

مقایسه ارتعاشات عرضی و پیچشی جعبه‌دنده یک مرحله‌ای در تشخیص عیب

ترک در سرعت‌های مختلف

علی لقمانی*	احمد ذوالفقاری	علیرضا غلامی جلال آباد
استادیار	کارشناسی ارشد	دانشجوی کارشناسی ارشد
مهندسی مکانیک	مهندسی مکانیک	مهندسی مکانیک
دانشگاه صنعتی اصفهان	دانشگاه صنعتی اصفهان	دانشگاه صنعتی اصفهان
a.loghmani@iut.ac.ir	ahmad.zolfaghari@alumni.iut.ac.ir	a.gholami@me.iut.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۲۶

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۲/۲۹

چکیده

عیب‌یابی جعبه‌دنده‌ها به کمک ارتعاشات از رایج‌ترین روش‌های مورد استفاده در صنعت است که این امر با تحلیل سیگنال‌های اندازه‌گیری شده از دو روش عرضی و پیچشی صورت می‌گیرد. هدف این پژوهش تحلیل حوزه زمان و فرکانس سیگنال ارتعاش پیچشی در مقایسه با سیگنال ارتعاش عرضی حاصل از جعبه‌دنده در سرعت‌های مختلف است و به دنبال آن مشخص کردن مزیت سیگنال ارتعاش پیچشی برای تشخیص عیوب موضعی جعبه‌دنده‌ای که در سرعت‌های مختلف کار می‌کند، است. به همین منظور، در پژوهش حاضر سفتی درگیری متغیر با زمان جفت چرخ‌دنده مورد استفاده در معادلات دینامیکی به روش انرژی پتانسیل برای دندان‌ه سالم و معیوب استخراج شده است. سپس معادلات دینامیکی سیستم به روش پارامتر فشرده استخراج شده و با استفاده از آنها سیگنال‌های ارتعاش عرضی و پیچشی جعبه‌دنده شبیه‌سازی شده است. در ادامه پاسخ ارتعاش حاصل از حل معادلات برای سرعت‌های مختلف در حوزه زمان و فرکانس مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج نشان داد که دامنه‌ی اجزای فرکانسی شامل فرکانس درگیری و باندهای جانبی سیگنال ارتعاش عرضی به سرعت کارکرد جعبه‌دنده وابستگی زیاد دارد. به طوری که با تغییر سرعت، دامنه ارتعاش عرضی تغییر می‌کند ولی برای سیگنال ارتعاش پیچشی با تغییر سرعت، دامنه ارتعاش تغییرات کمی دارد. این مسئله در فرایند تشخیص عیب اهمیت پیدا می‌کند. به طوری که با استفاده از سیگنال ارتعاش پیچشی، می‌توان رشد عیب را در سرعت‌های مختلف سیستم بهتر از سیگنال ارتعاش عرضی بررسی کرد.

واژگان کلیدی: جعبه‌دنده، تشخیص عیب، ارتعاش پیچشی، ارتعاش عرضی

۱. مقدمه

خرابی غیرمنتظره ماشین‌آلات در صنعت موجب توقف‌های زمانی ناخواسته در بخش تولید و در نتیجه تحمیل زیان‌های مالی می‌شود. برای جلوگیری از این امر و همچنین افزایش بهره‌وری ماشین‌آلات از روش‌های تعمیر و نگهداری پیش‌بینانه استفاده می‌شود. رکن اصلی این روش، پایش وضعیت سلامتی تجهیزات بر مبنای تحلیل روغن، دما، سیگنال‌های ارتعاشی و غیره است. آنالیز ارتعاشات به دلیل گستره کاربردی که برای عیب‌یابی ماشین‌آلات دارد، رایج‌ترین روش پایش وضعیت به حساب می‌آید.

جعبه‌دنده‌ها از مهم‌ترین تجهیزات مورد استفاده در سیستم‌های صنعتی هستند که به دلیل اهمیت کارکرد صحیح آنها، پایش وضعیت این تجهیزات مورد توجه زیادی قرار گرفته است. چرخ‌دنده‌ها به عنوان عضو اصلی انتقال قدرت در جعبه‌دنده‌ها بیشتر در معرض آسیب قرار دارند. در بیشتر پژوهش‌های صورت گرفته، تشخیص عیب در جعبه‌دنده بر مبنای سیگنال حاصل از ارتعاش عرضی انجام می‌شود که معمولاً با قرار دادن حسگر بر روی قسمت ثابت ماشین اندازه‌گیری می‌شود. روش دیگر اندازه‌گیری سیگنال ارتعاش سیستم، اندازه‌گیری ارتعاش پیچشی است که معمولاً با قرار دادن حسگر بر روی محور ورودی یا خروجی انجام می‌شود [۱].

در بخشی از استاندارد پایش وضعیت (ISO ۱۳۳۷۳-۱) به روش‌های اندازه‌گیری ارتعاش پیچشی پرداخته شده است. استفاده از این نوع ارتعاش در عیب‌یابی برخی از تجهیزات به دلیل پیچیدگی کم طیف فرکانس حاصل از آن به‌ویژه در جعبه‌دنده‌های سیاره‌ای مورد توجه محققان قرار گرفته است. در جعبه‌دنده‌های سیاره‌ای به دلیل چرخش حامل سیاره‌ها، موقعیت درگیری چرخ‌دنده‌ها متغیر با زمان است، در نتیجه مسیر انتقال ارتعاش از موقعیت درگیری تا محل ثابت حسگر بر روی پوسته جعبه‌دنده در روش‌های مرسوم اندازه‌گیری، متغیر با زمان خواهد بود که در اثر آن مدولاسیون دامنه‌ای در

سیگنال ارتعاش عرضی اندازه‌گیری شده، ایجاد می‌شود که در بردارنده اطلاعات اضافه‌ای از وضعیت سلامت سیستم نیست. در مقابل، ارتعاش پیچشی اندازه‌گیری شده از محورهای جعبه‌دنده تحت تأثیر مسیر انتقال ارتعاش متغیر با زمان نیست و از ایجاد مدولاسیون دامنه اضافی جلوگیری می‌شود [۱].

بر این اساس فنگ و ژو [۱] مدلی برای سیگنال ارتعاش پیچشی جعبه‌دنده سیاره‌ای که تنها تحت تأثیر مدولاسیون دامنه و فاز ناشی از عیوب چرخ‌دنده بود، استخراج کردند. سپس به کمک آنالیز دی‌مدولاسیون دامنه و فرکانس به تشخیص عیوب ایجاد شده در چرخ‌دنده‌های مختلف از جعبه‌دنده سیاره‌ای پرداختند. مدل سیگنال ارائه شده توسط آنها برای سیستم تحت شرایط ثابت برقرار بود.

چن و فنگ [۲] مدل سیگنال ارتعاش پیچشی را برای جعبه‌دنده سیاره‌ای تحت شرایط متغیر بهبود دادند. آنها با توجه به این مسئله که فرکانس تشدید در صفحه زمان-فرکانس به صورت فرکانسی ثابت، قابل شناسایی است، به جای بررسی فرکانس درگیری که متغیر با زمان است، باندهای جانبی ایجاد شده پیرامون فرکانس تشدید را بررسی کردند. آنها نشان دادند که با این روش امکان شناسایی عیب وجود دارد.

مراجع [۱ و ۲] برای اندازه‌گیری ارتعاش پیچشی در بخش آزمون‌های تجربی از گشتاورسنج دینامیکی استفاده کرده‌اند. ژو و هووارد [۳] با در نظر گرفتن بیست درجه آزادی برای سیستم شامل جعبه‌دنده سیاره‌ای، موتور و بار مقاوم، معادلات دینامیکی سیستم را استخراج کردند و سیگنال سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای حامل سیاره‌ها که تحت تأثیر مدولاسیون ناشی از مسیر انتقال ارتعاش نیست، به دست آوردند. سپس با استفاده از روش‌های پردازش سیگنال مختلف، عملکرد سیگنال ارتعاش پیچشی استخراج شده را به عنوان ابزاری برای تشخیص عیب در جعبه‌دنده‌های سیاره‌ای مورد بررسی قرار دادند و توانستند علاوه بر تشخیص عیب، محل ایجاد عیب را نیز مشخص کنند.

یکی از کاربردهای ارتعاش پیچشی که در تعدادی از مقالات مورد استفاده قرار گرفته است، اندازه‌گیری خطای انتقال است به طوری که اندازه‌گیری ارتعاش پیچشی با دی‌مدولاسیون فاز سیگنال حاصل از انکودرهای متصل به محورهایی که جفت چرخ‌دنده‌ها بر روی آن قرار گرفته است، انجام می‌شود [۴]. خطای انتقال از اختلاف حرکت زاویه‌ای به دست آمده، حاصل می‌شود. به عنوان نمونه دوگان و کرپات [۵] جعبه‌دنده ساده یک مرحله‌ای را با دندانه‌های نامتقارن شبیه‌سازی کرده و از ارتعاش پیچشی (خطای انتقال دینامیک^۱) برای عیب‌یابی استفاده کردند. در مورد جعبه‌دنده‌های ساده که موقعیت درگیری چرخ‌دنده‌ها ثابت است، مدولاسیون دامنه اضافه‌ای در ارتعاش عرضی ایجاد نمی‌شود اما همچنان اثر مسیر انتقال ارتعاش در اندازه دامنه ارتعاش قابل بررسی است. همچنان که پاسخ ارتعاش عرضی و پیچشی حاصل از شبیه‌سازی دینامیکی جعبه‌دنده در سرعت‌های مختلف و مقایسه آنها نیز قابل بحث و بررسی است. استفاده از معادلات دینامیکی جعبه‌دنده برای شبیه‌سازی پاسخ ارتعاش، این امکان را فراهم می‌کند که اثر تغییر پارامترهای سیستم و همچنین رشد عیب را در پاسخ خروجی بررسی کرد. بر این اساس پری و همکاران [۶] یک مدل دینامیکی شش درجه آزادی از سیستم جعبه‌دنده با دندانه معیوب (حفره حفره شده) با در نظر گرفتن اثرات سختی درگیری و میرایی متغیر با زمان، لقی، اصلاح پروفیل دندانه و خطای چرخ‌دنده استخراج کردند.

وو و همکاران [۷] یک مدل دینامیکی شش درجه آزادی از سیستم شامل عیب ترک بر روی دندانه‌های یکی از چرخ‌دنده‌ها استخراج کردند. در این پژوهش که هدف، بررسی رشد ترک و اثر آن در پاسخ ارتعاش شبیه‌سازی شده است از اثرات لقی، اصطکاک، خطای ساخت و انتقال چرخ‌دنده صرف نظر شده است.

محمد و همکاران [۸] برای یک سیستم جعبه‌دنده یک مرحله‌ای، با در نظر گرفتن اثرات اصطکاک و ژيروسکوپ یک

مدل دینامیکی دوازده درجه آزادی برای اندازه ترک‌های مختلف استخراج کردند. افزون بر این مدل، سه مدل دینامیکی دیگر نیز با درجات آزادی متفاوت شامل شش درجه آزادی، هشت درجه آزادی، هشت درجه آزادی کاهش یافته به شش درجه آزادی را مورد بررسی قرار دادند. آنها نتیجه گرفتند در صورت شبیه‌سازی چرخ‌دنده‌ها به صورت متقارن، نتایج حاصل از سیستم دوازده درجه آزادی نزدیک به نتایج سیستم شبیه‌سازی شده با هشت درجه آزادی است و در صورت شبیه‌سازی چرخ‌دنده‌ها به صورت نامتقارن به دلیل وارد شدن اثرات ژيروسکوپ و ترم‌های کولینگ، باید از مدل دوازده درجه آزادی استفاده شود.

ژائو و همکاران [۹] به منظور بررسی پارامترهای خارج از مرکزی، اصطکاک، خطای انتقال و لقی یک مدل دینامیکی غیرخطی شانزده درجه آزادی برای جعبه‌دنده یک مرحله‌ای استخراج کردند و با استخراج معادلات سیستم، پاسخ ارتعاش آن را به دست آوردند. مهم‌ترین بخش مدل‌سازی دینامیکی مربوط به محاسبه سفتی درگیری چرخ‌دنده‌ها است. روش مرسوم محاسبه، استفاده از انرژی پتانسیل است. در روش انرژی پتانسیل، دندانه چرخ‌دنده به صورت یک تیر یک‌سر گیردار و غیریکنواخت در نظر گرفته شده و با استفاده از تئوری‌های مربوط به تیر، سفتی درگیری دندانه محاسبه می‌شود [۱۰].

در ابتدا یانگ و لین [۱۱] انرژی پتانسیل کل در یک جفت دندانه درگیر را به صورت جمع انرژی تماسی هرتزین، خمش و انرژی فشاری در نظر گرفتند و با به دست آوردن سفتی معادل، مقدار نیروی الاستیک بین دو چرخ‌دنده درگیر را محاسبه کردند. پس از آن اثر انرژی برشی نیز به وسیله تیان [۱۲] اضافه شد.

ساینست و همکاران [۱۳] نیز برای در نظر گرفتن سهم پایه دندانه در خیز دندانه، انرژی پایه فیلد را به انرژی پتانسیل کل اضافه کردند. بنابراین انرژی پتانسیل کل، حاصل انرژی تماسی

هرترزین، خمشی، فشاری، برشی و پایه فیلت بوده و سفتی درگیری کل نیز حاصل انرژی‌های یاد شده است. وجود عیب در دندانها باعث کاهش مقدار سفتی درگیری می‌شود و مقدار کاهش آن، به مشخصات، موقعیت و شدت عیب وابسته است [۱۰]. به‌عنوان نمونه‌ای از پژوهش‌های صورت گرفته در محاسبه سفتی درگیری دندان معیوب می‌توان به لیانگ و همکاران [۱۴] اشاره کرد که با در نظر گرفتن شروع دندان از دایره ریشه و همچنین در نظر گرفتن محل ترک در ریشه دندان، معادلات تحلیلی برای محاسبه سفتی درگیری چرخ‌دنده در حالت سالم و معیوب را استخراج کردند.

در این پژوهش، سیگنال ارتعاش پیچشی جعبه‌دنده سالم و معیوب در سرعت‌های مختلف در مقایسه با ارتعاش عرضی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. جعبه‌دنده شبیه‌سازی شده در این پژوهش، یک مرحله‌ای با چرخ‌دنده‌های ساده است. برای استخراج سیگنال ارتعاش جعبه‌دنده، ابتدا سفتی درگیری متغیر با زمان چرخ‌دنده‌ها در حالت سالم و معیوب به‌صورت موضعی (ترک در دندان چرخ‌دنده) شبیه‌سازی شده است. در مرحله بعد، معادلات دینامیکی سیستم شبیه‌سازی شده و پاسخ ارتعاش جعبه‌دنده استخراج شده است. در ادامه سیگنال شتاب که بیان‌کننده ارتعاش عرضی و سیگنال گشتاور که منعکس‌کننده ارتعاش پیچشی حاصل از معادلات شبیه‌سازی شده است، در حوزه زمان و فرکانس مورد تحلیل واقع شده است. این تحلیل‌ها شامل مقایسه سیگنال شتاب و گشتاور برای مقادیر مختلف از شدت عیب و همچنین برای سرعت‌های مختلف (با گشتاور مقاوم ثابت) است.

۲. مدل‌سازی جعبه‌دنده

در این بخش توضیحات لازم برای شبیه‌سازی جعبه‌دنده ساده یک مرحله‌ای ارائه شده است. هدف از این مدل‌سازی

جعبه‌دنده، استخراج سیگنال‌های ارتعاش عرضی (شتاب) و ارتعاش پیچشی (گشتاور) در اندازه ترک‌های مختلف است. شبیه‌سازی جعبه‌دنده شامل محاسبه سفتی درگیری دندانهای جفت چرخ‌دنده و روابط ریاضی مربوط به مدل‌سازی دینامیکی سیستم است.

۲-۱. سفتی درگیری دندانها

اصلی‌ترین بخش مدل‌سازی سیستم مربوط به سفتی درگیری بین دندانهای جفت چرخ‌دنده است زیرا منبع اصلی ارتعاشات، درگیری و ضربه‌های دندانها است. روش‌های محاسبه سفتی درگیری دندانها شامل انرژی پتانسیل، روش موج مربعی، روش تجربی و روش اجزا محدود است. روش انرژی پتانسیل در مقایسه با روش‌های دیگر از دقت محاسباتی کافی برخوردار بوده و درعین‌حال هزینه محاسباتی کمتری دارد.

در این قسمت با استفاده از روش انرژی پتانسیل که مبنای آن مدل‌سازی دندان به‌صورت تیر یک‌سر گیردار بوده و سفتی درگیری متغیر با زمان دندانها محاسبه شده است. سفتی درگیری چرخ‌دنده‌ها برای هنگامی که یک جفت دندان درگیر شوند را می‌توان به‌صورت رابطه ۱ نوشت [۱۴]:

$$k_t = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{k_h}\right)} \quad (1)$$

که k_t سفتی درگیری بین چرخ‌دنده‌ها و k_a, k_s, k_b و k_h به‌ترتیب معرف سفتی خمشی، برشی، فشاری محوری و هرترزین هستند. اعداد ۱ و ۲ نیز معرف چرخ‌دنده محرک و چرخ‌دنده متحرک است. برای محاسبه سفتی درگیری چرخ‌دنده‌ها هنگامی که دو جفت دندان درگیر شوند از رابطه ۲ استفاده می‌شود [۱۴]:

$$k_t = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\left(\frac{1}{k_{b1,i}} + \frac{1}{k_{s1,i}} + \frac{1}{k_{a1,i}} + \frac{1}{b_{2,i}} + \frac{1}{s_{2,i}} + \frac{1}{a_{2,i}} + \frac{1}{k_{hi}}\right)} \quad (2)$$

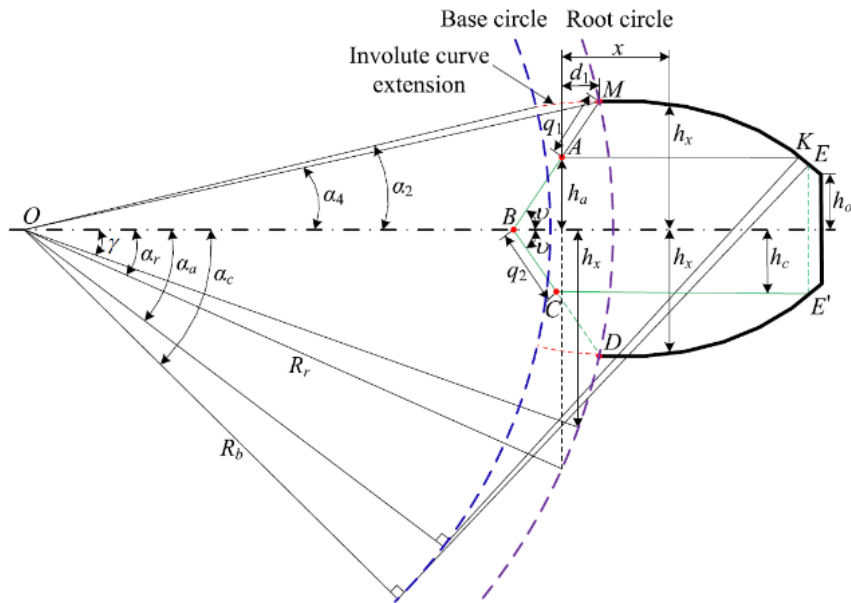
روی خط مرکزی دندان‌ها امتداد می‌یابد. این نقطه معرف ۵۰ درصد طول ترک است. با رشد بیشتر ترک از نقطه‌ی B تا نقطه‌ی D که معرف ۱۰۰ درصد طول ترک است، دندان‌ها به‌طور کامل از چرخ‌دنده جدا می‌شود. به همین ترتیب ترک‌های کوچکتر از ۵۰ درصد که در این مقاله استفاده شده است، نسبتی از اندازه MB است.

در این پژوهش ابتدا با استفاده از مقادیر ارائه شده در مرجع [۱۴] برای هر یک از پارامترهای موجود در روابط سفتی، سفتی درگیری دندان‌های سالم و معیوب محاسبه شده است. سپس با اطمینان از نتایج کدنویسی، سفتی درگیری برای مقادیر ارائه شده در جدول ۱ محاسبه شده است. شکل ۲ نتایج سفتی درگیری برای یک و دو جفت دندان‌ها از چرخ‌دنده‌ها را در یک دوره از درگیری کامل دندان‌ها معیوب برای اندازه ترک‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل ۲ مشخص است با رشد عیب ترک در دندان‌ها، سفتی درگیری دندان‌ها معیوب در تماس دو جفت دندان‌ها و همچنین در تماس یک جفت دندان‌ها کاهش می‌یابد.

برای اولین جفت و $i = 2$ برای دومین جفت از دندان‌ها است.

با توجه به این مسئله که در روش انرژی پتانسیل، دندان‌ها به‌صورت تیر یکسرگیردار در نظر گرفته می‌شود، در هنگام ایجاد عیب موضعی در دندان‌ها چرخ‌دنده، طول مؤثر و ضخامت دندان‌ها تغییر کرده و در نتیجه سفتی درگیری کل کاهش می‌یابد [۱۴]. روابط کامل محاسبه سفتی درگیری چرخ‌دنده سالم و معیوب برای هر دو حالت تعداد دندان‌ها کمتر از ۴۱ و بیشتر از ۴۱ در مرجع [۱۴] ارائه شده است.

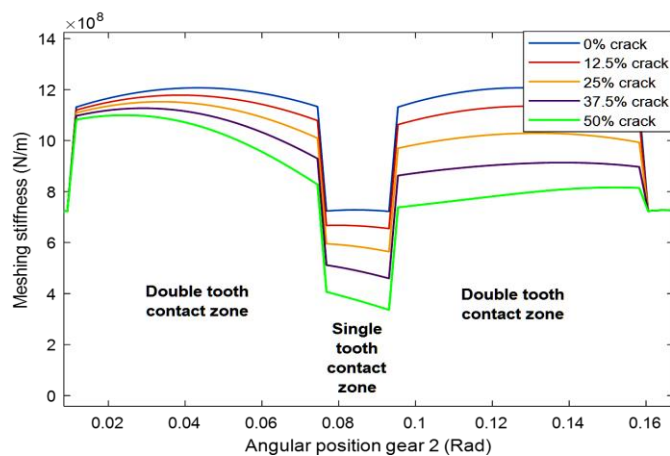
برای چرخ‌دنده ساده استاندارد با زاویه فشار ۲۰ درجه، درحالتی که تعداد دندان‌ها کمتر از ۴۱ باشد دایره ریشه کوچکتر از دایره مبنا و درحالتی که تعداد دندان‌ها بیشتر از ۴۱ باشد، دایره ریشه بزرگتر از دایره مبنا است [۱۴]. در این پژوهش مشابه مرجع یاد شده، عیب موضعی ترک در ریشه دندان‌ها و برای حالتی که تعداد دندان‌ها بیشتر از ۴۱ باشد، شبیه‌سازی شده است. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، رشد ترک در دندان‌ها به این صورت است که از نقطه‌ی M واقع بر دایره ریشه شروع شده و با زاویه ν نسبت به خط مرکزی دندان‌ها تا نقطه‌ی B بر



شکل ۱. دندانه ترک‌دار برای حالت دایره ریشه بزرگتر از دایره مبنا [۴]

جدول ۱. مشخصات جعبه‌دنده

پهنای چرخ‌دنده mm	فرکانس چرخش Hz	ضریب پواسون	مدول یانگ GN/m^2	جرم kg	ممان اینرسی جرمی kg mm^2	زاویه فشار deg	مدول mm	تعداد دندانه	
۲۰	۱۶/۶	۰/۳	۲۰۰	۱/۵۳	۱۲۴۷/۹	۲۰	۲	۵۵	چرخ دنده کوچک
	۱۲/۲			۳/۰۱	۲۳۳۸/۸			۷۵	چرخ دنده بزرگ
میرایی			سختی						
kN.s/m \cdot			MN/m \cdot						یاتاقان‌ها
kN.m.s/m \cdot			MN.m/rad \cdot						محورها (شافت‌ها)



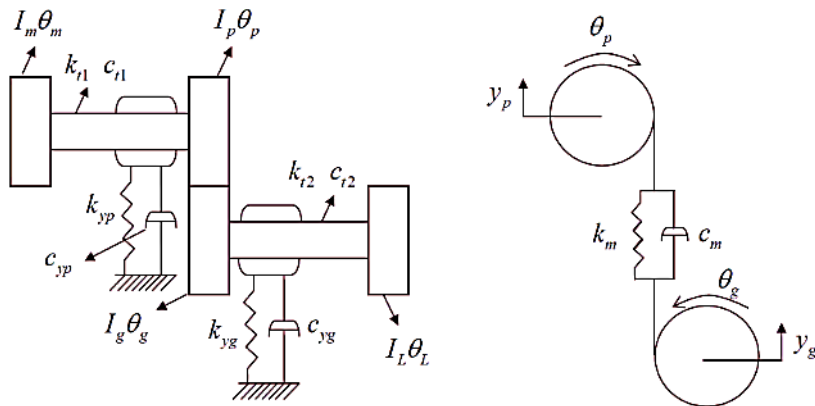
شکل ۲. سفتی درگیری دندانه محاسبه شده برای ترک‌های مختلف در پژوهش حاضر

۲-۲. معادلات دینامیکی سیستم

در این مقاله برای مدل‌سازی دینامیکی جعبه‌دنده ساده یک مرحله‌ای که در شکل ۳ نشان داده شده است از روش پارامتر فشرده^۲ استفاده شده است. در این روش چرخ‌دنده‌ها، موتور و ترمز به صورت دیسک دارای اینرسی و با حرکت چرخشی مدل‌سازی می‌شود. سیستم دارای ۶ درجه آزادی شامل چرخش

چرخ‌دنده کوچک θ_p ، چرخش چرخ‌دنده بزرگ θ_g ، چرخش موتور θ_m و بار (ترمز) θ_L به همراه جابه‌جایی عرضی در یک جهت برای چرخ‌دنده کوچک y_p و چرخ‌دنده بزرگ y_g است. این درجات آزادی در شکل ۳ نشان داده شده است و معادلات دیفرانسیل سیستم براساس درجات آزادی در نظر گرفته شده که متغیرهای مجهول هستند، به صورت رابطه ۳ است [۶].

$$\begin{cases} I_p \ddot{\theta}_p + C_{t1}(\dot{\theta}_p - \dot{\theta}_m) + k_{t1}(\theta_p - \theta_m) = -W r_p \\ I_g \ddot{\theta}_g + C_{t2}(\dot{\theta}_g - \dot{\theta}_L) + k_{t2}(\theta_g - \theta_L) = -W r_g \\ I_m \ddot{\theta}_m + C_{t1}(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_p) + k_{t1}(\theta_m - \theta_p) = T_m \\ I_L \ddot{\theta}_L + C_{t2}(\dot{\theta}_L - \dot{\theta}_g) + k_{t2}(\theta_L - \theta_g) = -T_L \\ m_p \ddot{y}_p + C_{yp} \dot{y}_p + k_{yp} y_p = W \\ m_g \ddot{y}_g + C_{yg} \dot{y}_g + k_{yg} y_g = -W \end{cases} \quad (3)$$



شکل ۳. مدل ۶ درجه آزادی جعبه‌دنده [۶]

ζ_m معرف نسبت میرایی است که همانند مرجع [۱۵] برابر 0.07 در نظر گرفته شده است. سایر پارامترهای استفاده شده در معادلات دیفرانسیل سیستم در زیر بیان شده است:
 T_L, T_m : گشتاور موتور، گشتاور بار مقاوم
 I_g, I_p, I_L, I_m : ممان اینرسی جرمی موتور، بار مقاوم، چرخ‌دنده کوچک، چرخ‌دنده بزرگ
 $\theta_g, \theta_L, \theta_p, \theta_m$: حرکت چرخشی موتور، بار مقاوم، چرخ‌دنده کوچک، چرخ‌دنده بزرگ

W نیروی دینامیکی است که از رابطه ۴ و میرایی درگیری متغیر با زمان نیز از رابطه ۵ به دست می‌آید [۶].

$$W = k_m(\theta_p R_p - \theta_g R_g + y_g - y_p) + c_m(\dot{\theta}_p R_p - \dot{\theta}_g R_g + \dot{y}_g - \dot{y}_p) \quad (4)$$

$$c_m = 2\zeta_m \sqrt{\frac{k_m m_p m_g}{m_p + m_g}} \quad (5)$$

با توجه به مشخصات جعبه‌دنده که در جدول ۱ و همچنین مشخصات الکترو موتور که در جدول ۲ آمده است و با استفاده از روش حل عددی رانگ-کوتا^۳ از طریق حل گر ode15s نرم‌افزار متلب^۴ معادلات دیفرانسیل سیستم حل می‌شود. حل گر ode15s مناسب برای حل معادلات سخت^۵ است.

برای استفاده از این حل گر باید ۶ معادله دیفرانسیل مرتبه دو سیستم به ۱۲ معادله مرتبه یک تبدیل شود. شرایط اولیه همه ۱۲ متغیر که شامل درجات آزادی و مشتقات آن است برابر با صفر و همچنین گشتاور بار مقاوم برابر با ۱۱ نیوتون متر در نظر گرفته می‌شود. برای تحلیل ارتعاشات در بخش ۳، از پاسخ گذرا صرف نظر شده و فقط شرایط پایدار در نظر گرفته شده است. ارتعاش عرضی مورد استفاده در این مقاله سیگنال شتاب چرخ‌دنده کوچک جعبه‌دنده \ddot{y}_p است و ارتعاش پیچشی مورد استفاده، سیگنال گشتاور محور چرخ‌دنده کوچک جعبه‌دنده است.

برای آن‌که در ادامه کار امکان صحت‌سنجی نتایج وجود داشته باشد، ابتدا از مقادیر پارامترها و مشخصات سیستم ارائه شده در مرجع [۱۶] استفاده شده است سپس مشخصات موتور به گونه‌ای در نظر گرفته شده است تا همان سرعت جعبه‌دنده مقاله مرجع یعنی ۱۰۰۰ دور بر دقیقه را شبیه‌سازی کند. لازم به ذکر است که در مرجع [۱۶] فقط نتایج سیگنال شتاب استخراج شده است.

جدول ۲. مشخصات موتور

E (volt)	(ΩR)	(ΩX)	f (Hz)	p
۲۲۰	۰/۲۴۰۹	۰/۵۴۰۶	۵۰	۶

متناسب با درصد طول ترک است. شکل ۶ نتایج سیگنال شتاب مرجع [۱۶] را نشان می‌دهد. با مقایسه نتایج شتاب شبیه‌سازی شده در این مقاله و شکل ۴ و نتایج شبیه‌سازی شده در مرجع [۱۶] و شکل ۶ مشاهده

k_{t2}, k_{t1} : سختی پیچشی محور اول (بین چرخ‌دنده کوچک و موتور)، محور دوم (بین چرخ‌دنده بزرگ و بار مقاوم)
 c_{t2}, c_{t1} : میرایی پیچشی محور اول (بین چرخ‌دنده کوچک و موتور)، محور دوم (بین چرخ‌دنده بزرگ و بار مقاوم)
 k_{yg}, k_{yp} : سختی یاتاقان چرخ‌دنده کوچک، چرخ‌دنده بزرگ
 c_{yg}, c_{yp} : میرایی یاتاقان چرخ‌دنده کوچک، چرخ‌دنده بزرگ
 m_g, m_p : جرم چرخ‌دنده کوچک، چرخ‌دنده بزرگ
 y_g, y_p : جابه‌جایی عمودی یاتاقان چرخ‌دنده کوچک، چرخ‌دنده بزرگ

k_m, c_m : سفتی درگیری متغیر با زمان، میرایی درگیری متغیر با زمان

R_g, R_p : شعاع دایره مبنای چرخ‌دنده کوچک، چرخ‌دنده بزرگ گشتاور موتور از رابطه ۶ به دست می‌آید.

$$T_m = \frac{sE^2R}{R^2 + (sX)^2} \frac{3}{2\pi n_s} \quad (۶)$$

R و X اجزای امپدانس روتور، E ولتاژ موتور و n_s سرعت سنکرون موتور است که از رابطه ۷ و S نیز از رابطه ۸ به دست می‌آید.

$$n_s = \frac{2f}{p} \quad (۷)$$

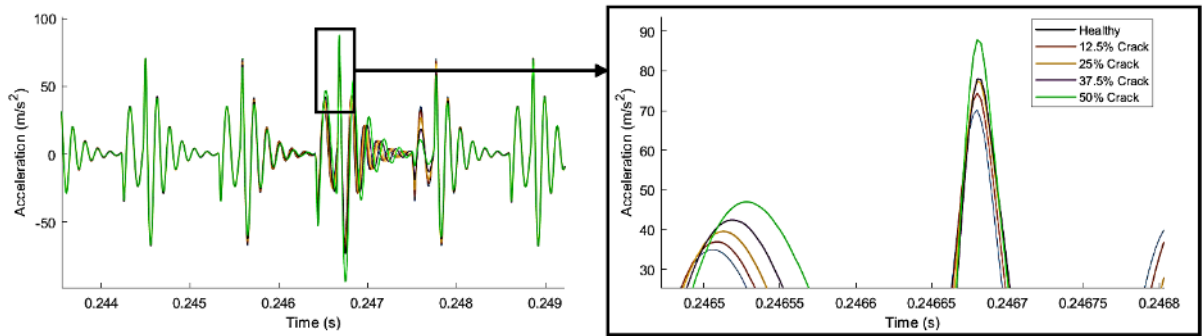
$$s = 1 - \frac{\theta_m}{n_s} \quad (۸)$$

f فرکانس و p تعداد قطب الکترو موتور است.

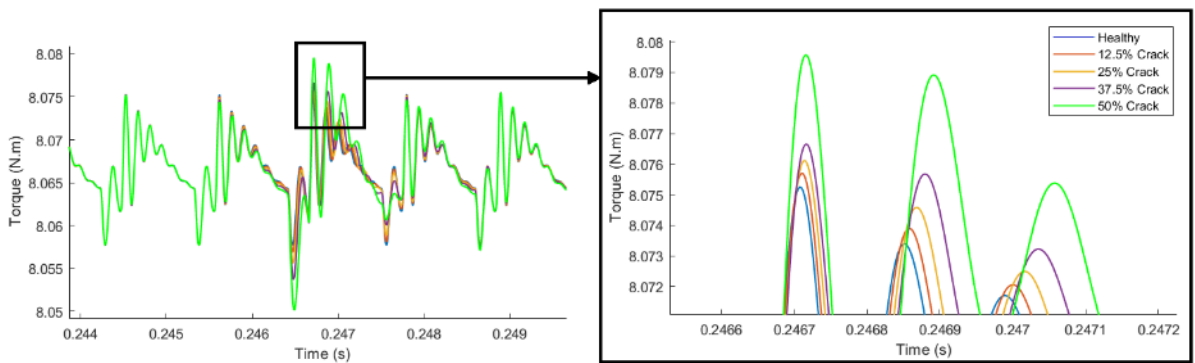
شکل ۴ و ۵ به ترتیب نتایج سیگنال شتاب و گشتاور شبیه‌سازی شده در این مقاله را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود هنگامی که دندانه ترک‌دار درگیر می‌شود، شکل موج هر دو سیگنال ارتعاش دچار تغییر در دامنه شده و این تغییر

می شود که اندازه دامنه شتاب هر دو سیگنال از یک مرتبه است و اختلاف موجود در شکل موج سیگنال ها بیشتر ناشی از

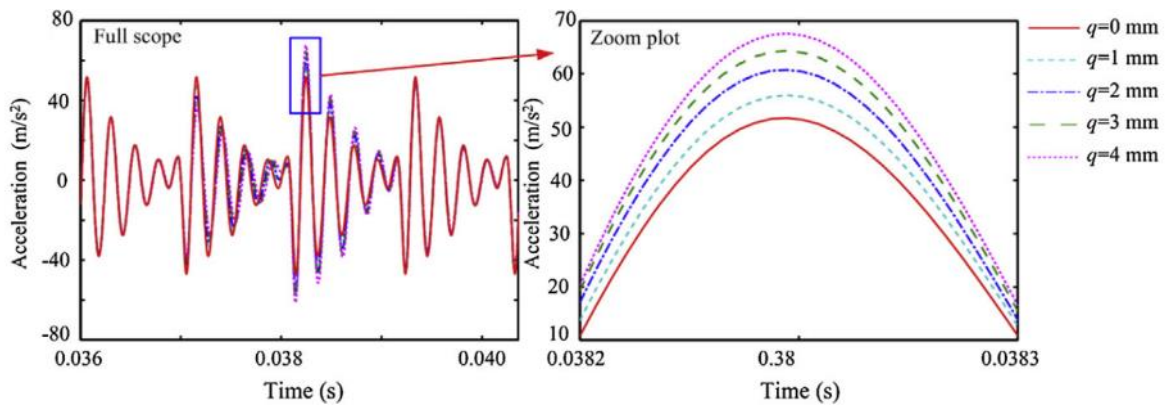
اختلاف در نتایج سفتی درگیری این مقاله و مرجع [۱۶] است.



شکل ۴. شکل موج سیگنال شتاب جعبه دنده در ترک های مختلف



شکل ۵. شکل موج سیگنال گشتاور جعبه دنده در ترک های مختلف



شکل ۶. شکل موج سیگنال شتاب در ترک های مختلف از مرجع [۱۶]

۳. تحلیل ارتعاشات

در این بخش سیگنال های شتاب و گشتاور جعبه دنده سالم و معیوب که از شبیه سازی استخراج شده اند، در حوزه زمان و فرکانس مورد تحلیل قرار می گیرند.

۳-۱. تحلیل ارتعاشات در حوزه زمان

در این قسمت سیگنال ارتعاش جعبه دنده با ترک های مختلف با استفاده از شاخص های آماری بررسی می شود.

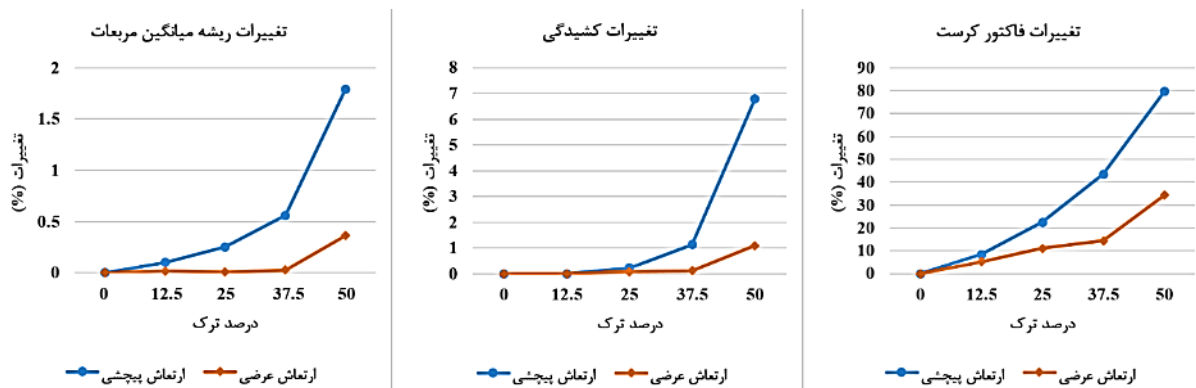
که x_i ، \bar{x} و n به ترتیب بیان گر مؤلفه i ام سیگنال، میانگین سیگنال و طول سیگنال است. در شکل ۷ نمودار درصد تغییرات شاخص‌های سیگنال ارتعاش جعبه‌دنده معیوب نسبت به حالت سالم رسم شده است. همان‌طور که از شکل ۷ مشاهده می‌شود با رشد ترک، شاخص‌های مذکور سیگنال شتاب و گشتاور افزایش می‌یابند ولی نتایج مربوط به گشتاور حساسیت بیشتری نسبت به رشد عیب در مقایسه با شتاب از خود نشان داده است. برای مثال، شاخص کشیدگی سیگنال ارتعاش گشتاور، افزایش ۶/۸ درصدی را در حالت ترک ۵۰ درصد نشان می‌دهد. درحالی‌که این مقدار در سیگنال شتاب حدوداً ۱ درصد است. درصد تغییرات شاخص‌های مورد استفاده در مرجع [۱۶] در شکل ۸ نشان داده شده است. اندازه ترک ۴ میلی‌متری بیان گر ۵۰ درصد ترک است.

شاخص‌های آماری مورد استفاده در این مقاله شامل ریشه میانگین مربعات^۶، کشیدگی^۷ و فاکتور کرس^۸ است که توسط روابط ۹ تا ۱۱ تعریف می‌شوند [۱۶]. این شاخص‌ها از مرسوم‌ترین شاخص‌های مورد استفاده در عیب‌یابی ماشین‌آلات به‌وسیله ارتعاشات است که معمولاً افزایش مقادیر آنها بیان گر رشد عیب در سیستم است.

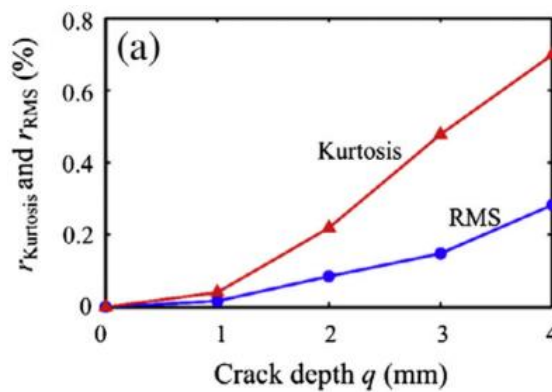
$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (9)$$

$$kurtosis = \frac{\frac{1}{n} \sum_i^n (x_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_i^n (x_i - \bar{x})^2\right)^2} \quad (10)$$

$$CrestFactor = \frac{signalpeakmagnitude}{RMS} \quad (11)$$



شکل ۷. درصد تغییرات شاخص‌های آماری نسبت به حالت سالم برای ارتعاش شتاب و گشتاور



شکل ۸. درصد تغییرات کشیدی و ریشه میانگین مربعات سیگنال شتاب جعبه‌دنده با ترک های ۰ تا ۵۰ درصد [۱۶]

با مقایسه شکل ۷ و ۸ مشخص می‌شود که روند تغییرات دو شاخص کشیدگی و ریشه میانگین مربعات سیگنال شبیه‌سازی شده در این مقاله بسیار نزدیک به مرجع [۱۶] است.

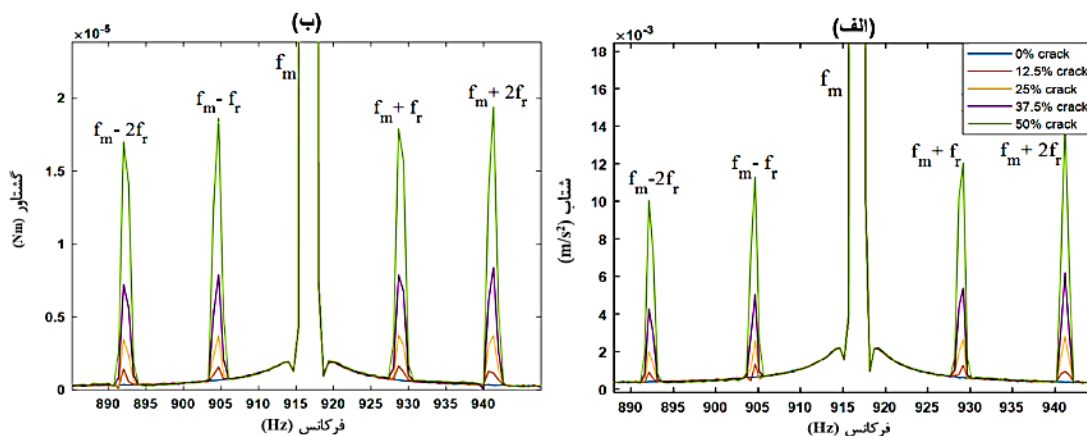
۳-۲. تحلیل در حوزه فرکانس

۳-۲-۱. تحلیل ارتعاشات جعبه‌دنده در اندازه

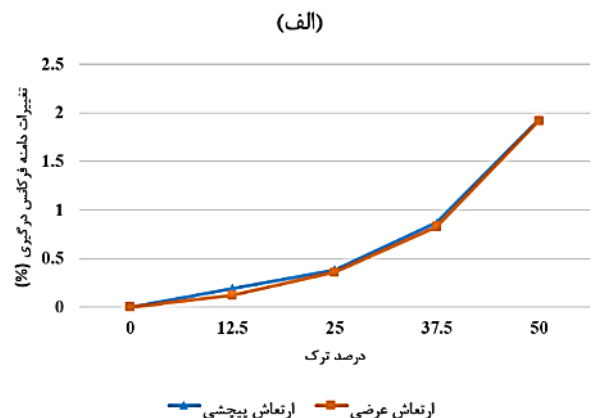
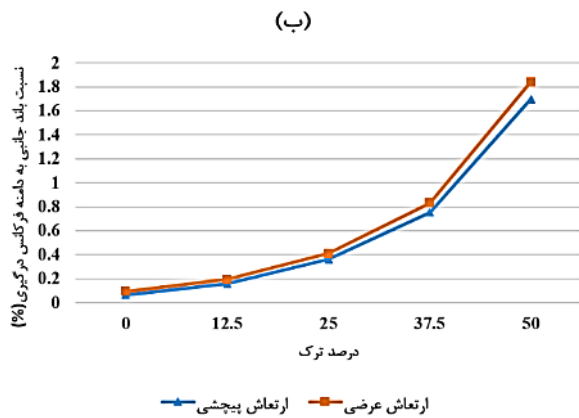
ترک‌های مختلف

در این قسمت طیف فرکانس سیگنال‌های ارتعاش جعبه‌دنده، مورد تحلیل قرار می‌گیرد. سرعت موتور (محور اول جعبه‌دنده) برابر با ۱۰۰۰ دور بر دقیقه است. از آنجایی که چرخ‌دنده سوار بر محور دوم معیوب است، بنابراین فرکانس چرخش (f_r) چرخ‌دنده معیوب برابر ۱۲/۲ هرتز و فرکانس درگیری (f_m) چرخ‌دنده‌ها که برابر با حاصل ضرب تعداد دندانه در فرکانس چرخش آنهاست، ۹۱۶/۶ هرتز است. طیف فرکانس سیگنال ارتعاشات شتاب و گشتاور برای ترک‌های مختلف در نزدیکی فرکانس درگیری در شکل ۹ رسم شده است. همان‌طور که

مشاهده می‌شود در اطراف فرکانس درگیری اجزایی با فواصل ۱۲/۲ هرتز موسوم به «باند‌های جانبی فرکانس درگیری» تشکیل شده که با رشد عیب ترک، دامنه‌ی آنها افزایش می‌یابند. در شکل ۱۰ الف، درصد تغییرات دامنه‌ی فرکانس درگیری نسبت به حالت سالم رسم شده است و مشاهده می‌شود این دامنه با رشد ترک، برای هر دو سیگنال ارتعاش افزایش می‌یابد. در شکل ۱۰ ب، نسبت بین اندازه باند جانبی به دامنه فرکانس درگیری در ترک‌های مختلف را برای هر دو سیگنال ارتعاش نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با رشد ترک، نسبت باند جانبی به دامنه فرکانس درگیری افزایش یافته است. به‌طور کلی شکل ۱۰ نشان می‌دهد که در هر دو سیگنال شتاب و گشتاور با رشد ترک، دامنه فرکانس درگیری و همچنین نسبت دامنه باند جانبی به دامنه فرکانس درگیری افزایش می‌یابد و مقدار افزایش برای هر دو سیگنال به‌ازای ترک‌های مختلف تقریباً یکسان است.



شکل ۹. طیف فرکانس سیگنال الف) شتاب ب) گشتاور



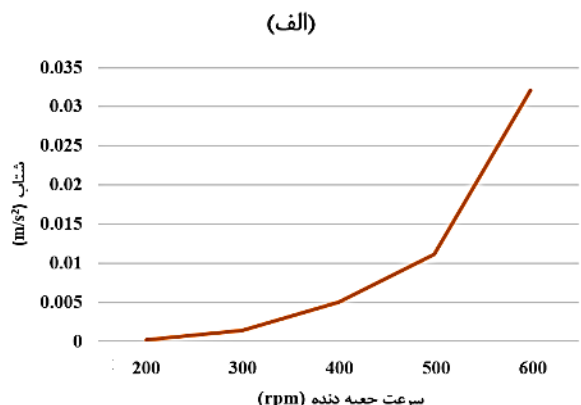
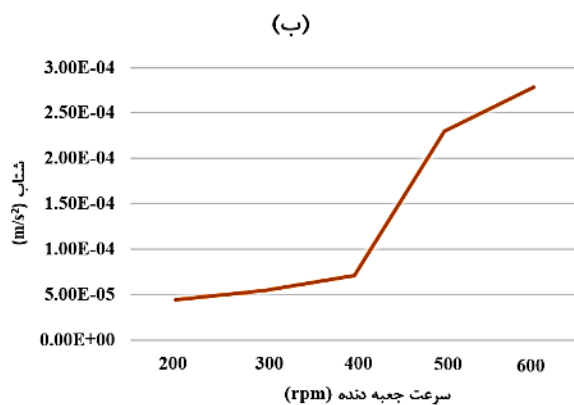
شکل 1. الف) درصد تغییرات دامنه فرکانس درگیری سیگنال جعبه‌دنده با ترک‌های مختلف نسبت به حالت سالم، ب) نسبت باند جانبی به دامنه فرکانس درگیری در ترک‌های مختلف

۳-۲-۲. تحلیل ارتعاشات جعبه‌دنده در سرعت‌های مختلف

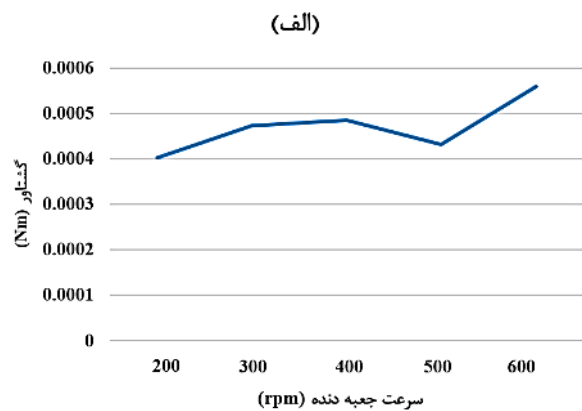
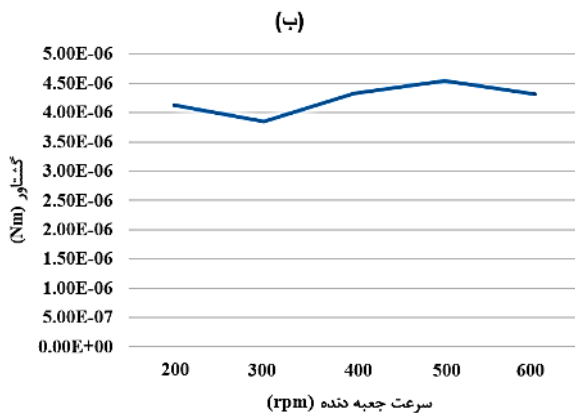
در این قسمت مقایسه بین سیگنال شتاب و گشتاور در سرعت‌های مختلف جعبه‌دنده انجام می‌شود. برای این کار سیگنال‌های شتاب و گشتاور جعبه‌دنده معیوب با ترک ۳۷ درصد و با سرعت موتور ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰ و ۶۰۰ دور بر دقیقه و گشتاور مقاوم ۱۱ نیوتون متر مورد تحلیل قرار می‌گیرد. شکل ۱۱ و ۱۲ به ترتیب دامنه اجزای فرکانسی سیگنال شتاب و سیگنال گشتاور را در سرعت‌های مختلف جعبه‌دنده نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، دامنه فرکانس درگیری و باند جانبی سیگنال شتاب وابستگی شدیدی به

سرعت کارکرد جعبه‌دنده دارند. به طوری که در سرعت‌های پایین، دامنه‌های مذکور در سیگنال شتاب جعبه‌دنده به شدت کاهش می‌یابد. با کاهش دامنه اجزای فرکانسی مورد نظر، نسبت سیگنال به نوفه کاهش می‌یابد و این امر تشخیص عیب را در مرحله عیب‌یابی با مشکل مواجه می‌کند. شکل ۱۲ که مربوط به دامنه سیگنال گشتاور جعبه‌دنده است، نشان می‌دهد که با تغییر سرعت جعبه‌دنده، دامنه فرکانس درگیری و باند جانبی با روند تقریباً ثابتی تغییر می‌کند. این موضوع بیانگر آن است که سیگنال گشتاور وابستگی بسیار کمی به سرعت کارکرد موتور دارد و از این لحاظ برای عیب‌یابی در حوزه فرکانس و در سرعت‌های پایین نسبت به سیگنال شتاب مناسب‌تر است.



شکل ۱۱. دامنه سیگنال شتاب در سرعت‌های مختلف جعبه‌دنده: الف) دامنه فرکانس درگیری ب) دامنه باند جانبی



شکل ۱۲. سیگنال گشتاور در سرعت‌های مختلف جعبه‌دنده: الف) دامنه فرکانس درگیری ب) دامنه باند جانبی

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک جعبه‌دنده یک مرحله‌ای توسط یک مدل دینامیکی ۶ درجه آزادی و سفتی درگیری متغیر با زمان برای دندانه‌های چرخ‌دنده در حالت سالم و ترک‌دار شبیه‌سازی شد. در ابتدا سیگنال ارتعاشات عرضی (شتاب) و پیچشی (گشتاور) جعبه‌دنده با ترک‌های مختلف در سرعت و گشتاور بار ثابت در سیستم، توسط سه شاخص آماری در حوزه زمان تحلیل و مقایسه شدند. نتایج تحلیل در حوزه زمان برتری سیگنال گشتاور نسبت به سیگنال شتاب را به دلیل حساسیت بیشتر در افزایش مقدار شاخص‌ها برای عیب‌یابی ترک‌های کمتر از ۵۰ درصد نشان داد. نتایج تحلیل ارتعاشات در حوزه فرکانس نشان داد با افزایش ترک، دامنه فرکانس درگیری و باند جانبی افزایش می‌یابند. این درصد افزایش برای سیگنال‌های شتاب و گشتاور تقریباً یکسان است. درحالت دیگر، سیگنال ارتعاشات شتاب و گشتاور جعبه‌دنده در سرعت‌های مختلف با اندازه ترک

ثابت (۳۷ درصد) و همچنین گشتاور بار مقاوم ثابت مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج تحلیل در حوزه فرکانس نشان داد دامنه فرکانس درگیری و باندهای جانبی مربوط به سیگنال شتاب با کاهش سرعت جعبه‌دنده، کاهش می‌یابند درحالی‌که نتایج سیگنال گشتاور نشان داد این دامنه‌ها با کاهش سرعت، روند تقریباً ثابتی دارند. این موضوع مزیت سیگنال گشتاور نسبت به سیگنال شتاب را در آشکارسازی عیب در حوزه فرکانس و در سرعت‌های پایین سیستم نشان می‌دهد.

۵. قدردانی

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند مراتب تشکر صمیمانه خود را از شرکت فولاد مبارکه اصفهان، به‌خاطر حمایت از انجام این پژوهش (از طریق دستور کار ۴۳۹ از شماره قرارداد ۴۸۴۸۷۵۸۶) اعلام کنند.

۶. مأخذ

- [1] Feng, Zhipeng, and Ming J. Zuo, "Fault diagnosis of planetary gearboxes via torsional vibration signal analysis", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, Vol.36, no.2, pp.401-421.
- [2] Chen, Xiaowang, and Zhipeng Feng. "Time-frequency analysis of torsional vibration signals in resonance region for planetary gearbox fault diagnosis under variable speed conditions." *IEEE Access* 5 (2017): 21918-21926.

- [3] Xue, Song, and Ian Howard, "Torsional vibration signal analysis as a diagnostic tool for planetary gear fault detection", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, Vol.100, pp.706-728.
- [4] Randall, Robert Bond, *Vibration-based condition monitoring: industrial, automotive and aerospace applications*, John Wiley & Sons, 2021.
- [5] Doğan, Oğuz, and Fatih Karpat, "Crack detection for spur gears with asymmetric teeth based on the dynamic transmission error", *Mechanism and Machine Theory*, 2019, Vol.133, pp.417-431.
- [6] Parey, A., Mohamed El Badaoui, François Guillet, and N. Tandon, "Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect", *Journal of sound and vibration*, 2006, Vol.294, no.3, pp.547-561.
- [7] Wu, Siyan, Ming J. Zuo, and Anand Parey, "Simulation of spur gear dynamics and estimation of fault growth", *Journal of Sound and Vibration*, 2008, Vol.317, no.3-5, pp.608-624.
- [8] Mohammed, Omar D., Matti Rantatalo, and Jan-Olov Aidanpää, "Dynamic modelling of a one-stage spur gear system and vibration-based tooth crack detection analysis", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, Vol.54, pp.293-305.
- [9] Zhao, Yulai, Yang Liu, Xicheng Xin, Shuanghe Yu, Hui Ma, and Qingkai Han, "Dynamic modelling considering nonlinear factors of coupled spur gear system and its experimental research", *IEEE Access*, 2020, Vol.8, pp.84971-84980.
- [10] Liang, Xihui, Ming J. Zuo, and Zhipeng Feng, "Dynamic modeling of gearbox faults: A review", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, Vol.98, pp.852-876.
- [11] Yang, D. C. H., and J. Y. Lin, "Hertzian damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics", 1987, pp.189-196.
- [12] Tian, Xinhao, Ming J. Zuo, and Ken R. Fyfe, "Analysis of the vibration response of a gearbox with gear tooth faults", In *ASME international mechanical engineering congress and exposition*, 2004, Vol.47063, pp.785-793.
- [13] Sainsot and, P., Philippe Velex, and Olivier Duverger, "Contribution of gear body to tooth deflections—a new bidimensional analytical formula", *J. Mech. Des.* 2004, Vol.126, no.4, pp.748-752.
- [14] Sainsot and, P., Philippe Velex, and Olivier Duverger, "Contribution of gear body to tooth deflections—a new bidimensional analytical formula", *J. Mech. Des.*, 2004, Vol.126, no.4, pp.748-752.
- [15] Liang, Xihui, Ming J. Zuo, and Mohammad R. Hoseini, "Vibration signal modeling of a planetary gear set for tooth crack detection", *Engineering Failure Analysis*, 2015, Vol.48, pp.185-200.
- [16] Ma, Hui, Xu Pang, Ranjiao Feng, Rongze Song, and Bangchun Wen, "Fault features analysis of cracked gear considering the effects of the extended tooth contact", *Engineering Failure Analysis*, 2015, Vol.48, pp.105-120.

1. Dynamic Transmission Error
2. Lumped parameter
3. Runge-kutta
4. Matlab software
5. Stiff equation
6. Root mean square (RMS)
7. Kurtosis
8. Crest factor