

# مروری بر پایش سلامت و تشخیص آسیب در سازه‌ها با استفاده از

## تبدیل موجک (با مطالعه موردی شناسایی آسیب در تیر طره)

امید رضایی‌فر	مجید قلهکی*	محتشم خان‌احمدی	یاسر امیری
استاد	استاد	دانشجوی دکتری	کارشناسی ارشد
دانشکده مهندسی عمران	دانشکده مهندسی عمران	دانشکده مهندسی عمران	دانشکده علوم پایه
دانشگاه سمنان	دانشگاه سمنان	دانشگاه کردستان	دانشگاه ولایت
orezayfar@semnan.ac.ir	mgholhaki@semnan.ac.ir	mohtasham.khanahmadi@uok.ac.ir	yaserlashari73@gmail.com

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۲۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۲۶

### چکیده

سازه‌ها به دلایل مختلفی دچار آسیب‌های موضعی می‌شوند که اگر محل این آسیب‌ها ناشناخته باقی بماند، ممکن است در اثر سوانح طبیعی مانند زلزله و یا عوامل مصنوعی مانند گودبرداری‌های غیراصولی تشدید یافته و منجر به تخریب کلی گردد؛ بنابراین پایش سلامت در سازه‌ها و اعضای آنها به‌عنوان یکی از با اهمیت‌ترین موضوعات پژوهشی در گرایش‌های مهندسی عمران، مکانیک و هوافضا مطرح است. پردازش حوزه زمان یا فرکانس پاسخ‌های سازه یکی از روش‌های تشخیصی آسیب است. در این راستا، تبدیل موجک از روش‌های پردازشی در هر دو حوزه زمان و فرکانس است که تاکنون بر پایه آن تحقیقات متعددی در زمینه پایش سلامت سازه‌ها منتشر شده است. در این مقاله مروری جامع بر تحقیقات منتشر شده صورت گرفته است و با مثالی، با در نظر گرفتن شکل‌های مود ارتعاشی تیر طره‌ای معیوب (به‌عنوان سیگنال‌های ورودی تبدیل موجک) به تشخیص و تعیین موقعیت آسیب پرداخته شده است. نمودار ضرایب جزئیات حاصل از تحلیل موجک سیگنال ورودی، مقادیر حداکثری و حداقلی را در موقعیت‌های آسیب نشان می‌دهد و به‌این ترتیب توانمندی و کارآمدی استفاده از تبدیل موجک در آشکارسازی آسیب نشان داده شده است. علاوه بر این، حساسیت روش تشخیصی مبتنی بر تبدیل موجک به شدت خسارت رخ داده در موقعیت‌های آسیب نشان داده شد که با افزایش شدت آسیب در یک موقعیت، جهش نسبی بزرگ‌تری در نمودار سیگنال خروجی تمامی مودها مشاهده می‌گردد.

### واژگان کلیدی: پایش سلامت، تشخیص آسیب، پردازش سیگنال، شکل مود، تبدیل موجک

#### ۱. مقدمه

کلی سازه می‌انجامد. در صورت تشخیص به‌موقع آسیب، موقعیت و شدت آن می‌تواند با ترمیم محل آسیب و یا تعویض عضو آسیب‌دیده از وقوع خرابی‌های بزرگ جلوگیری نمود. امروزه انواع روش‌های پردازش و تحلیل داده‌ها، فاصله

سازه‌ها با گذشت زمان دچار آسیب‌های جزئی می‌شوند و این آسیب‌ها تحت اثر عواملی چون زلزله، گودبرداری‌های غیراصولی، تغییرات دمایی و غیره تشدید یافته و به تخریب

بین مفاهیم و کاربردهای عملی را کاهش داده و این ممکن را فراهم نموده است تا با بهره‌گیری از روش‌های قابل اعتماد پایش سلامت بتوان رفتار سازه‌ها را در مراحل ساخت و بهره‌برداری کنترل نمود.

داده‌های دینامیکی (شتاب و جابه‌جایی) و مشخصات مودال (فرکانس‌ها، شکل‌های مود و میرایی مودال) به مشخصات فیزیکی سازه (جرم، سختی و میرایی) وابسته است. وجود آسیب منجر به تغییر در مشخصات دینامیکی و در نتیجه، مشخصات مودال می‌شود [۱ و ۲]. براین اساس، روش‌های تشخیص آسیب شامل تغییر فرکانس [۳-۶]، شکل مود [۷ و ۸]، انحنای شکل مود [۹-۱۱]، پردازش تصویر [۱۲ و ۱۳] و توابع پاسخ فرکانسی [۱۴ و ۱۵] می‌شود. به‌عنوان مثال، می‌توان به کاربرد شبکه‌های عصبی مصنوعی [۱۶ و ۱۷]، الگوریتم ژنتیک [۱۸ و ۱۹] و منطق فازی [۲۰ و ۲۱] در زمینه تشخیص آسیب اشاره نمود. از دیگر روش‌های تشخیصی، تبدیل موجک<sup>۱</sup> است که یکی از ابزارهای توانمند پردازشی سیگنال‌ها است و با استفاده از آن اطلاعات بیشتری از سیگنال تحلیل شده در دو حوزه زمان و فرکانس حاصل می‌گردد [۲۲ و ۲۳].

کاتونین<sup>۲</sup> [۲۴] با بهره‌گیری از تبدیل موجک به شناسایی ترک‌های چندگانه در تیر ساخته شده از ورق پلیمری پرداخت و نشان داد که برای شناسایی، حذف نوفه از ضرایب موجک لازم است. ژانگ و ایادیجی<sup>۳</sup> [۲۵] با بهره‌گیری از تبدیل موجک ایستا<sup>۴</sup> و داده‌های مودال به آشکارسازی ترک در تیرها با شرایط تکیه‌گاهی ساده پرداختند و نشان دادند که از تحلیل موجک ایستای شکل مود می‌توان موقعیت آسیب را شناسایی نمود. ژو و همکاران<sup>۵</sup> [۲۶] بر مبنای استفاده از موجک‌های گوسی جهت‌دار دو بعدی<sup>۶</sup> و شکل‌های انحنای عملیاتی اسکن شده با لیزر<sup>۷</sup> موفق به شناسایی آسیب در صفحات شدند. لی و همکاران<sup>۸</sup> [۲۷] با استفاده از روش آنتروپی موجک نسبی پیوسته<sup>۹</sup> به شناسایی آسیب در سازه‌های پل خرابی پرداختند و نشان دادند که این روش

قابلیت محلی‌سازی آسیب در سازه‌های پل خرابی را دارد. لی و هو<sup>۱۰</sup> [۲۸] بر مبنای بازسازی پاسخ دامنه موجک به شناسایی آسیب در سازه قاب صفحه‌ای ۷ طبقه پرداختند. محل‌های آسیب با برآورد دقیق میزان خسارت به درستی شناسایی شد. رحامی و همکاران<sup>۱۱</sup> [۲۹] با استفاده از مفاهیم آنتروپی انرژی در تبدیل بسته‌ای موجک<sup>۱۲</sup> به تشخیص آسیب در سکوها ثابت دریایی پرداختند و نشان دادند که میزان تغییرات مؤلفه‌های حساس به خسارت حتی در آسیب‌های با شدت کم به‌طور محسوسی به شدت خسارت‌های وارده به سکو وابسته است. میرزایی و همکاران<sup>۱۳</sup> [۳۰] به شناسایی آسیب در سازه خرابی با تعداد المان‌های زیاد پرداختند و به این طریق المان‌های آسیب‌دیده شناسایی و مقدار آسیب در هر یک از المان‌ها محاسبه گردید. در تحقیقی، آشوری و همکاران<sup>۱۴</sup> [۳۱] به تشخیص آسیب در صفحات کامپوزیت چندلایه پرداختند. آنها در این تحقیق با استفاده از تبدیل موجک، محل آسیب و سپس با بهینه نمودن یک تابع خطا توسط الگوریتم ژنتیک، موفق به شناسایی پارامترهای آسیب شدند. برای شناسایی آسیب در صفحات کامپوزیت چندلایه، یانگ و ایادیجی<sup>۱۵</sup> [۳۲] استفاده از سطح فرکانس مودال را پیشنهاد نمودند. آنها با محاسبه ضرایب موجک سطح فرکانس مودال، موفق به شناسایی موقعیت و شکل آسیب در صفحات کامپوزیت چندلایه شدند. یونسی و همکاران<sup>۱۶</sup> [۳۳-۳۵] با بهره‌گیری از تبدیل موجک و داده‌های مودال آزمایشگاهی، موقعیت آسیب جداشدگی در ستون‌های فولادی پر شده با بتن<sup>۱۷</sup> (CFST) را شناسایی نمودند. یاره‌یی [۳۶] برای شناسایی آسیب در یک ورق آلومینیومی، کارآمدی آزمون فراصوت آرایه فازی را بر مبنای استفاده از تبدیل موجک مورد بررسی قرار داد. درستی نتایج به دست آمده با توجه به درصد خطای محاسبه شده، کارایی این روش را در تعیین موقعیت آسیب نشان می‌دهد. در تحقیقی، مام عزیززی و همکاران<sup>۱۸</sup> [۳۷] اثر جداشدگی بتن از فولاد در ستون‌های CFST را بر خواص دینامیکی مودال

بررسی نمودند و نشان دادند که با ایجاد جداشدگی، مقدار فرکانس تمامی مودها کاهش می‌یابد. آنها شاخصی بر مبنای ضرایب حاصل از تحلیل موجک گسسته شکل‌های مود ارائه دادند و حساسیت آن را به موقعیت‌های جداشدگی با شدت‌های مختلف آسیب نشان دادند. در تحقیق دیگری، خان احمدی و همکاران<sup>۱۹</sup> [۳۸] با تعریف یک سیگنال ورودی و استفاده از تبدیل موجک پیوسته به شناسایی موقعیت جداشدگی در ستون‌های CFST پرداختند. آنها نشان دادند که در مقیاس‌های پایین، هم‌گرایی بیشتری از ضرایب موجک به محدوده آسیب وجود دارد و در مقیاس‌های بالاتر، موقعیت آسیب با وضوح مناسب‌تری قابل شناسایی است. خان احمدی و همکاران [۳۹] با محاسبه و مقایسه ضرایب موجک وضعیت‌های سالم و آسیب‌دیده صفحه فولادی نشان دادند که اغتشاشات در ضرایب موجک تولید شده وضعیت‌های آسیب دیده در مقایسه با ضرایب موجک تولید شده وضعیت سالم در موقعیت‌های مختلف آسیب چشم‌گیر است و در تمامی موده‌های بررسی شده می‌توان محل‌های آسیب را شناسایی نمود. آنها در تحقیقات دیگری بر مبنای استفاده از تبدیل موجک دو بعدی موفق به شناسایی آسیب در صفحات فولادی، پیش‌ساخته 3D پانل و کامپوزیت چندلایه شدند [۴۱-۴۲]. همچنین، این محققان در تحقیقات دیگری با بهره‌گیری از تبدیل موجک موفق به شناسایی آسیب در اعضای سازه‌ای تیر و ستون شدند [۴۳-۴۷]. حنطه و همکاران<sup>۲۰</sup> [۴۸] در یک سازه پانلی دچار آسیب بر مبنای تحلیل موجک پیوسته شکل مود نشان دادند که موقعیت آسیب با ایجاد جهش نسبی حداقلی و حداکثری در ضرایب موجک قابل شناسایی است. احمدی و همکاران<sup>۲۱</sup> [۴۹] پهنای باند فرکانسی امواج ساطع شده از یک نمونه سنگ گرانیت به ابعاد مشخص و تحت بارگذاری تک محوره را بررسی نمودند. از انجام تحلیل‌ها بر مبنای استفاده از تبدیل موجک مشخص شد که بین طول ترک در حال رشد و پهنای

باند فرکانسی موج ساطع شده از آن رابطه عکس وجود داشته و پهنای باند فرکانسی کاهش می‌یابد.

## ۲. تبدیل موجک

در تاریخچه ریاضیات، منابع متعددی برای تبدیل موجک مشاهده می‌شود. بخش عمده‌ای از فعالیت‌ها در سال ۱۹۳۰ انجام شده است. پیش از سال ۱۹۳۰، شاخه اصلی ریاضیات که منجر به تئوری تبدیل موجک گردید با کارهای ریاضیدان فرانسوی ژوزف فوریه<sup>۲۲</sup> در سال ۱۸۰۷ و تئوری آنالیز فرکانسی وی آغاز شد. ژوزف بیان نمود که هر تابع ایستا را می‌توان به صورت یک مجموع نامتناهی از امواج سینوسی و کسینوسی با فرکانس‌های مختلف نشان داد. وی با تبدیلی که بعدها به افتخارش تبدیل فوریه نامیده شد، اطلاعات حوزه زمان را به حوزه فرکانس برده و فرکانس‌های سازنده سیگنال را آشکار نمود [۵۰].

ادعای فوریه نقش اساسی در تحول ایده‌های ریاضی پیرامون توابع ایجاد نمود و در حقیقت دریچه‌ای به یک جهان عملکردی گشود. به تدریج، این ایده برای توابع غیرایستا که توزیع آماری آنها با زمان تغییر می‌کند، بسط داده شد. با گذشت زمان دانشمندان دریافتند که با شکستن سیگنال به اجزای جداگانه که امواج سینوسی خالص نیستند، می‌توان اطلاعات را در هر دو حوزه زمان و فرکانس متمرکز نمود. این موضوع ایده بنیادینی است که به تدریج به عنوان تبدیل موجک شناخته شد [۵۰].

واژه "Wavelet" از دو جزء "Let" به معنی کوچک و "Wave" به معنی موج تشکیل شده است و "Wavelet" به معنی موج کوچک و گذرا است که در زبان فارسی معادل موجک برای آن پیشنهاد شده است. تبدیل موجک تبدیلی است که مشخصات فرکانسی یک سیگنال را در یک بازه زمانی کوتاه استخراج نموده و نشان می‌دهد که اجزاء فرکانسی با گذشت زمان چگونه تغییر می‌کند [۵۱ و ۵۲].

قبل از پرداختن به تئوری تبدیل موجک در ابتدا مقدمه‌ای مختصر از تبدیل فوریه و تبدیل فوریه زمان-کوتاه<sup>۳۳</sup> (STFT) بیان می‌شود. تبدیل فوریه ابزاری مناسبی برای به دست آوردن مؤلفه‌های فرکانسی یک سیگنال است که برای سیگنال پیوسته  $x(t)$  با رابطه ۱ تعریف می‌گردد:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-2\pi ift} dt \quad (۱)$$

که در آن متغیرهای  $t$  و  $f$  به ترتیب معرف زمان و فرکانس است. تبدیل فوریه تنها به وجود یا عدم وجود فرکانس مورد نظر در سیگنال می‌پردازد و اطلاعاتی در مورد بازه زمانی رخداد آن فرکانس نشان نمی‌دهد. به همین دلیل برای تحلیل سیگنال‌های نا ایستا، STFT مورد استفاده است. در تحلیل با STFT، سیگنال مورد نظر به چندین جز سیگنال به طوری که بتوان این سیگنال‌ها را ایستا فرض نمود، تقسیم می‌شود. به این منظور از یک تابع پنجره  $w$  که طول آن برابر با حداقل طول مورد نیاز جهت معتبر بودن فرض ایستایی جز سیگنال‌ها است، استفاده می‌گردد. در رابطه ۲ STFT سیگنال  $x(t)$  با استفاده از تابع  $w(t)$  تعریف شده است.

$$STFT_x^w(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w^*(t - \tau)e^{-2\pi ift} dt \quad (۲)$$

که در آن  $f$  معرف فرکانس و  $\tau$  معرف زمان است. در STFT با افزایش طول تابع پنجره، وضوح<sup>۳۴</sup> فرکانسی بالا و زمانی کم حاصل می‌گردد. همچنین، با کاهش طول تابع پنجره، وضوح فرکانسی پایین و زمانی بالا به دست می‌آید؛ به عبارتی، وضوح فرکانسی و زمانی ثابت است و این مشکل در ارتباط با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ<sup>۲۵</sup> است. طبق این اصل نمی‌توان به طور دقیق به توصیف زمان-فرکانس یک سیگنال پرداخت؛ یعنی، به طور دقیق نمی‌توان بیان نمود که در یک سیگنال چه مؤلفه‌های فرکانسی در چه زمان‌هایی وجود دارد. از این رو می‌توان از یک رویکرد چند وضوحی استفاده نمود که اساس تبدیل موجک است [۵۳].

تبدیلات موجک به دو صورت کلی تبدیل موجک پیوسته<sup>۲۶</sup> (CWT) و تبدیل موجک گسسته<sup>۳۷</sup> (DWT) تعریف شده‌اند که در ادامه به هر یک پرداخته شده است.

## ۲-۱. تبدیل موجک پیوسته

CWT جایگزین مناسبی برای STFT با هدف فائق آمدن بر مشکلات مربوط به وضوح ثابت ارائه گردید. CWT سیگنال  $x(t)$  با رابطه ۳ تعریف می‌شود [۵۴ و ۵۵]:

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (۳)$$

که در آن  $\tau$  پارامتر انتقال و  $s$  پارامتر مقیاس است. مفهوم انتقال مشابه با انتقال زمانی در STFT، میزان جابه‌جایی تابع پنجره شده را مشخص می‌کند و اطلاعات زمانی تبدیل را در بر نمی‌گیرد. برخلاف STFT در تبدیل موجک به طور مستقیم پارامتر فرکانس حضور ندارد، اما در عوض پارامتر مقیاس که به طور معکوس با فرکانس در ارتباط است، وجود دارد. همچنین، در رابطه بالا  $\psi$  تابع موجک نامیده می‌شود که نقش تابع پنجره را دارد. تابع موجک گاهی تابع موجک مادر نیز نامیده می‌شود و دلیل این نام‌گذاری این است که تمامی نسخه‌های انتقال یافته و مقیاس شده از روی یک تابع اولیه ارائه می‌شوند؛ به عبارتی، موجک مادر الگویی برای تولید سایر پنجره‌ها است. تابع موجک مادر باید دارای خواص زیر باشد:

۱- انتگرال تابع موجک باید صفر باشد [۵۵ و ۵۶]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (۴)$$

۲- انرژی آن محدود باشد [۵۵ و ۵۶]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < +\infty \quad (۵)$$

۳- در رابطه ۶ صدق نماید [۵۵-۵۷]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty \quad (۶)$$

همان‌طور که در مطالب بالا بیان گردید از پارامتر مقیاس استفاده شده است. در مقیاس‌های بالا سیگنال دچار انبساط و در مقیاس‌های پایین دچار انقباض می‌شود. با انقباض سیگنال (متناظر با فرکانس‌های بالا) تقریب‌های سیگنال و با انبساط سیگنال (متناظر با فرکانس‌های پایین) جزئیات سیگنال وجود دارد.

## ۲-۲. تبدیل موجک گسسته

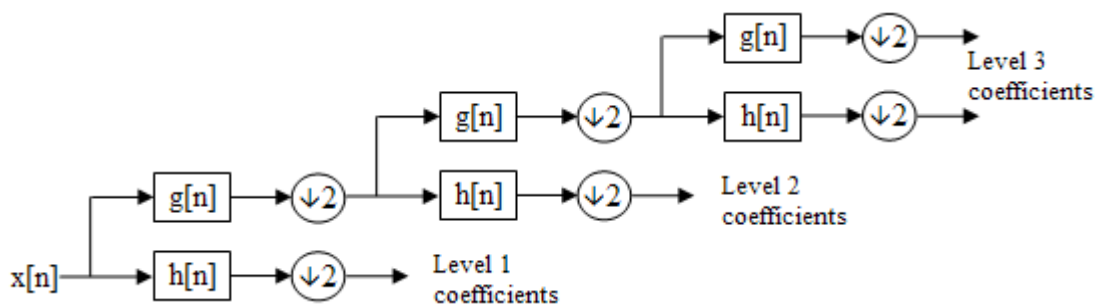
بسیاری از اطلاعات اضافی موجود در CWT منجر به افزایش بی‌دلیل بار محاسباتی می‌شود. در سال ۱۹۷۶ DWT که از نظر پیاده‌سازی بسیار آسان‌تر و بهینه‌تر از نوع پیوسته است، با اصولی تحت عنوان کدینگ زیرباند<sup>۲۸</sup> ارائه گردید. در حالت گسسته فیلترهایی با فرکانس قطع‌های مختلف برای تحلیل سیگنال در مقیاس‌های متفاوت استفاده می‌شود که با عبور سیگنال از فیلترهای بالاگذر و پایین‌گذر، فرکانس‌های مختلف تحلیل می‌گردد. وضوح سیگنال‌ها کنترل شده و مقیاس از طریق دانسمپلینگ<sup>۲۹</sup> یا آپسمپلینگ<sup>۳۰</sup> تغییر می‌کند. این روند نرخ نمونه‌گیری روی یک شبکه دایادیک<sup>۳۱</sup> با  $S_0 = 2$  و  $\tau_0 = 2$  انجام می‌شود؛ بنابراین، مقیاس‌ها و انتقال‌های زمانی به ترتیب عبارت‌اند از  $S = 2^j$  و  $\tau = k \times 2^j$ .

در تحلیل با DWT، در ابتدا سیگنال از یک فیلتر پایین‌گذر نیم باند با پاسخ  $h[n]$  عبور می‌کند، لذا خروجی فیلتر با کانولوشن ورودی و پاسخ ضربه فیلتر برابر است. در نتیجه این عمل فیلترینگ، تمام مؤلفه‌های فرکانسی که از نصف بزرگ‌ترین فرکانس موجود در سیگنال بیشتر باشند، حذف می‌گردد و طول سیگنال به نصف کاهش می‌یابد. به‌طور مشابه، سیگنال از یک فیلتر بالاگذر نیم باند با پاسخ ضربه  $g[n]$  عبور کرده و در نتیجه در خروجی اولین مرحله از اعمال DWT، دو نسخه با طول کاهش یافته (یکی بالاگذر و دیگری پایین‌گذر) از سیگنال اولیه به‌صورت (۷-الف و ۷-ب) ارائه می‌گردد [۵۷-۵۹].

$$Y_{\text{high}}[k] = \sum_n x[n]g[n - 2k] \quad (7\text{-الف})$$

$$Y_{\text{low}}[k] = \sum_n x[n]h[n - 2k] \quad (7\text{-ب})$$

با این عمل وضوح زمانی نصف و وضوح فرکانسی دو برابر می‌شود. مجدداً این روند را می‌توان در نسخه‌های پایین‌گذر جدید اعمال نموده و در هر مرحله با کاهش وضوح زمانی به میزان نصف مرحله قبل، وضوح فرکانسی را دو برابر نمود. این ایده برای محاسبه DWT به روش بانک فیلتر<sup>۳۲</sup> موسوم است. در شکل ۱ روش بانک فیلتر برای یک سیگنال  $x[n]$  تا ۳ مرحله نشان داده شده است.



شکل ۱. نحوه محاسبه ۳ مرحله‌ای تبدیل موجک گسسته سیگنال  $x[n]$  با روش بانک فیلتر [۵۹]

فیلتر بالاگذر، جزئیات سیگنال را شامل می‌شود. به همین دلیل به این ضرایب، جزئیات گفته می‌شود. با افزایش تعداد

می‌توان مشاهده نمود که ضرایب خروجی فیلتر پایین‌گذر، شکل اولیه سیگنال را دنبال می‌کنند. به همین دلیل به این ضرایب، تقریبات گفته می‌شود. همچنین، ضرایب خروجی

مراحل الگوریتم بالا، میزان جزئیات کاهش می‌یابد. نهایتاً از کنار هم قرار دادن خروجی فیلترها، DWT حاصل می‌گردد.

### ۳. مدل اجزاء محدود تیر طره

تیر به طول ۲ متر با مقطع مربعی توپر به طول ضلع ۲۰ سانتی‌متر و مشخصات مدول الاستیسیته ۲۰۰ گیگاپاسکال، چگالی ۷۸۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب و نسبت پواسون ۰/۳ در نرم‌افزار آباکوس<sup>۳۳</sup> با استفاده از المان وایر-بیم<sup>۳۴</sup> در دو وضعیت سالم و معیوب مطابق با جدول ۱ مدل‌سازی شده است که در شکل ۲ مشاهده می‌شود.

در این مقاله، آسیب‌ها به صورت کاهش درصدی مدول الاستیسیته در نظر گرفته شده‌اند.

تیر طره‌ای با ابعاد مش ۵ سانتی‌متر مورد تحلیل فرکانسی واقع گردیده و اطلاعات مودال (فرکانس‌ها و شکل‌های مود) استخراج شده است. در شکل ۳ هشت شکل مود اول وضعیت سالم نشان داده شده و در جدول ۲ مقدار فرکانس طبیعی نظیر هر شکل مود برای وضعیت‌های سالم و معیوب ارائه شده است. مشاهده می‌شود به دلیل آسیب‌های ایجاد شده، فرکانس‌ها دچار تغییر شده‌اند؛ اما اثرات آسیب بر شکل مودها محسوس نیست و عملاً نمی‌توان با مقایسه ساده شکل‌های اولیه و ثانویه مودها، موقعیت‌های آسیب را شناسایی نمود.



شکل ۲. تیر با شرایط تکیه گاهی گیردار- آزاد (تیر طره)

جدول ۱. مشخصات آسیب‌های محلی ایجاد شده در طول تیر

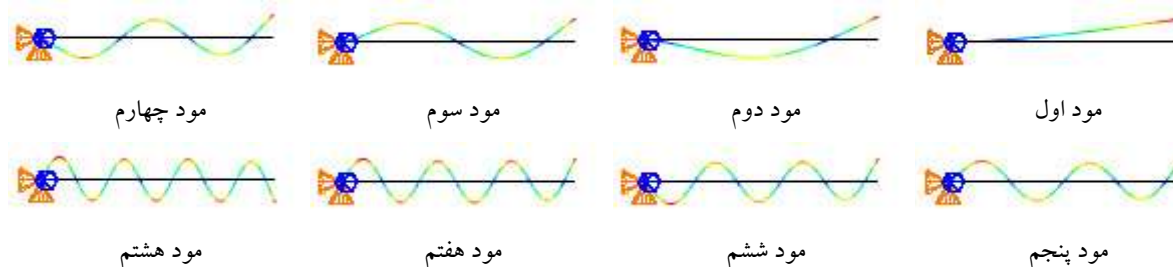
نام آسیب	تعداد آسیب	محدوده آسیب (متر)	درصد آسیب
D1	۱	۰/۴۵ - ۰/۵۵	۳۰
D2	۲	۰/۴۵ - ۰/۵۵	۲۰
		۰/۹۵ - ۱/۰۵	۳۰

در شکل ۴ شکل مودهای اول تا چهارم وضعیت‌های سالم و آسیب D2 در کنار هم ترسیم شده‌اند و این واقعیت را تأیید می‌نماید.

### ۴. شناسایی آسیب

تبدیل موجک از توانمندترین تبدیلات پردازشی سیگنال است که با استفاده از آن و با در نظر گرفتن شکل مود به عنوان سیگنال پردازشی می‌توان به کشف آسیب در سازه‌ها پرداخت. در بسیاری از مواقع دسترسی به اطلاعات اولیه از سازه‌ها امکان‌پذیر نیست. به همین دلیل الگوریتم شناسایی تبدیل موجک بر اساس تحلیل شکل ثانویه مودهای ارتعاشی به شرح زیر ارائه گردیده است:

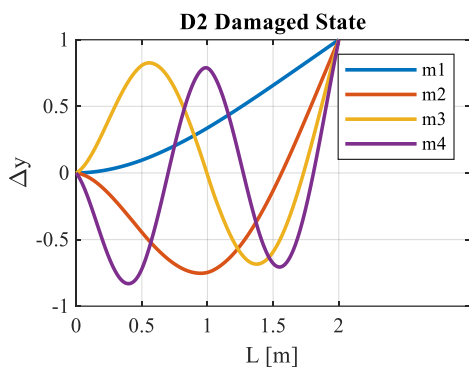
- گام ۱: فراخوانی شکل‌های ثانویه مود (شکل‌های مود متاثر از آسیب) به محیط برنامه‌نویسی نرم‌افزار متلب<sup>۳۵</sup>؛
- گام ۲: درون‌یابی اسپیلاین مکعبی<sup>۳۶</sup> (CSI) شکل‌های مود؛
- گام ۳: اعمال DWT به شکل‌های مود مرحله ۲؛
- گام ۴: استخراج ضرایب جزئیات موجک و انجام CSI؛
- گام ۵: ترسیم ضرایب جزئیات موجک مرحله ۴ در طول تیر (شناسایی و آشکارسازی آسیب).



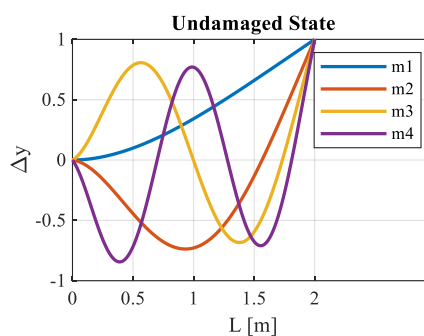
شکل ۳. شکل‌های مود تیر سالم

جدول ۲. فرکانس‌های طبیعی وضعیت‌های سالم و معیوب (هرتز)

وضعیت سلامت تیر	شماره مود							
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
	مقدار فرکانس (هرتز)							
بدون آسیب	۴۰/۴۴۳	۲۴۲/۴۲	۶۳۷/۸۳	۱۱۵۷/۴	۱۷۶۱/۷	۲۴۱۹/۸	۳۱۱۰/۷	۳۸۲۰/۰
با آسیب D1	۳۹/۷۱۳	۲۴۱/۸۳	۶۳۰/۰۱	۱۱۴۵/۲	۱۷۵۱/۳	۲۳۹۶/۷	۳۰۷۶/۰	۳۷۷۸/۸
با آسیب D2	۳۹/۸۱۵	۲۳۷/۳۵	۶۳۱/۳۵	۱۱۳۲/۴	۱۷۴۴/۴	۲۳۷۸/۰	۳۰۶۰/۵	۳۷۵۹/۲



(ب)



(الف)

شکل ۴. نمودار چهار شکل مود اول تیر طره‌ای؛ (الف) وضعیت سالم؛ (ب) وضعیت آسیب D2

آسیب با دقت بالایی شناسایی شده است؛ به طوری که بی‌نظمی‌ها در نمودار ضرایب موجک در موقعیت آسیب چشم‌گیر است.

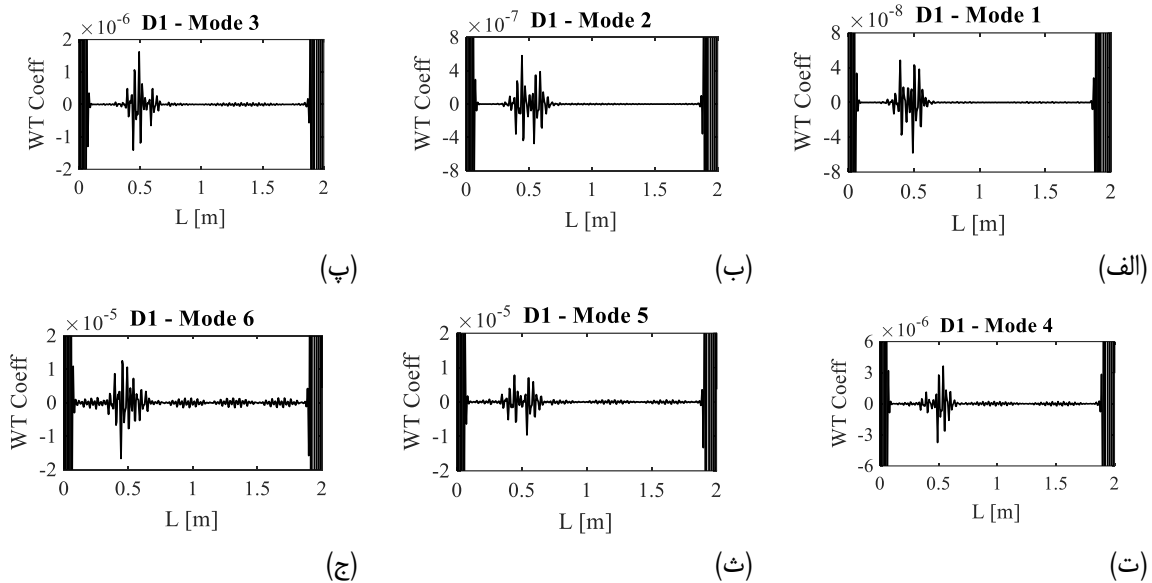
#### ۴-۲. شناسایی موقعیت‌های آسیب وضعیت D2

همانند وضعیت آسیب D1، شکل مودهای مربوط به وضعیت آسیب D2 با دو موقعیت آسیب با شدت‌های خسارت ۲۰ و ۳۰ درصد توسط الگوریتم شناسایی موجک مورد تحلیل واقع گردید و نمودار سیگنال خروجی در طول تیر ترسیم شد. نتایج نموداری ارائه شده در شکل ۶ نامنظمی‌های بیشتری از ضرایب موجک را در موقعیت‌های آسیب نشان می‌دهد؛ به نحوی که موقعیت‌های آسیب به وضوح شناسایی شده است.

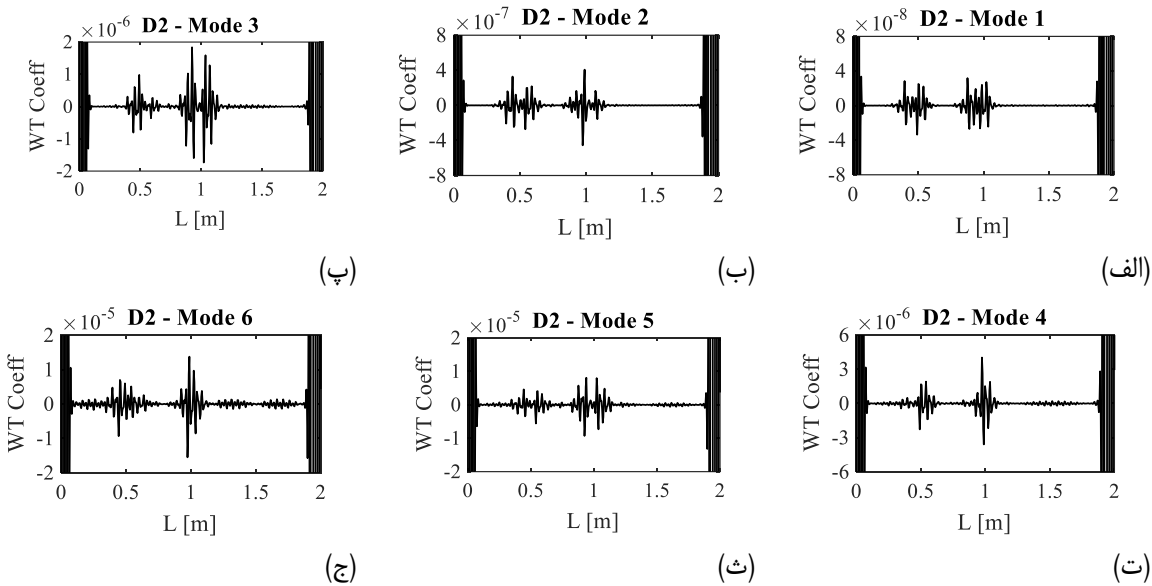
در الگوریتم‌های شناسایی مبتنی بر تبدیل موجک، انتخاب تابع تحلیلی کارآمد در عیب‌یابی یکی از اساسی‌ترین مشکلات است. گام‌های ۱ تا ۵ با توابع موجک مختلف از خانواده‌های دابچیز<sup>۳۷</sup>، سیملتس<sup>۳۸</sup>، کویفلتس<sup>۳۹</sup> مورد آزمون واقع شد و عملکرد شناسایی مطلوب توابع db(3-10)، sym(3-20) و coif(3-5) مشاهده گردید. در این مقاله، نتایج تحلیلی تابع موجک db8 به عنوان یکی از مناسب‌ترین توابع موجک در شناسایی موقعیت‌های آسیب وضعیت‌های تعریفی D1 و D2 آورده شده است.

#### ۴-۱. شناسایی موقعیت‌های آسیب وضعیت D1

مطابق با الگوریتم تبدیل موجک، شش شکل مود اول تیر با وضعیت آسیب D1 مورد تحلیل واقع شده و نتایج نموداری در شکل ۵ آورده شده است. با توجه به نمودارها، موقعیت



شکل ۵. نمودار ضرایب موجک مود (الف) اول، (ب) دوم، (پ) سوم، (ت) چهارم، (ث) پنجم و (ج) ششم برای وضعیت آسیب D1



شکل ۶. نمودار ضرایب موجک مود (الف) اول، (ب) دوم، (پ) سوم، (ت) چهارم، (ث) پنجم و (ج) ششم برای وضعیت آسیب D2

### ۵. بررسی اثر شدت آسیب

برای بررسی تأثیر شدت آسیب بر مقدار فرکانس مودها و نیز، حساسیت الگوریتم تشخیصی موجک به شدت‌های مختلف آسیب، در موقعیت‌های ۱ و ۲، وضعیت‌های آسیب D1 و D2 با شدت‌های خرابی ارائه شده در جدول ۳ مورد تحلیل فرکانسی واقع شده است. در جدول ۴ مقدار فرکانس ۸ مود اول وضعیت‌های بدون آسیب و با آسیب D1 و D2 آورده شده است. مشاهده می‌شود

که مقدار فرکانس مودها با افزایش شدت آسیب کاهش می‌یابد. شناسایی آسیب با استفاده از الگوریتم تشخیصی موجک برای شدت‌های خسارت ارائه شده در جدول ۳ برای وضعیت آسیب D1 در دو مود اول مورد بررسی واقع شده و نتایج نموداری این بررسی‌ها در شکل ۷ آورده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش شدت آسیب، بی‌نظمی در ضرایب موجک با حساسیت بیشتری ایجاد شده است.



حساسیت ضرایب موجک مستقل از حساسیت ضرایب موجک موقعیت آسیب ۱ شناسایی می‌شود. همچنین از مقایسه نمودار شکل‌های ۷ و ۸ می‌توان مستقل بودن حساسیت ضرایب موجک موقعیت‌های آسیب را نتیجه گرفت.

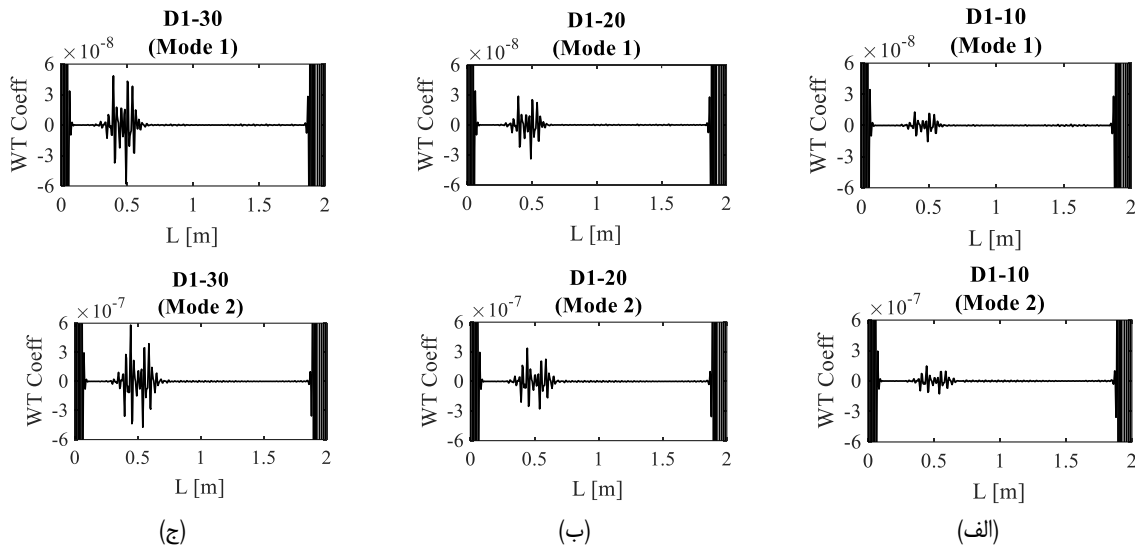
همچنین، بررسی‌ها برای وضعیت آسیب D2 با فرض شدت آسیب ۲۰٪ در موقعیت ۲ و شدت‌های آسیب ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ در دو مود اول انجام شده است. نتایج نموداری در شکل ۸ نشان می‌دهد که با افزایش شدت آسیب موقعیت ۱، بی‌نظمی در ضرایب موجک در موقعیت آسیب ۲ تغییر نمی‌کند؛ به عبارتی، موقعیت آسیب ۲ با

جدول ۳. مشخصات آسیب‌های محلی ایجاد شده با شدت‌های مختلف در طول تیر طره‌ای

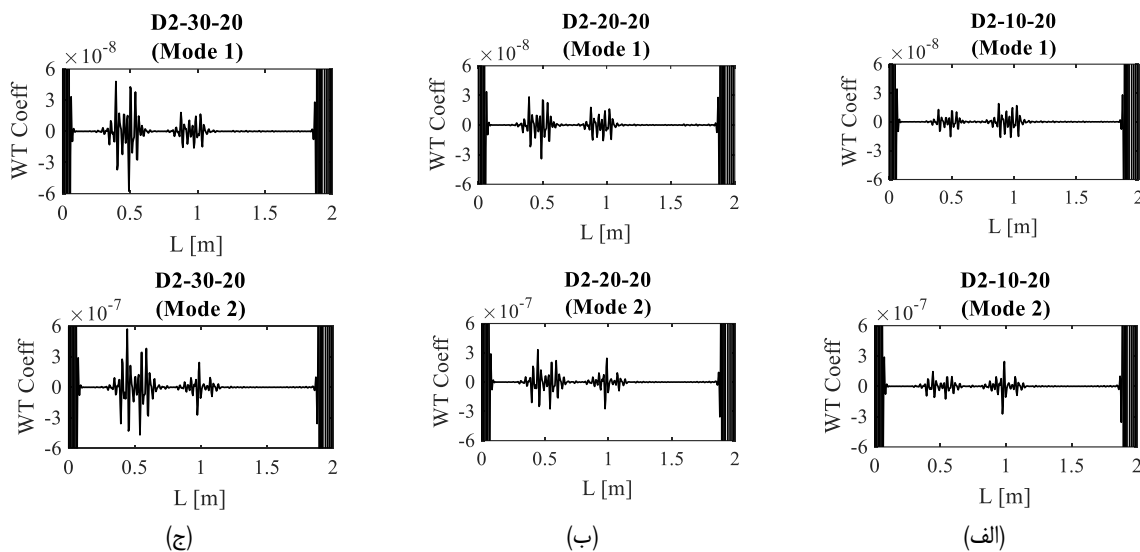
نام آسیب	تعداد آسیب	شماره آسیب	محدوده آسیب (متر)	شدت آسیب (%)
D1-10	۱	۱	۰/۴۵ - ۰/۵۵	۱۰
D1-20				۲۰
D1-30				۳۰
D2-10-20	۲	۱	۰/۴۵ - ۰/۵۵	۱۰
D2-20-20				۲۰
D2-20-30				۲۰
D2-10-30				۳۰
D2-20-30				۱۰
D2-20-30				۳۰
D2-20-30				۲۰
D2-30-30				۳۰

جدول ۴. فرکانس‌های طبیعی تیر با شدت‌های مختلف آسیب (هرتز)

وضعیت سلامت تیر	شماره مود						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
بدون آسیب	۴۰/۴۴۳	۲۴۲/۴۲	۶۳۷/۸۳	۱۱۵۷/۴	۱۷۶۱/۷	۲۴۱۹/۸	۳۸۲۰/۰
D1-10	۴۰/۲۵۰	۲۴۲/۲۶	۶۳۵/۷۴	۱۱۵۴/۱	۱۷۵۹/۰	۲۴۱۳/۷	۳۸۰۹/۱
D1-20	۴۰/۰۱۲	۲۴۲/۰۷	۶۳۳/۱۹	۱۱۵۰/۱	۱۷۵۵/۷	۲۴۰۶/۲	۳۷۹۵/۷
D1-30	۳۹/۷۱۳	۲۴۱/۸۳	۶۳۰/۰۱	۱۱۴۵/۲	۱۷۵۱/۳	۲۳۹۶/۷	۳۷۷۸/۸
D2-10-20	۴۰/۱۳۳	۲۳۹/۴۵	۶۳۴/۶۶	۱۱۴۳/۵	۱۷۵۲/۴	۲۳۹۶/۶	۳۷۸۷/۰
D2-20-20	۳۹/۸۹۷	۲۳۹/۲۸	۶۳۲/۱۲	۱۱۳۹/۵	۱۷۴۹/۱	۲۳۸۹/۲	۳۷۷۳/۷
D2-30-20	۳۹/۶۰۱	۲۳۹/۰۵	۶۲۸/۹۵	۱۱۳۴/۷	۱۷۴۴/۸	۲۳۷۹/۹	۳۷۵۷/۰
D2-10-30	۴۰/۰۴۹	۲۳۷/۵۲	۶۳۳/۹۰	۱۱۳۶/۴	۱۷۴۷/۷	۲۳۸۵/۳	۳۷۷۲/۴
D2-20-30	۳۹/۸۱۵	۲۳۷/۳۵	۶۳۱/۳۵	۱۱۳۲/۴	۱۷۴۴/۴	۲۳۷۸/۰	۳۷۵۹/۲
D2-30-30	۳۹/۵۲۱	۲۳۷/۱۴	۶۲۸/۱۹	۱۱۲۷/۶	۱۷۴۰/۱	۲۳۶۸/۸	۳۷۴۲/۵



شکل ۷. نمودار ضرایب موجک موده‌های اول و دوم وضعیت آسیب D1 با شدت آسیب (الف) ۱۰٪؛ (ب) ۲۰٪؛ (ج) ۳۰٪



شکل ۸. نمودار ضرایب موجک موده‌های اول و دوم وضعیت آسیب D2 با شدت آسیب (الف) ۱۰٪؛ (ب) ۲۰٪؛ (ج) ۳۰٪

## ۶. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

سازه‌ها در دوره خدمت‌رسانی و بهره‌برداری دچار آسیب‌های جزئی در برخی از اعضا می‌شوند که با گذشت زمان، گسترش این آسیب‌ها ممکن است به تخریب کلی سازه بیانجامد؛ بنابراین پایش وضعیت سلامت در سازه‌ها دارای اهمیت است. تعیین موقعیت آسیب از مهم‌ترین مراحل پایش سلامت سازه بوده و مورد توجه پژوهشگران است. امروزه روش‌های پایش وضعیت سلامتی در سازه‌ها براساس

پاسخ‌های استاتیکی و دینامیکی شکل گرفته‌اند. تبدیل موجک یکی از روش‌های پردازشی سیگنال‌ها است که تاکنون براساس آن تحقیقات متعددی در حوزه تشخیص و تعیین موقعیت آسیب در سازه‌ها منتشر شده است. در این مقاله مروری بر پایش سلامتی و تشخیص آسیب در سازه‌ها با استفاده از تبدیل موجک انجام شد. مطالعات توانمندی روش‌های پیشنهادی مبتنی بر موجک را در شناسایی و تعیین موقعیت‌های آسیب نشان می‌دهند. در این مقاله، این توانایی

با بررسی موردی تشخیص آسیب در المان سازه‌ای تیر طره بر اساس به‌کارگیری شکل‌های مود ارتعاشی بررسی گردید. در بررسی‌ها، نوع گسسته تبدیل موجک به‌کار گرفته شد. نتایج نموداری نشان داد:

۱- بدون نیاز به اطلاعات اولیه سازه می‌توان با تحلیل موجک شکل ثانویه مودهای ارتعاشی، تشخیص آسیب موافقی انجام داد.

۲- بی‌نظمی‌های ایجاد شده در نمودار ضرایب موجک در موقعیت‌های آسیب اتفاق افتاده است؛ به‌نحوی که با یک بررسی می‌توان موقعیت‌ها را به راحتی شناسایی نمود.

۳- با افزایش میزان خسارت در یک موقعیت آسیب، قدر مطلق مقادیر اکسترممی بی‌نظمی در موقعیت آسیب افزایش می‌یابد.

۴- مقدار بی‌نظمی‌های ایجاد شده برای هر موقعیت آسیب تنها متأثر از شدت آسیب آن موقعیت است.

روش‌های برپایه تبدیلات ریاضی و به‌طور خاص، تبدیل موجک می‌تواند در دیگر حوزه‌های پژوهشی نیز مورد توجه واقع شوند و نتایج مطلوب ارائه گردد.

## ۷. مأخذ

- [1] Montalvao, Diogo, Nuno Manuel Mendes Maia, and António Manuel Relógio Ribeiro, "A review of vibration-based structural health monitoring with special emphasis on composite materials", *Shock and vibration digest*, 2006, Vol.38, no.4, pp.295-324.
- [2] Farrar, Charles R., Scott W. Doebling, and David A. Nix, "Vibration-based structural damage identification", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2001, Vol.359, no.1778, pp.131-149.
- [3] Chatterjee, A., "Structural damage assessment in a cantilever beam with a breathing crack using higher order frequency response functions", *Journal of Sound and Vibration*, 2010, Vol.329, no.16, pp. 3325-3334.
- [4] Majumdar, Aditi, Dipak Kumar Maiti, and Damodar Maity, "Damage assessment of truss structures from changes in natural frequencies using ant colony optimization", *Applied mathematics and computation*, 2012, Vol.218, no.19, pp.9759-9772.
- [5] Rezaifar, Omid, and Mohammadi Mr Doost, "Damage detection of axially loaded beam: A frequency-based method", 2016, pp.165-172.
- [6] Talebsafa, Pourya, Omid Rezayfar, and Hosein Naderpour, "Video measurement method development to modal identification of 3D sandwich panels", *Journal of Structural and Construction Engineering*, 2022, Vol.9, no.1.
- [7] Yazdanpanah1a, O., and S. M. Seyedpoor, "A new damage detection indicator for beams based on mode shape data", *Structural Engineering and Mechanics*, 2015, Vol.53, no.4, pp.725-744.
- [8] Bai, R. B., W. Ostachowicz, M. S. Cao, and Zhongqing Su, "Crack detection in beams in noisy conditions using scale fractal dimension analysis of mode shapes", *Smart Materials and Structures*, 2014, Vol.23, no.6, p.065014.
- [9] Tomaszewska, Agnieszka, "Influence of statistical errors on damage detection based on structural flexibility and mode shape curvature", *Computers & structures*, 2010, Vol.88, no.3-4, pp.154-164.
- [10] Cao, Maosen, Maciej Radziński, Wei Xu, and Wiesław Ostachowicz, "Identification of multiple damage in beams based on robust curvature mode shapes", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2014, Vol.46, no.2, pp.468-480.

- [11] Khanahmadi, Mohtasham, Majid Pouraminian, Hamid Mohammady Garfamy, and Behzad Dejkam, "Damage detection and identification in a column under the effect of axial load using modal properties and mode shapes-based detection index", *Sharif Journal of Civil Engineering*, 2023.
- [12] Farhang, Seyyed Hamed, Omid Rezaifar, Mohammad Kazem Sharbatdar, and Alireza Ahmadyfard, "Rapid estimation method for vertical deflection measurement of building components based on image processing techniques", *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2021, Vol.35, no.1, p.04020137.
- [13] Farhang, Seyyed Hamed, Omid Rezaifar, Mohammad Kazem Sharbatdar, and Alireza Ahmady Fard, "Evaluation of different methods of machine vision in health monitoring and damage detection of structures," *Journal of Rehabilitation in Civil Engineering*, 2021, Vol.9, no.4, pp.93-132.
- [14] Bandara, Rupika P., Tommy HT Chan, and David P. Thambiratnam, "Frequency response function-based damage identification using principal component analysis and pattern recognition technique", *Engineering Structures*, 2014, Vol.66, pp.116-128.
- [15] Liu, X., and Lieven, N.A.J., "Frequency response function shape-based methods for structural damage localization", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, Vol.23, no.4, pp. 1243-1259.
- [16] Bakhary, Norhisham, Hong Hao, and Andrew J. Deeks, "Substructuring technique for damage detection using statistical multi-stage artificial neural network", *Advances in Structural Engineering*, 2010, Vol.13, no.4, pp.619-639.
- [17] Shu, Jiangpeng, Ziye Zhang, Ignacio Gonzalez, and Raid Karoumi, "The application of a damage detection method using Artificial Neural Network and train-induced vibrations on a simplified railway bridge model", *Engineering structures*, 2013, Vol.52, pp.408-421.
- [18] He, Rong-Song, and Shun-Fa Hwang, "Damage detection by a hybrid real-parameter genetic algorithm under the assistance of grey relation analysis", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2007, Vol.20, no.7, pp.980-992.
- [19] Meruane, Viviana, and Ward Heylen, "Structural damage assessment with antiresonances versus mode shapes using parallel genetic algorithms", *Structural Control and Health Monitoring*, 2011, Vol.18, no.8, pp.825-839.
- [20] Meruane, Viviana, and Ward Heylen, "Structural damage assessment with antiresonances versus mode shapes using parallel genetic algorithms", *Structural Control and Health Monitoring*, 2011, Vol.18, no.8, pp.825-839.
- [21] Nguyen, Sy Dzung, Kieu Nhi Ngo, Quang Thinh Tran, and Seung-Bok Choi, "A new method for beam-damage-diagnosis using adaptive fuzzy neural structure and wavelet analysis", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, Vol.39, no.1-2, pp.181-194.
- [22] Taha, MM Reda, Aboelmagd Noureldin, J. L. Lucero, and T. J. Baca, "Wavelet transform for structural health monitoring: a compendium of uses and features", *Structural health monitoring*, 2006, Vol.5, no.3, pp.267-295.
- [23] Andreaus, Ugo, Paolo Baragatti, Paolo Casini, and Daniela Iacoviello, "Experimental damage evaluation of open and fatigue cracks of multi-cracked beams by using wavelet transform of static response via image analysis", *Structural Control and Health Monitoring*, 2017, Vol.24, no.4, p.e1902.
- [24] Katunin, A. N. D. R. Z. E. J., "Identification of multiple cracks in composite beams using discrete wavelet transform", *Scientific Problems of Machines Operation and Maintenance*, 2010, Vol.45, no.2, pp.41-52.
- [25] Zhong, Shuncong, and S. Olutunde Oyadiji, "Crack detection in simply supported beams using stationary wavelet transform of modal data", *Structural Control and Health Monitoring*, 2011, Vol.18, no.2, pp.169-190.

- [26] Xu, Wei, Maciej Radziński, Wiesław Ostachowicz, and Maosen Cao, "Damage detection in plates using two-dimensional directional Gaussian wavelets and laser scanned operating deflection shapes", *Structural Health Monitoring*, 2013, Vol.12, no.5-6, pp.457-468.
- [27] Lee, Soon Gie, Gun Jin Yun, and Shen Shang, "Reference-free damage detection for truss bridge structures by continuous relative wavelet entropy method", *Structural Health Monitoring*, 2014, Vol.13, no.3, pp.307-320.
- [28] Li, Jun, and Hong Hao, "Substructure damage identification based on wavelet-domain response reconstruction", *Structural Health Monitoring*, 2014, Vol.13, no.4, pp.389-405.
- [29] Rahami, H., H. Amini Tehrani, M. Akhavat, and Gh R. Ghodrati Amiri, "Damage detection in offshore fixed platforms using concepts of energy entropy in wavelet packet transform", *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 2016, Vol.48, no.3, pp.241-248.
- [30] Mirzaei, Borhan, Kourosh Nasrollahi, Seyedmohadamahdi Yousefibeik, Gholamreza Ghodrati Amiri, and Ali Zare Hosseinzadeh, "A two-step method for damage identification and quantification in large trusses via wavelet transform and optimization algorithm", *Journal of Rehabilitation in Civil Engineering*, 2019, Vol.7, no.1, pp.1-20.
- [31] Ashory, Mohammad-Reza, Ahmad Ghasemi-Ghalebahman, and Mohammad-Javad Kokabi, "Damage identification in composite laminates using a hybrid method with wavelet transform and finite element model updating", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2018, Vol.232, no.5, pp.815-827.
- [32] Yang, Chen, and S. Olutunde Oyadiji, "Delamination detection in composite laminate plates using 2D wavelet analysis of modal frequency surface", *Computers & Structures*, 2017, Vol.179, pp.109-126.
- [33] Rezaifar, Omid, Adel Younesi, Majid Gholhaki, and Akbar Esfandiari, "Debonding damage detection in concrete filled tube columns by experimental modal data", *Journal of Structural and Construction Engineering*, 2019, Vol.6, no. Special Issue 4, pp.93-106.
- [34] Younesi, Adel, Omid Rezaifar, Majid Gholhaki, and Akbar Esfandiari, "Structural health monitoring of a concrete-filled tube column", *Magazine of Civil Engineering*, 2019, Vol.85, no.1.
- [35] Younesi, Adel, Omid Rezaifar, Majid Gholhaki, and Akbar Esfandiari, "Damage detection in concrete filled tube columns based on experimental modal data and wavelet technique", *Mechanics of Advanced Composite Structures*, 2020, Vol.7, no.2, pp.245-254.
- [۳۶] یاره‌یی، ش.، "بازرسی و پایش وضعیت ورق فلزی به صورت غیرمخرب با آزمون فراصوت آرایه فازی به کمک آباکوس و موجک"، *مجله علمی صوت و ارتعاش*، ۱۳۹۸، ج. ۸، ش. ۱۵، ص. ۱۸-۲۸.
- [37] Mamazizi, Arman, Mohtasham Khanahmadi, and Kamran Nobakht Vakili, "Debonding damage detection and assessment in a cfst composite column using modal dynamic data", *Sharif Journal of Civil Engineering*, 2022.
- [38] Khanahmadi, Mohtasham, Omid Rezaifar, Majid Gholhaki, and Adel Younesi, "Detection of debonding damage location of the concrete core from the steel tube of concrete-filled steel tube (CFST) columns using wavelet analysis analytical method", *Modares Civil Engineering journal*, 2023, Vol.22, no.1, pp.129-142.
- [39] Khanahmadi, Mohtasham, Omid Rezaifar, and Majid Gholhaki, "Damage detection in steel plates based on comparing analytical results of the discrete 2-D wavelet transform of primary and secondary modes shape", *Journal of Structural and Construction Engineering*, 2021, Vol.8, no.5, pp.198-214.

- [40] Khanahmadi, Mohtasham, Omid Rezayfar, and Majid Gholhaki, "Damage detection of prefabricated walls (panel 3D plates) based on wavelet transform detection algorithm", *Journal of Structural and Construction Engineering*, 2021, Vol.8, no.8, pp.289-309.
- [41] Khanahmadi, M., Gholhaki, M., Ghasemi-Ghalehbanman, A., and Khademi-Kouhi, M., "Damage detection in laminated composite plates using wavelet analysis analytical method", *Journal of Vibration and Sound*, 2022, Vol.10, no.20, pp.144-156.
- [42] Rezaifar, Omid, Majid Gholhaki, Mohtasham Khanahmadi, Adel Younesi, and Behzad Dejkam. "Damage detection and localization in steel plates using modal dynamic data and two-dimensional wavelet analysis" *Modares Civil Engineering journal*, 2022, Vol.23, no.2, pp.0-0.
- [43] Khanahmadi, Mohtasham, Omid Rezayfar, and Majid Gholhaki, "Comparative study on steel beams damage detection based on continuous and discrete wavelet transforms of static and dynamic responses", *Journal of Structural and Construction Engineering*, 2021, Vol.8, no.9, pp.166-183.
- [44] Khanahmadi, Mohtasham, Majid Gholhaki, and Omid Rezayfar, "Damage identification of column under the axial load based on wavelet transform and modal data", *Journal of Modeling in Engineering*, 2021, Vol.18, no.63, pp.51-64.
- [۴۵] خان احمدی، محتشم، محمدی گرقمی، قلهکی، دژکام، میری، و محمد اقبال، "رذیابی آسیب مبتنی بر موجک در المان سازه‌های تیر فولادی"، نشریه علمی و پژوهشی سازه و فولاد، ۱۴۰۰، دوره ۱۵، شماره ۳۳، ص.۱۵-۲۷.
- [46] Khanahmadi, Mohtasham, Majid Gholhaki, Omid Rezaifar, and Behzad Dejkam, "Damage identification in steel beam structures based on the comparison of analytical results of wavelet analysis", *Civil Infrastructure Researches*, 2023, Vol.8, no.2.
- [47] Khanahmadi, Mohtasham, Omid Rezayfar, Majid Gholhaki, Behzad Dejkam, and Adel Younesi, "Health monitoring and damage assessment of a column under the effect of axial load using modal dynamic data and wavelet analytical method", *Modares Civil Engineering journal*, 2022, Vol.22, no.6, pp.0-0.
- [48] Hanteh, Mojtaba, Omid Rezaifar, and Majid Gholhaki, "Selecting the appropriate wavelet function in the damage detection of precast full panel building based on experimental results and wavelet analysis", *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 2021, Vol.11, pp.1013-1036.
- [49] Ahmadi, Morteza, Amin Mousavijad, and Ziba Ebrahimian, "A statistical study of the relationship between crack length and frequency bandwidth emitted from the crack", *Journal of Vibration and Sound*, 2022.
- [50] Azizi, Haleh, B. Tokhmechi, Noubari H. Ahmadi, Maralani P. Jabeledar, and H. Memarian, "The importance of optimum mother wavelet selection for data decomposition in earth sciences", 2011, pp.63-76.
- [51] Shamsai, A., and M. A. Hesari, "Application of stationary wavelet transform (SWT) to the crack detection in concrete arch dams by frequency analysis", *Modares Civil Engineering journal*, 2011, Vol.11, no.3, pp.0-0.
- [52] Benedetto, J. J., and D. F. Walnut, "Gabor Frames for L2 and related spaces, In "Wavelets: Mathematics and Applications", Benedetto, JJ and Frazier, MW", 1994.
- [53] Rao, K.R., Kim, D.E., Hwang, J.J., "Fast Fourier Transform: Algorithm and applications", Springer, Berlin Heidelberg, 2005.
- [54] Mertins, Alfred, and Dr. Alfred Mertins, "Signal analysis: wavelets, filter banks, time-frequency transforms and applications", John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [55] Zhong, Shuncong, and S. Olutunde Oyadiji, "Detection of cracks in simply-supported beams by continuous wavelet transform of reconstructed modal data", *Computers & structures*, 2011, Vol.89, no.1-2, pp.127-148.

- [56] Kim, Hansang, and Hani Melhem, "Damage detection of structures by wavelet analysis", *Engineering Structures*, 2004, Vol.26, no.3, pp.347-362.
- [57] MATLAB Reference Guide, *the Math Works*, R2021a.
- [58] Qi, Pan, Slavisa Jovanovic, Jinmi Lezama, and Patrick Schweitzer, "Discrete wavelet transform optimal parameters estimation for arc fault detection in low-voltage residential power networks", *Electric Power Systems Research*, 2017, Vol.143, pp.130-139.
- [59] Suraj, A. Anoop, Mathew Francis, T. S. Kavaya, and T. M. Nirmal, "Discrete wavelet transform based image fusion and de-noising in FPGA", *Journal of Electrical Systems and Information Technology*, 2014, Vol.1, no.1, 2014, p.72-81.

پی نوشت

- 
1. Wavelet Transform
  2. Katunin
  3. Zhong & Oyadji
  4. Stationary Wavelet Transform (SWT)
  5. Xu et al
  6. Two-dimensional directional Gaussian wavelets
  7. Laser scanned operating deflection shapes
  8. Lee et al
  9. Continuous relative wavelet entropy method
  10. Li & Hao
  11. Rahami et al
  12. Wavelet Packet Transform (WPT)
  13. Mirzaei et al
  14. Ashory et al
  15. Yang & Oyadji
  16. Younesi et al
  17. Concrete-Filled Steel Tube (CFST)
  18. Mamazizi et al
  19. Khanahmadi et al
  20. Hanteh et al
  21. Ahmadi et al
  22. Joseph Fourier
  23. Short Time Fourier Transform (STFT)
  24. Resolution
  25. Heisenberg's Uncertainty Principle
  26. Continuous Wavelet Transform (CWT)
  27. Discrete Wavelet Transform (DWT)
  28. Subband Coding
  29. Downsampling
  30. Upsampling
  31. Dyadic
  32. Filter Bank
  33. ABAQUS
  34. Wire-Beam
  35. MATLAB
  36. Cubic Spline Interpolation
  37. Daubechies
  38. Symlets
  39. Coiflets