

اندازه‌گیری مدول یانگ به روش فراصوتی

رامین شعبانی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

rshabani@mail.kntu.ac.ir

فرهنگ هنرور*

استاد دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

honarvar@kntu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۱/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۸/۱۹

چکیده

روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری مدول یانگ^۱ وجود دارد. یکی از این روش‌ها، روش فراصوتی است. روش فراصوتی به دلیل دارا بودن مزایایی همچون حساسیت، دقت و سرعت بالا و نداشتن محدودیت از نظر جنس ماده، در تعیین خواص مواد و شناسایی محل و ابعاد عیوب مختلف از اهمیت خاصی برخوردار است. سرعت امواج فراصوتی طولی و عرضی در یک قطعه استوانه‌ای از جنس St37 اندازه‌گیری و با توجه به رابطه بین این سرعت‌ها و مدول یانگ، اندازه مدول یانگ محاسبه شده است. مدول یانگ بدست آمده از روش فراصوتی با مدول یانگ حاصل از آزمون کشش مقایسه و تطابق خوبی بین نتایج حاصل از دو روش مشاهده شده است. همچنین منابع خطا در اندازه‌گیری مدول یانگ به روش فراصوتی شناسایی و عدم قطعیت در اندازه‌گیری این مدول ± 0.3 GPa محاسبه شده است. کوچک بودن این مقدار بیانگر دقت بالای این روش در اندازه‌گیری مدول یانگ است.

واژگان کلیدی: امواج فراصوتی طولی، امواج فراصوتی عرضی، مدول یانگ، عدم قطعیت

۱. مقدمه

بازرسی قطعات در حین ساخت و استفاده برای کاهش هزینه‌های ناشی از استهلاک قطعات و ماشین آلات و اطمینان از کارایی آنها ضروری است. در بین روش‌های مختلف بازرسی غیرمخرب^۲ استفاده از امواج فراصوتی^۳ به دلیل دارا بودن مزایایی از قبیل حساسیت بالا، دقت بالا، سرعت بالا و عدم وابستگی به جنس ماده، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. روش فراصوتی علاوه بر بازرسی قطعات، در تعیین ویژگی‌های مواد مانند خواص الاستیک^۴، خواص حرارتی و ... مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش، برای بدست آوردن ضرایب الاستیک مواد نیاز به اندازه‌گیری سرعت امواج فراصوتی است. در مواد همگن و همسانگرد با

اندازه‌گیری سرعت امواج فراصوتی طولی و عرضی می‌توان ضرایب الاستیک ماده را تعیین کرد. مازن خوری^۵ و همکارانش (۱۹۹۹) روش فراصوتی بدون تماس را برای تعیین مدول یانگ کاغذ استفاده کردند. برای تعیین این مدول از اندازه‌گیری مد^۶ A_0 موج لمب^۷ استفاده شد. آنها نتایج بدست آمده از این روش را با نتایج بدست آمده از روش فراصوتی تماسی مقایسه کردند که تطابق خوبی بین دو روش وجود داشت [۱]. لوین^۸ و همکارانش (۲۰۰۰) مدول الاستیک را در جامد C_{60} به روش فراصوتی اندازه‌گیری کردند. اندازه‌گیری سرعت امواج فراصوتی تحت شرایط دما و فشار بالا صورت گرفت. نتایج آنها نشان داد مدول یانگ

با افزایش فشار و دما افزایش می‌یابد. همچنین نتایج تجربی نشان دادند که جامد C60، در شرایط دمایی ۱۹۰۰ - ۱۶۰۰ K و فشار ۱۳ GPa دارای خواص مکانیکی منحصر به فردی نظیر سرعت موج طولی ۲۶ km/s است [۲]. نوکی^۹ و کاسپارزیک^{۱۰} (۲۰۰۹) سرعت امواج طولی و عرضی را در دو فولاد زنگ‌نزن^{۱۱} X14CrMoS17 و X90CrMoV18 در بازه دمایی K ۱۱۷۳-۲۹۳ اندازه‌گیری کردند و با توجه به روابط موجود بین سرعت امواج فراصوتی و ضرایب الاستیک، این ضرایب را محاسبه کردند. آنها برای اندازه‌گیری سرعت از روش عبوری^{۱۲} استفاده کردند. برای اندازه‌گیری سرعت امواج طولی یک تراگذار^{۱۳} ۵/۴ MHz و برای اندازه‌گیری سرعت امواج عرضی یک تراگذار ۳/۲ MHz استفاده شده است. آنها برای جلوگیری از تماس مستقیم فولاد گرم با تراگذار، از یک خط تاخیر سرامیکی استفاده کردند [۳].

در این مقاله، چارچوبی صریح برای اندازه‌گیری مدول یانگ و تعیین عدم قطعیت اندازه‌گیری این مدول به روش فراصوتی، ارائه شده است. برای این منظور، ابتدا سرعت امواج فراصوتی طولی و عرضی در قطعه‌ای از جنس فولاد St37 اندازه‌گیری شده و بر اساس روابط موجود میان سرعت امواج طولی و عرضی و مدول یانگ، این مدول بدست آمده است. همچنین عدم قطعیت در اندازه‌گیری مدول یانگ بر اساس روش‌های استاندارد تحلیل عدم قطعیت انجام شده است. نتایج حاصل از این روش با نتایج حاصل از آزمون کشش تک محوری مقایسه و تطابق خوبی میان نتایج حاصل از دو روش مشاهده شده است.

۲. روش‌های اندازه‌گیری ضرایب الاستیک

جهت اندازه‌گیری ضرایب الاستیک مواد مختلف، بر اساس خواص و نوع مواد روش‌های مختلفی استفاده شده است. هر یک از این روش‌ها دارای مزایا و معایبی است. هدف از بیان مزایا و معایب این روش‌ها، ایجاد امکان مقایسه این روش‌ها با روش فراصوتی برای خواننده است. این مقایسه به آشکارتر شدن اهمیت روش فراصوتی در تعیین مدول یانگ مواد مختلف با هندسه‌های متفاوت، کمک می‌کند. در ادامه تعدادی از این روش‌ها شرح داده می‌شود.

۱-۲. آزمون کشش

در آزمون کشش^{۱۴} قطعه‌ای با ابعاد مشخص آماده می‌شود. سطح مقطع قسمت مرکزی نمونه به دقت تعیین می‌شود و دو علامت معیار به فاصله L_0 از یکدیگر روی نمونه حک می‌شود. فاصله L_0 را طول معیار نمونه می‌نامند. نمونه داخل دستگاه آزمون کشش قرار داده می‌شود و نیروی کششی به آن وارد می‌شود. با افزایش بار P ، فاصله بین دو علامت افزایش می‌یابد و نمودار تغییرات طول نسبت به نیرو ثبت می‌شود. از این طریق نمودار تنش-کرنش برای ماده بدست می‌آید. قسمت ابتدایی نمودار تنش-کرنش به صورت خطی است و شیب آن برابر مدول یانگ است [۴].

۲-۲. تشدید دینامیکی

در این آزمون فرکانس‌های تشدید^{۱۵} در نمونه‌های آزمون دارای هندسه‌ی خاص، در حالتی که توسط فرکانس‌های متغیر به صورت پیوسته تحریک می‌شوند، اندازه‌گیری می‌شوند. برای تحریک مکانیکی نمونه‌ها از یک تراگذار که سیگنال‌های^{۱۶} الکتریکی را به نیروی مکانیکی تبدیل می‌کند، استفاده می‌شود. تراگذار دیگری نیز ارتعاشات مکانیکی نمونه را دریافت و به یک سیگنال الکتریکی تبدیل می‌کند. دامنه و فرکانس سیگنال با یک نوسان‌نما^{۱۷} یا وسایل مشابه دیگر جهت تعیین وضعیت تشدید اندازه‌گیری می‌شود. فرکانس‌های تشدید، ابعاد و جرم نمونه جهت اندازه‌گیری مدول یانگ و مدول برشی مورد نیاز هستند [۵].

۳-۲. آزمون فرو رفتگی

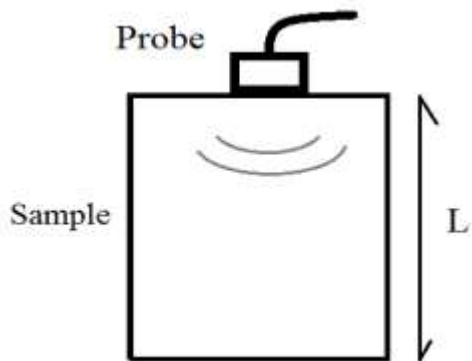
آزمون فرو رفتگی^{۱۸} برای تعیین ثوابت الاستیک موادی که در ابعاد میکرومتر هستند، ایجاد شده است. به این دلیل نمونه آزمون می‌تواند از قطعه کار اصلی جدا شده و نتایج آزمایش بسیار دقیق خواهد بود. در این روش یک جسم فرو رونده که به شکل هرم با قاعده مربع و یا مثلث است، در نمونه فرو رفته و پس از مدتی از روی نمونه برداشته می‌شود. نمودار تغییرات نیرو با جابه‌جایی جسم فرو رونده در حالت بارگذاری و باربرداری بدست می‌آید. با توجه به شیب نمودار در حالت برداشتن بار مدول یانگ تعیین می‌شود [۶].

$$E = \frac{\rho c_t^2 [3(c_l/c_t)^2 - 4]}{(c_l/c_t)^2 - 1} \quad (1)$$

در معادله ۱، ρ ، c_l ، c_t و E به ترتیب چگالی، سرعت موج فراصوتی طولی، سرعت موج فراصوتی عرضی و مدول یانگ هستند.

۳. نحوه‌ی انجام آزمایش‌ها

در اندازه‌گیری مدول یانگ به روش امواج فراصوتی نیاز به اندازه‌گیری سرعت امواج طولی و عرضی در قطعه است. برای این منظور از تراکذارهای ۱۰ MHz برای ارسال امواج طولی و عرضی به درون قطعه استفاده شد. با توجه به مستقل بودن سرعت امواج فراصوتی طولی و عرضی نسبت به فرکانس امواج، این فرکانس به صورت دلخواه و با توجه به تجهیزات آزمایشگاهی در دسترس انتخاب شده است. در شکل ۱ نحوه‌ی ارسال امواج به درون قطعه استوانه‌ای نشان داده شده است.



شکل ۱. نحوه‌ی ارسال امواج به درون قطعه‌ی استوانه‌ای

پس از ارسال امواج فراصوتی به درون قطعه، سیگنال‌های بازتاب شده از سمت دیگر قطعه دریافت و ضبط می‌شوند. نرخ نمونه‌برداری 10^8 S و در نتیجه فرکانس نایکویست ۵۰ MHz بوده است. این فرکانس ۵ برابر فرکانس سیگنال مورد استفاده در اندازه‌گیری سرعت امواج فراصوتی است و در نتیجه احتمال بروز پدیده الیاسینگ^{۲۳}

۲-۴. پراش نور

در روش پراش نور^{۱۹} از یک سیستم لیزر برای اندازه‌گیری مدول یانگ بر اساس پراش نور استفاده می‌شود. در این روش مدول یانگ الیاف با قطر $10 \mu\text{m}$ اندازه‌گیری می‌شود. اندازه‌گیری طول بر اساس پراش نور نیازمند کمترین بار و بدون تماس است. بنابراین مزیت عمده این روش نسبت به سایر روش‌های اندازه‌گیری مدول یانگ، بدست آوردن مدول یانگ در الیاف بسیار نازک است [۷].

۲-۵. الاستوگرافی تشدید مغناطیسی

الستوگرافی تشدید مغناطیسی^{۲۰} یک روش برای تصویرسازی غیر مداخله‌گرانه در الاستیسیته^{۲۱} بافت‌های نرم است. در این روش از امواج مکانیکی به عنوان یک کاوند^{۲۲} مجازی برای ارزیابی کمی الاستیسیته بافت نرم استفاده می‌شود. یک سیستم الاستوگراف تشدید مغناطیسی دارای سه مؤلفه جدایی ناپذیر است:

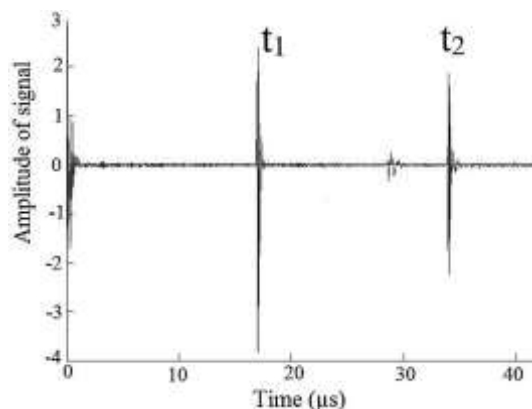
- عملگری جهت ارتعاش بافت
- تصویرساز حساس به حرکت
- بخشی جهت بررسی تصاویر

همچنین از الگوریتم‌هایی جهت استخراج خواص الاستیک بافت از تصویر امواج، استفاده می‌شود [۸].

۲-۶. روش فراصوتی

در روش فراصوتی، از امواج فراصوتی طولی و عرضی برای تعیین مدول یانگ ماده استفاده می‌شود. مزیت این روش، امکان تعیین مدول یانگ مواد مختلف با هندسه و ابعاد متفاوت است. امواج فراصوتی از طریق یک تراگذار به نمونه آزمایش ارسال می‌شوند و به وسیله همان تراگذار یا تراگذار دیگری نیز دریافت می‌شوند. با اندازه‌گیری سرعت امواج فراصوتی و اندازه‌گیری چگالی ماده می‌توان مدول یانگ در ماده را با توجه به معادله زیر بدست آورد [۹]:

وجود ندارد. نمونه‌ای از سیگنال‌های ضبط شده برای امواج طولی در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲. سیگنال ضبط شده حاصل از ارسال موج طولی به درون قطعه

با توجه به فاصله‌ی زمانی بین دو پژواک $(t = t_2 - t_1)$ و با اندازه‌گیری طول قطعه، سرعت امواج طولی و عرضی در قطعه با توجه به معادله ۲ محاسبه می‌شود [۹].

$$c = \frac{2L}{t} \quad (2)$$

چگالی قطعه نیز با اندازه‌گیری حجم و جرم قطعه محاسبه می‌شود. با محاسبه سرعت امواج فراصوتی طولی و عرضی و چگالی قطعه، مدول یانگ از معادله ۱ بدست می‌آید.

۴. عدم قطعیت در اندازه‌گیری مدول الاستیک

اندازه‌گیری فرایندی است که در آن مقداری به کمیته نسبت داده می‌شود. نتیجه یک اندازه‌گیری وقتی کامل است که با عدم قطعیت نتیجه همراه باشد. عدم قطعیت محدوده‌ی حداکثر خطا در نتیجه را بدست می‌دهد.

مراحل فرایند تحلیل عدم قطعیت چند متغیره به صورت زیر است [۱۰]:

- ۱- تعریف معادله
- ۲- ایجاد مدل خطا
- ۳- ایجاد مدل عدم قطعیت
- ۴- تعیین خطاهای فرایند اندازه‌گیری
- ۵- تخمین عدم قطعیت‌های فرایند اندازه‌گیری
- ۶- محاسبه عدم قطعیت اجزاء

۷- ترکیب اجزاء عدم قطعیت

۴-۱. تعریف معادله

برای اندازه‌گیری مدول یانگ به روش فراصوتی باید سرعت امواج فراصوتی طولی و عرضی بدست آیند. برای بدست آوردن سرعت امواج فراصوتی از معادله ۲ استفاده می‌شود. سپس با توجه به معادله ۱ مدول یانگ محاسبه می‌شود. معادله ۳ از قرار دادن معادله ۲ در معادله ۱ بدست می‌آید و برای تعیین عدم قطعیت اندازه‌گیری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$E = \frac{4\rho \left(\frac{L}{t_s}\right)^2 (3t_s^2 - 4t_l^2)}{t_s^2 - t_l^2} \quad (3)$$

بنابراین برای محاسبه عدم قطعیت اندازه‌گیری مدول یانگ باید عدم قطعیت اندازه‌گیری طول قطعه L و فاصله زمانی بین دو پژواک در ارسال موج طولی t_l و فاصله زمانی بین دو پژواک در ارسال موج عرضی t_s محاسبه شوند. در معادله ۳ چگالی برابر $7818/6 \text{ kg/m}^3$ است.

۴-۲. ایجاد مدل خطا

مدل خطا عبارتی است جبری که خطای کل را در کمیته حاصل از ترکیب تمامی خطاهای متغیرهای اندازه‌گیری تعریف می‌کند. برای تشکیل مدل خطا باید از معادله استفاده شده برای اندازه‌گیری مدول یانگ نسبت به تمامی پارامترها مشتق گرفته و آنها را با هم جمع کنیم [۱۰]:

$$E = f(L, t_s, t_l) \quad (4)$$

$$\varepsilon_E = \frac{\partial E}{\partial L} \varepsilon_L + \frac{\partial E}{\partial t_s} \varepsilon_{t_s} + \frac{\partial E}{\partial t_l} \varepsilon_{t_l} = \quad (5)$$

$$a_L \varepsilon_L + a_{t_s} \varepsilon_{t_s} + a_{t_l} \varepsilon_{t_l}$$

معادله‌های بالا به این معنی هستند که خطا در اندازه‌گیری L ، t_s و t_l منجر به خطا در اندازه‌گیری E می‌شوند. در معادله ۳ چگالی ثابت در نظر گرفته شده است و بنابراین مشتق نسبت به چگالی صفر است.

۴-۳. ایجاد مدل عدم قطعیت

متغیر	کولیس (mm)	ابزار اندازه‌گیری زمان (μs)
مقدار	0.01	0.01

جدول ۲. مقادیر اندازه‌گیری شده از طول و زمان

شماره اندازه‌گیری	L (mm)	t _s (μs)	t _l (μs)
1	50.22	31.05	16.96
2	50.23	31.05	16.97
3	50.23	31.04	16.96
4	50.22	31.03	16.96
5	50.24	31.05	16.98

جدول ۳. میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده و سرعت امواج طولی

و عرضی

متغیر	L̄ (mm)	t̄ _s (μs)	t̄ _l (μs)	C̄ _s (m/s)	C̄ _l (m/s)
مقدار	50.23	31.04	16.97	3236.47	5919.86

۴-۵. تخمین عدم قطعیت‌های فرایند اندازه‌گیری

عدم قطعیت‌های اندازه‌گیری مانند خطاهای اندازه‌گیری به دو دسته سیستماتیک و تصادفی تقسیم‌بندی می‌شوند. بنابراین هر منبع خطا دارای دو عدم قطعیت است:

بنابراین هر منبع خطا دارای دو عدم قطعیت است: $u_{t_s,sys}$ و $u_{t_l,sys}$ عدم قطعیت‌های سیستماتیک هستند. این عدم قطعیت‌ها با توجه به دقت دستگاه که توسط سازنده دستگاه اعلام می‌شود، تعیین می‌شوند. عدم قطعیت‌های سیستماتیک برابر نصف دقت دستگاه در نظر گرفته شده است [۱۱]. بنابراین خواهیم داشت:

$$u_{t_s,sys} = u_{t_l,sys} = 0.005 \mu s \quad (95\%) \quad (11)$$

$$u_{L,sys} = 0.005 \text{ mm} \quad (95\%) \quad (12)$$

$u_{t_s,ran}$ ، $u_{t_l,ran}$ و $u_{L,ran}$ عدم قطعیت‌های تصادفی هستند. این نوع از عدم قطعیت‌ها با توجه به داده‌های اندازه‌گیری شده و انجام محاسبات آماری تعیین می‌شوند. مقادیر اندازه‌گیری شده در جدول ۲ ارائه شده است. به دلیل کمتر بودن تعداد تکرارها از ۳۰ عدد، برای محاسبات آماری از آمار

اگر n عامل در اندازه‌گیری ایجاد خطا کنند، عدم قطعیت نتیجه R با توجه به معادله ۶ بدست می‌آید [۱۱]:

$$u_R = t_{v,95} \left[\sum_{i=1}^n (a_{x_i} u_{x_i})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (95\%) \quad (6)$$

در معادله ۶، u_{x_i} عدم قطعیت عامل x_i و a_{x_i} ضریب حساسیت عامل x_i است. میزان مشارکت عدم قطعیت عامل x_i در عدم قطعیت نتیجه R با عبارت $a_{x_i} u_{x_i}$ تخمین زده می‌شود. $t_{v,95}$ و v به ترتیب ضریب توزیع و درجه آزادی هستند و بر اساس تعداد تکرار اندازه‌گیری‌ها تعیین می‌شوند. برای تعیین عدم قطعیت در اندازه‌گیری مدول یانگ از معادله ۶ استفاده می‌شود. این معادله با در نظر گرفتن منابع ایجاد خطا در اندازه‌گیری مدول یانگ به صورت زیر خواهد بود:

$$u_E = t_{v,95} \left[(a_L u_L)^2 + (a_{t_s} u_{t_s})^2 + (a_{t_l} u_{t_l})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (95\%) \quad (7)$$

اندازه‌گیری L ، t_s و t_l مستقل از یکدیگر صورت می‌گیرد، بنابراین همبستگی بین خطاها وجود ندارد.

۴-۴. تعیین خطاهای فرایند اندازه‌گیری

شناسایی خطاهای یک اندازه‌گیری برای تخمین عدم قطعیت در آن ضروری است. در اندازه‌گیری مدول یانگ به روش فراصوتی با ثابت فرض کردن چگالی، منابع خطا شامل خطاهای اندازه‌گیری L ، t_s و t_l است. این خطاها را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\mathcal{E}_L = \mathcal{E}_{L,ran} + \mathcal{E}_{L,sys} \quad (8)$$

$$\mathcal{E}_{t_s} = \mathcal{E}_{t_s,ran} + \mathcal{E}_{t_s,sys} \quad (9)$$

$$\mathcal{E}_{t_l} = \mathcal{E}_{t_l,ran} + \mathcal{E}_{t_l,sys} \quad (10)$$

در معادله‌های ۸ تا ۱۰، زیرنویس sys نشان‌دهنده خطاهای سیستماتیک و زیرنویس ran بیانگر خطای تصادفی هستند. دقت وسایل اندازه‌گیری طول و زمان در جدول ۱ بیان شده است. مقدار کمیت‌های اندازه‌گیری شده نیز در جدول ۲ ذکر شده است.

جدول ۱. دقت وسایل اندازه‌گیری

تعداد تکرارها برابر ۵ است، بنابراین درجه آزادی ۷ برابر ۴ می‌شود و در نتیجه ضریب توزیع^{۲۵} برابر است با [۱۱]:

$$t_{4,95} = 2.77 \quad (26)$$

۴-۷. ترکیب اجزاء عدم قطعیت

عدم قطعیت‌های محاسبه شده در معادله‌های ۲۰ تا ۲۲ و ضرایب حساسیت محاسبه شده در معادله‌های ۲۳ تا ۲۵ در معادله ۷ جایگزین می‌شوند و عدم قطعیت اندازه‌گیری مدول یانگ به روش فراصوتی بدست می‌آید.

$$u_E = t_{4,95} \left[(a_L u_L)^2 + (a_{t_s} u_{t_s})^2 + (a_{t_l} u_{t_l})^2 \right]^{1/2} \\ = 0.3 \text{ GPa } (\%95)$$

بنابراین مقادیر مدول یانگ و عدم قطعیت اندازه‌گیری آن به روش فراصوتی، به صورت زیر است:

$$E = 210.8 \pm 0.3 \text{ GPa } (\%95) \quad (28)$$

در جدول ۴ مقدار مدول یانگ اندازه‌گیری شده به روش فراصوتی و مقدار مدول یانگ بدست آمده از آزمون کشش مقایسه شده است.

جدول ۴. مقادیر مدول یانگ اندازه‌گیری شده از طریق دو روش امواج فراصوتی و آزمون کشش

E (GPa)		متغیر
آزمون کشش	روش امواج فراصوتی	
206.4	210.8	مقدار

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش‌های مختلف اندازه‌گیری مدول الاستیک و معایب و مزایای آنها مرور شد. نحوه‌ی اندازه‌گیری مدول یانگ به روش فراصوتی به صورت کامل توضیح داده شد. روش فراصوتی در مقایسه با سایر روش‌های اندازه‌گیری مدول یانگ دارای مزایایی از قبیل غیرمخرب بودن، دقت بالا و سادگی در انجام آزمایش و محاسبات، است. آزمایش‌هایی بر روی نمونه‌ای از فولاد St37 صورت گرفت و سرعت امواج فراصوتی طولی و عرضی و مدول یانگ در نمونه محاسبه شد. مقدار مدول یانگ بدست آمده از روش فراصوتی با آزمون کشش مقایسه و تطابق خوبی

اندازه-محدود^{۲۳} و توزیع استیودنتس تی^{۲۴} استفاده می‌شود [۱۱]. بنابراین عدم قطعیت‌های تصادفی با توجه به معادله‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$u_{L,\text{ran}} = S_L \quad (13)$$

$$u_{t_s,\text{ran}} = S_{t_s} \quad (14)$$

$$u_{t_l,\text{ran}} = S_{t_l} \quad (15)$$

در معادله‌های ۱۳ تا ۱۵، S_i انحراف معیار مقادیر میانگین منبع خطای i است و از معادله ۱۶ محاسبه می‌شود [۱۱]:

$$S_i = \frac{S_i}{\sqrt{5}} \quad (16)$$

در معادله ۱۶، S_i انحراف معیار ۵ تکرار اندازه‌گیری برای هر یک از منابع خطا است. عدم قطعیت‌های تصادفی به صورت زیر هستند:

$$u_{L,\text{ran}} = 0.004 \text{ mm } (\%95) \quad (17)$$

$$u_{t_s,\text{ran}} = 0.004 \mu\text{s } (\%95) \quad (18)$$

$$u_{t_l,\text{ran}} = 0.004 \mu\text{s } (\%95) \quad (19)$$

۴-۶. محاسبه عدم قطعیت اجزاء

برای محاسبه عدم قطعیت یک منبع خطا از جذر مجموع مجذور عدم قطعیت‌های سیستماتیک و تصادفی آن منبع خطا استفاده می‌شود [۱۱].

$$u_L = \sqrt{u_{L,\text{sys}}^2 + u_{L,\text{ran}}^2} = 0.006 \text{ mm } (\%95) \quad (20)$$

$$u_{t_s} = \sqrt{u_{t_s,\text{sys}}^2 + u_{t_s,\text{ran}}^2} = 0.006 \mu\text{s } (\%95) \quad (21)$$

$$u_{t_l} = \sqrt{u_{t_l,\text{sys}}^2 + u_{t_l,\text{ran}}^2} = 0.006 \mu\text{s } (\%95) \quad (22)$$

ضرایب حساسیت نیز برای این منابع خطا بر اساس معادله ۵ محاسبه می‌شوند.

$$a_L = \left(\frac{\partial E}{\partial L} \right)_{(L,t_s,t_l)=(\bar{L},\bar{t}_s,\bar{t}_l)} = 8.3925 \times 10^{12} \quad (23)$$

$$a_{t_s} = \left(\frac{\partial E}{\partial t_s} \right)_{(L,t_s,t_l)=(\bar{L},\bar{t}_s,\bar{t}_l)} = -1.0372 \times 10^{16} \quad (24)$$

$$a_{t_l} = \left(\frac{\partial E}{\partial t_l} \right)_{(L,t_s,t_l)=(\bar{L},\bar{t}_s,\bar{t}_l)} = -5.8692 \times 10^{15} \quad (25)$$

نیز محاسبه شد. عدم قطعیت پایین در اندازه‌گیری به روش فراصوتی بیانگر دقت بالای این روش در اندازه‌گیری مدول یانگ است.

بین مقادیر حاصل از دو روش بدست آمده است. منابع خطا در اندازه‌گیری مدول یانگ به روش فراصوتی شناسایی شدند و عدم قطعیت اندازه‌گیری مدول یانگ به روش فراصوتی

۸. مأخذ

- [1] Khoury, M., G. E. Tourtollet, A. Schroder, "Contactless measurement of the elastic Young's modulus of paper by an ultrasonic technique." *Ultrasonics*, Vol.37, 1999, pp. 133-139.
- [2] Levin, V.M., Blank, V.D., Prokhorov, V.M., Soifer, Ja.M. Koblelev, N.P. "Elastic modulus of solid C60: measurement and relationship with nanostructure." *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, Vol.61, 2000, pp. 1017-1024.
- [3] Nowacki, K., W. Kasprzyk, "The sound velocity in an alloy steel at high temperature conditions." *International Journal of Thermophysics*, Vol.31, 2010, pp.103-112.
- [4] Beer, F. P., E. R. Johnston, J. T. Dewolf, "Mechanics of Materials", New York: Mc Graw Hill, 2006.
- [5] The American Society for Testing and Materials. C1198-96: Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio for Advanced Ceramics by Sonic Resonance, 2004.
- [6] Czichos, H., T. Saito, L. Smith, "Handbook of Materials Measurement Methods", Wurzburg: Springer Science + Business Media, Inc., 2006.
- [7] Wiecek, T., "A new method for the measurement of static and dynamic Young's moduli of long fibers." *Composites: Part A*, Vol.60, 2014, pp. 1-7.
- [8] Li, B. N., C. K. Chui, S. H. Ong, "Modeling shear modulus distribution in magnetic resonance elastography with piecewise constant level sets." *Magnetic Resonance Imaging*, Vol.30, 2012, pp.390-401.
- [9] Bray, D. E., R. K. Stanley, "Nondestructive Evaluation: A Tool in Design, Manufacturing, and service", CRC Press, Inc., 1997.
- [10] "NASA Measurement Quality Assurance Handbook" – ANNEX 3, 2010.
- [11] Figliola, R. S., D. E. Beasley, "Theory and Design for Mechanical Measurements", Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2011.

پی‌نوشت:

1. Young module
2. Nondestructive methods
3. Ultrasonic waves
4. Elastic properties
5. Mazen Khoury
6. Mode
7. Lamb wave
8. Levin
9. Nowacki
10. Kasprzyk
11. Stainless steel
12. Through-transmission
13. Transducer
14. Tensile test
15. Resonance frequency
16. Signals
17. Oscilloscope
18. Indentation test
19. Light diffraction

-
20. Magnetic resonance elastography
 21. Elasticity
 22. Probe
 23. Aliasing
 24. Finite-sized
 25. Student's t distribution