime University, Dalian*, 2013.
- [4] Luo, B.-B., "Machining process and dynamic balancing of the rotor parts of the turbocharger", *Highw. Car*, 2006, Vol.1, no.12-14, 2006.
- [5] Tian, Li, W. J. Wang, and Z. J. Peng. "Dynamic behaviours of a full floating ring bearing supported turbocharger rotor with engine excitation", *Journal of Sound and Vibration*, 2011, Vol.330, no.20, pp.4851-4874.
- [6] Ouyang, Xu, Hulun Guo, Xintao Wu, Rixiu Men, Menghan Li, and Shuqian Cao., "Investigation of Weight Effects on the Critical Speed of Inclined Turbocharger Rotor System", *Journal of Nonlinear Mathematical Physics*, 2022, Vol.29, no.2, pp.403-422.
- [7] Wan, K. H., Y. T. Zhang, and G. Q. Ren., "Research of the solution method on the critical speed of turbo supercharger rotor", *New Technology & New Process*, 2009, Vol.10, pp.18-20.
- [8] Singh, Ajit, and T. C. Gupta, "Effect of rotating unbalance and engine excitations on the nonlinear dynamic response of turbocharger flexible rotor system supported on floating ring bearings", *Archive of Applied Mechanics*, 2020, Vol.90, no.5, pp.1117-1134.
- [9] Smolík, Luboš, Michal Hajžman, and Miroslav Byrtus, "Investigation of bearing clearance effects in dynamics of turbochargers", *International Journal of Mechanical Sciences*, 2017, Vol.127, pp.62-72.

- [10] Koutsovasilis, Panagiotis, "Automotive turbocharger rotordynamics: Interaction of thrust and radial bearings in shaft motion simulation", *Journal of Sound and Vibration*, 2019, Vol.455, pp.413-429.
- [11] Tarlani Beris, Ali, and Arash Bahrami, "Dynamic analysis of a high-speed rotor supported by optimized bearings at steady and transient operating conditions", *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 2023, Vol.11, no. 3, pp.1151-1161.
- [12] Liu, Zhihao, Renren Wang, Fang Cao, and Pidong Shi, "Dynamic behaviour analysis of turbocharger rotor-shaft system in thermal environment based on finite element method", *Shock and Vibration* 2020, 2020, pp.1-18.
- [13] He, Na Na, and Hong Zhang, "The rotor dynamic analysis and optimization in turbocharger", *Applied Mechanics and Materials*, 2012, Vol.226, pp.651-655.
- [14] Wang, Longkai, Guangfu Bin, Xuejun Li, and Dingqu Liu, "Effects of unbalance location on dynamic characteristics of high-speed gasoline engine turbocharger with floating ring bearings", *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2016, Vol.29, no.2, pp.271-280.
- [15] Zhai, Liming, Yongyao Luo, Zhengwei Wang, and Xin Liu, "Failure analysis and optimization of the rotor system in a diesel turbocharger for rotor speed-up test", *Advances in Mechanical Engineering*, 2014, Vol.6, p.476023.

پی نوشت

-
1. Turbocharger
 2. ANSYS