

تحلیل و بررسی اثر چیدمان لایه‌ها و زوایای الیاف بر رفتار ارتعاشاتی پوسته‌های استوانه‌ای FML بر بستر الاستیک پاسترناک با شرایط مرزی مختلف

مرتضی خادمی کوهی*	احمد قاسمی قلعه بهمن	امین فرخ آبادی	محمد رضا محمد علیها	محمود جدی
دانشجوی دکترا	دانشیار	دانشیار	دانشیار	دانشیار
دانشکده مهندسی	دانشکده مکانیک	دانشکده مکانیک	دانشکده صنایع	دانشکده مکانیک
دانشگاه فردوسی مشهد	دانشگاه سمنان	دانشگاه تربیت مدرس	دانشگاه علم و صنعت	دانشگاه مالک اشتر
morteza.khademikouhi@mail.um.ac.ir	ghasemi@semnan.ac.ir	amin-farrokh@modares.ac.ir	mrm_aliha@iust.ac.ir	m.jedi100@mut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۱۹

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۲۸

چکیده

این مقاله به بررسی اثر چیدمان لایه‌ها و زوایای الیاف بر رفتار ارتعاشاتی پوسته استوانه‌ای FML در نمونه‌های $GLARE^2$ و $ARALL^3$ و بر روی بستر الاستیک پاسترناک با شرایط مرزی مختلف با استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی می‌پردازد (نسبت حجمی کامپوزیت/ فلز ثابت در نظر گرفته شده است). معادلات حاکم با استفاده از اصل کمینه‌سازی انرژی پتانسیل به دست می‌آید. جهت اطمینان از دقت و همگرایی نتایج مطالعه حاضر، حل عددی با استفاده از روش المان محدود^۴ (FEM) انجام شده است. نتایج نشان‌دهنده این موضوع است که لایه‌بندی بر رفتار ارتعاشاتی پوسته استوانه‌ای FML تأثیر بسیار زیادی دارد. نتایج با سایر ادبیات دارای مطابقت بسیار خوبی است. استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی همراه با تحلیل نمونه‌های مختلف برای ارتعاشات پوسته‌های FML تقویت شده که برای اولین بار در این تحقیق ارائه شده است یکی از مهم‌ترین نوآوری‌های پژوهش حاضر است که می‌توان از این نتایج به‌عنوان معیاری مناسب جهت تحلیل و بهینه نمودن پوسته‌های FML با هر تعداد لایه‌های فلز و کامپوزیت، هر نوع زاویه قرارگیری الیاف و تحت هر نوع شرایط مرزی استفاده نمود.

واژگان کلیدی: ارتعاشات آزاد، فیبر فلز لمینیت (FML)، پوسته استوانه‌ای، بستر الاستیک، چیدمان لایه‌ها، زوایای الیاف

۱. مقدمه

FMLها مواد مرکب ترکیبی ساخته شده از چندین لایه متقاطع شامل فلز با چسب و الیاف تقویت شده هستند که خصوصیات مکانیکی آن را می‌توان با تغییر تعداد لایه‌ها و ضخامت و زوایای الیاف و لایه‌ها به آسانی افزایش داد [۱]. این ویژگی به آنها خصوصیتی مانند سازه سبک و خصوصیات مکانیکی بالا مانند مقاومت بسیار خوب در برابر بارگذاری ضربه‌ای و چگالی کم و تحمل آسیب بالا بخشیده است بر همین اساس در صنایع مختلفی مانند هوافضا و خودرو مورد توجه هستند [۲ و ۳]. اولین FML با نام ARALL با داشتن ویژگی مقاومت بالا در برابر خستگی نسبت به فلزات دیگر مانند استیل و آلومینیوم توسط وولگلسانگ و همکاران ساخته شد [۴]. کوزیول و همکاران توانستند با افزودن گرافن و نانو لوله‌های کربنی به رزین ویژگی مقاومت برشی مواد مرکب لایه‌ای را افزایش دهند [۵]. لوی و لام با استفاده از تئوری لاو و براساس روش رایلی-ریتر فرمولی برای مطالعه تأثیر شرایط مرزی مختلف بر روی فرکانس‌های طبیعی یک پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مرکب چندلایه ارائه دادند [۶]. ولت و همکاران در بررسی بارگذاری ضربه‌ای بین یک فلز آلومینیوم و یک فلز آلومینیوم تقویت شده با چسب و الیاف شیشه (GLARE FML) نشان دادند GLARE مقاومت بیشتری در برابر بارگذاری ضربه‌ای دارد [۷]. ردی، ارتعاشات و کماتش صفحات و پوسته‌های استوانه‌ای را با استفاده از تئوری‌های مختلف به صورت دقیق مورد بررسی قرار داده است [۸ و ۹]. بوتلو و همکاران با بررسی رفتار میرایی مواد کامپوزیت الیاف / فلز مداوم با استفاده از روش ارتعاش آزاد نشان دادند پاسخ تست ارتعاش یک ابزار مؤثر برای اندازه‌گیری خواص میرایی کامپوزیت‌های هیبریدی است [۱۰]. پارک و لی برای یک تیر کامپوزیتی هوشمند پاسخ‌های دینامیکی را براساس روش عنصر طیفی دامنه فرکانس نشان دادند که در تیرهای کامپوزیت هوشمند با لایه‌های ضخیم PZT احتمال لایه‌لایه

شدن یا شکست خستگی بیشتر است [۱۱]. از نتایج پژوهش مهندس و همکاران مشاهده می‌شود زیاد بودن مقدار فرکانس طبیعی در ارتعاشات آزاد یک کامپوزیت FML به دلیل تأثیر زیاد لایه‌های بالایی و نسبت حجم کامپوزیتی است [۱۲]. شن و همکاران برای یک کامپوزیت FML با در نظر گرفتن ثابت بودن میدان دما، کماتش و پس کماتش حرارتی را مورد تحلیل قرار دادند [۱۳ و ۱۴]. قاسمی و همکاران در بررسی ارتعاش آزاد میکرو پانل استوانه‌ای کامپوزیتی مبتنی بر پیزوالکتریک بر پایه نیتريد بور که در یک محیط الاستیک تحت تأثیر پتانسیل الکتریکی از طریق تئوری شیب کرنش اصلاح شده قرار دارد اثبات کردند سفتی پانل و در نتیجه فرکانس طبیعی با افزایش نسبت ابعاد و کاهش کسر حجمی نانولوله کاهش می‌یابد [۱۵]. خان‌احمدی و همکاران در بررسی عیب‌یابی در صفحات کامپوزیت چندلایه با استفاده از روش تحلیلی آنالیز موجک بیان کردند آشفتگی و اغتشاش در ضرایب موجک حاصل از جزئیات قطری آنالیز موجک سیگنال ورودی را در محل‌های آسیب مشخص می‌کند، به نحوی که با یک بررسی ساده، محل‌های آسیب به راحتی قابل شناسایی است [۱۶]. دوک با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم ردی تحقیقی روی پاسخ‌های دینامیکی غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد با خواص گرادیانی احاطه شده توسط پیزوالکتریک بر بستر الاستیک را تحت تأثیر بارهای الکترومکانیکی و حرارتی انجام داد [۱۶]. ژینگ و همکاران راه‌حل‌های دقیقی برای ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای دایره‌ای با شرایط مرزی کلاسیک ارائه دادند [۱۷]. نتایج پژوهش یانگ و همکاران در بررسی ورقه‌های تقویت شده با الیاف آرامید که تحت تأثیر سرعت کم قرار دارند بیان می‌کند حداکثر نیروی ضربه با افزایش انرژی ضربه و ضخامت لمینیت افزایش می‌یابد. پس از ضربه معمولاً هیچ آسیب یا فرورفتگی آشکاری در سطح ضربه دیده نمی‌شود تا زمانی که انرژی ضربه به اندازه کافی زیاد شود [۱۸]. نتایج ارائه شده در مطالعه لوی

و لام روی تأثیر شرایط مرزی برای یک پوسته استوانه‌ای چرخشی نازک چندلایه دربرگیرنده این موضوع است که شرایط مرزی تأثیر قابل توجهی بر فرکانس یک پوسته استوانه‌ای دوار دارد. این تأثیر برای تعداد موج محیطی کوچک، سرعت چرخش کوچک و نسبت L/R و h/R کوچک قابل توجه است [۱۹ و ۲۰]. ردی و خدیر راه‌حل‌های تحلیلی نوع لوی نظریه مرتبه سوم را نخستین بار جهت پانل‌های کروی و استوانه‌ای متقاطع برای بررسی خمش، ارتعاش و پایداری اثبات کردند [۲۱]. خادمی و شکوری ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد با خواص گرادیانی را مورد مطالعه قرار دادند. اثر خواص الاستیک بر رفتار ارتعاشاتی پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد با خواص گرادیانی بررسی شد و در ادامه رابطه‌ای برای تغییر رفتار از پوسته مانند به تیر مانند ارائه کردند [۲۲]. در تحقیق بلینی و همکاران ضخامت لایه و چسندگی لایه بر استحکام خمشی کامپوزیت FML تأثیر می‌گذارد دقیقاً وجود یک لایه چسب بین لایه‌های کامپوزیت و ورق فلزی باعث استحکام خمشی می‌شود [۲۲]. عامری و همکاران با بررسی تأثیر هسته لانه زنبوری در تجزیه و تحلیل ارتعاشات آزاد یک تیر FML در مقایسه با یک کامپوزیت معمولی شرح دادند در یک الگوی چیدمان مشخص، مقادیر فرکانس طبیعی برای تیر ساندویچی تقویت شده با الیاف FML نزدیک به یکدیگر هستند [۲۳]. لی و لیو یک مدل جابه‌جایی جدید برای تجزیه و تحلیل ارتعاشات غیرخطی تیرهای لوله مانند ناهمسانگرد انتقال دهنده سیال بر روی بستر الاستیک ارائه دادند [۲۴].

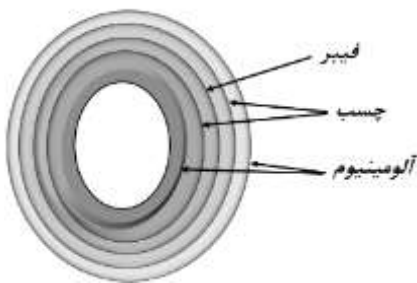
با توجه به پژوهش‌های فوق، مطالعه حاضر با هدف بررسی و تجزیه و تحلیل ارتعاشات آزاد کامپوزیت FML با شرایط مرزی آزاد، گیردار، ساده بر روی بستر الاستیک انجام شده است. CARALL-۱ بدون بست توسط فیبر شیشه/اپوکسی و آلومینیوم در نظر گرفته شده است. ARALL-۲ بدون بست توسط فیبر آرامید/اپوکسی و آلومینیوم در نظر گرفته شده است.

با استفاده از یک روش تحلیلی براساس تئوری الاستیسیته سه‌بعدی با شرایط مرزی مختلف می‌پردازد (نسبت حجمی کامپوزیت/ فلز ثابت در نظر گرفته شده است). جهت اطمینان از دقت و همگرایی نتایج مطالعه حاضر، حل عددی با استفاده از روش المان محدود (FEM) انجام شده است و با نتایج تحلیلی مقایسه می‌شود. اثرات طول به شعاع و تأثیر لایه‌بندی و زوایا در پوسته استوانه‌ای FML و اثرات شرایط مرزی مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج با نتایج تئوری‌های مختلف بررسی استفاده شده در سایر پژوهش‌ها مقایسه شده است.

۲. معادلات حاکم

یک پوسته استوانه‌ای نازک با ضخامت کل h فرض شده است که در آن L طول استوانه و R شعاع است. پوسته استوانه‌ای دارای تعداد مشخصی لایه با ضخامت کل h است، nL جابه‌جایی‌ها با توجه به سیستم مختصات (x, θ, z) برای لایه z ام در جهات z ، θ و x به صورت u_x^j و u_θ^j و u_z^j نشان داده می‌شود.

$$\begin{aligned} u_x^j &= x_x^j(z, t) \phi_x(x) \cos(n\theta) \\ u_\theta^j &= x_\theta^j(z, t) \phi_\theta(x) \sin(n\theta) \\ u_z^j &= x_z^j(z, t) \phi_z(x) \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (1)$$



(الف)

می‌توان برای لایه j ام رابطه تنش و کرنش سه‌بعدی را با استفاده از قانون هوک به صورت زیر نوشت:

$$\sigma = [c]\varepsilon \quad (۹)$$

که در آن

$$\sigma^T = \{\sigma_x \quad \sigma_\theta \quad \sigma_z \quad \tau_{\theta z} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{x\theta}\} \quad (۱۰)$$

$$\varepsilon^T = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_\theta \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{\theta z} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{x\theta}\} \quad (۱۱)$$

می‌توان با فرض همسانگرد بودن، برای ماتریس ضرایب الاستیک $[c]$ را به صورت زیر تعریف کرد:

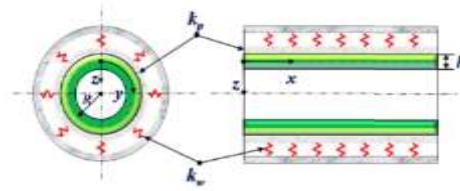
$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

که در اینجا ضرایب c_{ij} به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{aligned} c_{11} &= c_{22} = c_{33} = \lambda + 2G \\ c_{12} &= c_{13} = c_{23} = \lambda \\ c_{44} &= c_{55} = c_{66} = G \\ \lambda &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ G &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned} \quad (۱۳)$$

می‌توان برای روابط کرنش-جابجایی الاستیسیته سه‌بعدی ماتریس زیر را تعریف کرد:

$$\varepsilon = D.u \quad (۱۴)$$



(ب)

شکل ۱. الف) هندسه و مختصات و ب) پوسته استوانه‌ای FML

که در آن

$$\begin{aligned} x_i^j(z, t) &= \alpha u_i^j + \beta u_i^{j+1} \\ \beta &= \frac{z - z_j}{h}, \alpha = 1 - \beta \end{aligned} \quad (۲)$$

$\Phi_i(x)$ توابعی هستند که شرایط مرزی را تأمین می‌کنند و n یک عدد صحیح است که بیانگر عدد موج محیطی است. z_j فاصله سطح میانی استوانه تا سطح زیرین لایه j و u_i^j مختصات تعمیم یافته است. جابجایی‌های بیان شده در رابطه ۱ را می‌توان به صورت ماتریسی زیر نوشت:

$$u = N.d \quad (۳)$$

که در اینجا

$$u^T = \{u_x^j \quad u_\theta^j \quad u_z^j\} \quad (۴)$$

$$d^T = \{u_x^j \quad u_\theta^j \quad u_z^j \quad u_x^{j+1} \quad u_\theta^{j+1} \quad u_z^{j+1}\} \quad (۵)$$

$$N = [N_1 \quad N_2] \quad (۶)$$

$$N_1 = \alpha \times \begin{bmatrix} \Phi_x \cos n\theta & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_\theta \sin n\theta & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_z \cos n\theta \end{bmatrix} \quad (۷)$$

$$N_2 = \beta \times \begin{bmatrix} \Phi_x \cos n\theta & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_\theta \sin n\theta & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_z \cos n\theta \end{bmatrix} \quad (۸)$$

حجم لایه می‌توان برای انرژی جنبشی T_j و انرژی پتانسیل V_j برای لایه j ام به صورت زیر نوشت:

$$T_j = \frac{1}{2} \times \iiint_{\text{vol}} \rho_j \left((\dot{u}_x^j)^2 + (\dot{u}_\theta^j)^2 + (\dot{u}_x^j)^2 \right) R_j d\theta \quad (20)$$

$$V_j = \frac{1}{2} \iiint_{\text{vol}} \sigma^T \varepsilon R_j d\theta \quad (21)$$

با جایگزین کردن معادله ۳ در معادله ۲۰ و همچنین جایگزینی معادلات ۹ و ۱۶ در معادله ۲۱، می‌توان ماتریس زیر را برای انرژی جنبشی T_j و انرژی پتانسیل V_j برای لایه j ام به صورت زیر نوشت:

$$T_j = \frac{1}{2} \dot{d}^T M_j \dot{d} \quad (22)$$

$$V_j = \frac{1}{2} \dot{d}^T K_j \dot{d} \quad (23)$$

که می‌توان ماتریس M_j ماتریس جرم و ماتریس K_j ماتریس سفتی را به صورت زیر تعریف کرد:

$$M_j = \iiint_{\text{vol}} (\rho_j N^T N) R_j d\theta dx dz \quad (24)$$

برای پوسته استوانه‌ای می‌توان با جمع مجموع T_j و V_j ها در تمام لایه‌ها T و V کل را به دست آورد که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$T_j = \frac{1}{2} \delta^T M_j \delta \quad (25)$$

$$V_j = \frac{1}{2} \delta^T K_j \delta \quad (26)$$

که در آن

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_j} \frac{\delta}{\delta \theta} & \frac{1}{R_j} \\ 0 & 0 & \frac{\delta}{\delta z} \\ 0 & \frac{\delta}{\delta z} - \frac{1}{R_j} & \frac{1}{R_j} \frac{\delta}{\delta \theta} \\ \frac{\delta}{\delta z} & 0 & \frac{\delta}{\delta x} \\ \frac{1}{R_j} \frac{\delta}{\delta \theta} & \frac{\delta}{\delta x} & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن عملگر دیفرانسیل D این‌گونه بیان شده است که در اینجا R_j شعاع لایه j ام است. می‌توان معادله ۱۴ را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\varepsilon = B \cdot d \quad (16)$$

که در آن

$$B = D \cdot N \quad (17)$$

در این پژوهش، پوسته استوانه‌ای FML با شرایط مرزی دو سر آزاد (FF-FF) و دو سر تکیه‌گاهی ساده (SS-SS) و دو سر گیردار (CC-CC) در نظر گرفته شده است. برای شرایط مرزی تکیه‌گاهی ساده، شرایط در انتها، $x = 0, L$ و $u_x \neq 0$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u_\theta = u_z = \sigma_x = 0 \quad (18)$$

همچنین برای شرایط مرزی دو سر گیردار، شرایط در انتها، $x = 0, L$ ، به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$u_x = u_\theta = u_z = \frac{\delta u_z}{\delta x} = 0 \quad (19)$$

که با استفاده از توابع تیر متعامد برای ϕ_i ، شرایط مرزی کاملاً مناسب حاصل شده است. با استفاده از اصل کمینه‌سازی انرژی پتانسیل و با انتگرال‌گیری چگالی (ρ) انرژی مربوطه بر روی

شعاع مقایسه می‌شوند. خواص مواد تشکیل‌دهنده به‌طور کامل در جدول ۱ ارائه شده است. جدول ۲ همگرایی فرکانس $\Omega = R\omega\sqrt{(1-v^2)\rho/E}$ را برای یک پوسته استوانه‌ای همسانگرد نشان می‌دهد. براساس نتایج نشان داده شده در جدول ۲، اعتبارسنجی با مقایسه یک پوسته استوانه‌ای همسانگرد تک لایه با L/R مختلف و تعداد امواج محیطی تحت شرایط مرزی SS انجام شد. مقایسه نشان می‌دهد که روش حاضر به‌خوبی با راه‌حل دقیق مطابقت دارد.

۳-۲. اثر چیدمان لایه‌ها و زوایای مختلف

جدول‌های ۳ و ۴ فرکانس طبیعی ارتعاشات آزاد یک پوسته استوانه‌ای FML را با چیدمان لایه‌های مختلف و زوایای مختلف با استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی برای نمونه‌های ARALL، GLARE مقایسه می‌کند. نسبت حجم مرکب به فلز برای این مطالعه ثابت در نظر گرفته شد. در حالت اول زاویه‌های بین الیاف پوسته استوانه‌ای FML صفر و الیاف هم‌راستا هستند. در حالت دوم پوسته دارای چیدمان لایه‌های متفاوت و زاویه بین الیاف هم ۹۰ درجه، و الیاف متقاطع هستند.

جدول ۱. خواص مواد سازنده پوسته استوانه‌ای FML

ضریب	مدول برشی	چگالی	ماده
(پواسون)	(گیگاپاسکال)	(kg/m ³)	
۰/۳۳	۲۷/۲۱	۲۷۰۰	آلمینیوم (فلز)
۰/۱	۳/۸	۱۸۰۰	اپوکسی شیشه
۰/۰۷	۴/۵	۱۶۰۰	اپوکسی کربن
۰/۳۴	۲	۱۴۴۰	اپوکسی آرامید

$$\delta = \begin{bmatrix} u_x^1 \\ u_\theta^1 \\ u_z^1 \\ u_x^2 \\ u_\theta^2 \\ u_z^2 \\ \vdots \\ u_x^{3(nL+1)} \\ u_\theta^{3(nL+1)} \\ u_z^{3(nL+1)} \end{bmatrix} \quad (27)$$

که در اینجا δ مجموعه مختصات تعمیم یافته برای استوانه است و nL بیانگر تعداد لایه‌ها است. M معرف ماتریس جرم و K معرف ماتریس سفتی است. اندازه این ماتریس‌ها $3(nL+1) \times 3(nL+1)$ است. با استفاده از اصل کمینه‌سازی انرژی برای یک تابع انرژی که به صورت $L = T - V$ بیان شده است می‌توان نوشت:

$$K\delta + M\dot{\delta} = 0 \quad (28)$$

با جایگزینی $\delta = \delta_0 e^{i\omega t}$ در معادله ۲۸ معادله مقدار ویژه به‌دست می‌آید.

$$\{K - \omega^2 M\}\delta_0 = \{0\} \quad (29)$$

که درمیان ماتریس ضرایب یک تابع فرکانس طبیعی است بنابراین فرکانس طبیعی با حل مسئله و محاسبه درمیان این ماتریس تعیین می‌شود.

۳. تحلیل عددی و نتایج

۳-۱. همگرایی و صحت‌سنجی

برای صحت‌سنجی مطالعه حاضر، نتایج با نتایج منتشر شده موجود در ادبیات برای طیف وسیعی از نسبت‌های ضخامت به

جدول ۲. مقایسه مقادیر پارامتر فرکانس برای یک پوسته استوانه‌ای همسانگرد با شرایط مرزی ساده ($m = 1, mR/L = 0.05$)

h/R	n	Ω			
		[21] Reference	Reference [6]	Present	
0	0	0.961909	0.929682	0.937717	
	1	0.163488	0.161029	0.16572	
	0.5	2	0.392916	0.392710	0.393011
		3	0.109782	0.109113	0.109684
0.2	4	0.210197	0.2102770	0.210118	
	0	0.96191	0.929298	0.939577	
	1	0.163518	0.161011	0.162445	
	0.02	2	0.0552868	0.0545297	0.0547466
3		0.0506018	0.0504148	0.0506398	
	4	0.0853768	0.0853383	0.0855262	

جدول ۳. تأثیر چینش لایه‌های مختلف بر فرکانس‌های پوسته‌های استوانه‌ای FML با شرایط مرزی تکیه‌گاهی ساده (SS)

Different lay-ups	n	Fundamental frequency	
		GLARE	ARALL
AL/0 ⁰	1	0.1586	0.1908
	2	0.568	0.735
	3	0.292	0.373
	4	0.257	0.280
	5	0.343	0.326
AL/0 ⁰ /90 ⁰ /0 ⁰	1	0.1527	0.1784
	2	0.544	0.662
	3	0.283	0.338
	4	0.255	0.267
	5	0.341	0.329

جدول ۴. تأثیر چینش لایه‌های مختلف بر فرکانس‌های پوسته‌های استوانه‌ای FML با شرایط مرزی گیردار (CC)

Different lay-ups	n	Fundamental frequency	
		GLARE	ARALL
AL/0 ⁰	۱	۰/۳۱۳۸	۰/۳۴۵۶
	۲	۰/۱۱۹۸	۰/۱۴۹۳
	۳	۰/۰۶۱۲	۰/۰۷۷۸
	۴	۰/۰۴۰۸	۰/۰۴۹۴
	۵	۰/۰۳۹۴	۰/۰۴۲۱
AL/0 ⁰ /90 ⁰ /0 ⁰	۱	۰/۲۹۹۷	۰/۳۲۸۳
	۲	۰/۱۱۶۲	۰/۱۳۷۵
	۳	۰/۰۵۸۴	۰/۰۷۱۲
	۴	۰/۰۳۹۵	۰/۰۴۵۲
	۵	۰/۰۳۹۹	۰/۰۴۱۲

مقایسه نتایج کار حاضر نشان می‌دهد که نتایج به‌دست آمده از نظریه الاستیسیته سه‌بعدی مطابقت خوبی با سایر نظریه‌ها دارد.

این مطالعه با هدف بررسی تأثیر چیدمان لایه‌های مختلف و زوایای مختلف بر فرکانس طبیعی یک پوسته استوانه‌ای FML تحت شرایط مرزی مختلف انجام شد.

۳-۳. شرایط مرزی

ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای FML با شرایط مرزی مختلف شامل دو سر آزاد (FF) و دو سر تکیه‌گاهی ساده (SS) و دو سر گیردار (CC) مورد بررسی قرار گرفته است. با مقایسه نتایج برای پوسته استوانه‌ای FML و بررسی تغییرات مقادیر فرکانس طبیعی بر حسب L/R مختلف و همچنین با بررسی منحنی فرکانس طبیعی می‌توان تأثیرات شرایط مرزی مختلف را بر روی منحنی فرکانس طبیعی به وضوح مشاهده کرد.

با توجه به نتایج، فرکانس‌های بدون بعد نمونه‌های ARALL از نمونه GLARE در شرایط مرزی مختلف بالاتر است و فرکانس طبیعی بدون بعد برای حالت یک جهت بیشتر از مورد با چیدمان چندلایه متفاوت است.

جدول ۳ اثر آرایش را با تعداد چیدمان لایه‌های مختلف، زوایای مختلف، تعداد موج محیطی با شرایط مرزی ساده نشان می‌دهد. جدول ۴ اثر آرایش را با تعداد چیدمان لایه‌های مختلف، زوایای مختلف، تعداد موج محیطی با شرایط مرزی گیردار نشان می‌دهد.

همان‌طور که مشاهده شد با افزایش تعداد پارامتر امواج محیطی فرکانس‌های طبیعی کاهش یافته و اثرات شرایط مرزی به تدریج افزایش می‌یابد.

علاوه بر این، می‌توان به راحتی پیش‌بینی کرد که مقادیر فرکانس طبیعی برای همه حالت‌های CC بزرگ‌تر از مقادیر برای همه حالت‌های SS است. افزایش ضخامت بر فرکانس طبیعی تأثیر افزایشی می‌گذارد.

جدول ۵. مقایسه مقادیر پارامتر فرکانس طبیعی یک پوسته استوانه‌ای FML با نسبت‌های L/R مختلف برای شرایط مرزی مختلف ($R = 1, m = 1, h/R = 0.002$)

Fundamental frequency (Hz)			
L/R	FF-FF	SS-SS	CC-CC
	Present	Present	Present
۱	۴۳/۹۳۶	۶۴/۱۵۸	۷۱/۰۸۱
۲	۲۲/۰۱۶	۳۲/۸۴۶	۳۴/۴۱۵
۵	۸/۹۴۹	۱۳/۳۵۵	۱۳/۴۳۸
Al/0/90/0	۴/۳۷۴۸	۶/۶۷۵۹	۶/۷۳۷۰
۲۰	۲/۱۶۶۴	۳/۱۶۶۷	۳/۱۸۶۲
۵۰	۰/۷۱۵۵	۱/۳۱۳۵	۱/۳۲۵
۱۰۰	۰/۴۳۰۱۶	۰/۵۲۰۱۷	۰/۵۲۰۶۲

نمونه ARALL و GLARE بررسی می‌کند. نتایج زیر را می‌توان بیان کرد:

- با افزایش n ، برای نمونه‌های مختلف مقادیر فرکانس‌ها ابتدا کاهش محسوس پیدا می‌کند و در ادامه با به‌صورت ملایم و آرام افزایش پیدا می‌کند.
- تأثیر شرایط مرزی مختلف با افزایش n ابتدا کاهش محسوس پیدا می‌کند و در ادامه به‌صورت آرام بیشتر می‌شود.
- با بررسی رفتار ارتعاشاتی پوسته استوانه‌ای FML این نکته مشاهده می‌شود که اثرات شرایط مرزی مختلف بر روی فرکانس‌های طبیعی در تعداد موج کوچک محیطی n زیاد است.
- لایه‌بندی بر ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای FML تأثیر بسیار زیادی دارد.
- وقتی که نسبت $L/R > 10$ است تغییرات فرکانس طبیعی به‌صورت آرام صورت می‌گیرد که تغییرات ناچیز است ولی برای نسبت $L/R < 10$ فرکانس طبیعی به‌صورت زیاد و ناگهانی صورت می‌گیرد

همان‌طور که از جدول ۵ مشاهده می‌شود برای نسبت L/R ‌های مختلف، مقدار فرکانس طبیعی برای شرایط مرزی دوسر گیردار (CC) از شرایط مرزی دوسر تکیه گاهی ساده (SS) و دو سر آزاد (FF) بیشتر است. وقتی که نسبت $L/R > 10$ است تغییرات منحنی فرکانس طبیعی با شیب بسیار ملایم و آرام صورت می‌گیرد که تغییرات ناچیز است ولی برای نسبت $L/R < 10$ شیب منحنی فرکانس طبیعی با شیب زیاد و ناگهانی صورت می‌گیرد که بیانگر این موضوع است که شیب منحنی فرکانس طبیعی برای مقادیر $L/R > 1$ کاهش می‌شود. همچنین می‌توان بیان کرد که مقادیر فرکانس طبیعی برای همه حالات (CC) از مقادیر فرکانس طبیعی حالات (SS) و (FF) بیشتر است. افزایش ضخامت ارتباط مستقیم با فرکانس طبیعی داشته و باعث افزایش مقدار فرکانس طبیعی می‌شود.

۴. نتیجه‌گیری

- این پژوهش اثرات چیدمان لایه‌های مختلف، زوایای متفاوت، شرایط مرزی مختلف و عدد موج محیطی بر ارتعاشات آزاد یک پوسته استوانه‌ای FML را برای دو

- مقادیر فرکانس طبیعی برای همه حالات (CC) از مقادیر فرکانس طبیعی حالات (SS) بیشتر است.
- با بررسی نتایج مشاهده می‌شود که در شرایط مرزی دو سر گیردار (CC) در L/R بزرگ تغییرات بزرگی در فرکانس اساسی اتفاق می‌افتد.
- با بررسی نتایج ارتعاشات پوسته استوانه‌ای FML، این موضوع دریافت می‌شود که با کاهش نسبت ابعاد فرکانس اساسی روندی افزایشی پیدا می‌کند.

۵. مآخذ

- [1] Şen, I., R. C. Alderliesten, and R. Benedictus, "Lay-up optimisation of fibre metal laminates based on fatigue crack propagation and residual strength", *Composite Structures*, Vol.124, pp.77-87.
- [2] Bellini, Costanzo, Vittorio Di Cocco, Francesco Iacoviello, and Luca Sorrentino, "Flexural strength of aluminium carbon/epoxy fibre metal laminates", *Material Design & Processing Communications*, Vol.1, no.1, 2019, p.e40.
- [3] Vermeeren, C. A. J. R., "An historic overview of the development of fibre metal laminates", *Applied Composite Materials*, Vol.10, 2003, pp.189-205.
- [4] Vogelesang, L. B., and AJJoMPT Vlot, "Development of fibre metal laminates for advanced aerospace structures", *Journal of materials processing technology*, Vol.103, no.1, 2000, pp.1-5.
- [5] Koziol, Mateusz, Marcin Jesionek, and Piotr Szperlich, "Addition of a small amount of multiwalled carbon nanotubes and flaked graphene to epoxy resin", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol.36, no.9, 2017, pp.640-654.
- [6] Lam, K. Y., and C. T. Loy, "Effects of boundary conditions on frequencies of a multi-layered cylindrical shell", *Journal of Sound and vibration*, Vol.188, no.3, 1995, pp.363-384.
- [7] Vlot, Ad, and Jan Willem Gunnink, eds., *Fibre metal laminates: an introduction*, Springer Science & Business Media, 2011.
- [8] Reddy, Junuthula Narasimha, *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*, CRC press, 2003.
- [9] Reddy, Junuthula Narasimha, ed., *Theory and analysis of elastic plates and shells*, CRC press, 1999.
- [10] Botelho, E.C., Campos, A.N., De Barros, E., Pardini, L.C. and Rezende, M.C., Damping behavior of continuous fiber/metal composite materials by the free vibration method, *composites part B: Engineering*, 2005, Vol.37, no.2-3, pp.255-263.
- [11] Park, Ilwook, and Usik Lee, "Dynamic analysis of smart composite beams by using the frequency-domain spectral element method", *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2012, Vol.26, pp.2511-2521.
- [12] Mohandes, Masood, Ahmad Reza Ghasemi, Mohsen Irani-Rahagi, Keivan Torabi, and Fathollah Taheri-Behrooz, "Development of beam modal function for free vibration analysis of FML circular cylindrical shells", *Journal of Vibration and Control*, 2018, Vol.24, no.14, pp.3026-3035.
- [13] Shen, Hui-Shen, "Thermomechanical post-buckling analysis of imperfect laminated plates using a higher-order shear-deformation theory", *Computers & structures*, 1998, Vol.66, no.4, pp.395-409.
- [14] Shen, Hui-Shen, "Thermal post-buckling analysis of imperfect laminated plates using a higher-order shear deformation theory", *International journal of non-linear mechanics*, 1997, Vol.32, no.6, pp.1035-1050.
- [15] Ghasemi Ghalebahman, Ahmad, Meysam Bigdeli-Yeganeh, Elham Cheloeian, and Morteza Khademi-Kouhi, "Free vibration of piezoelectric boron nitride nanotube-based composite cylindrical micropanel

- embedded in an elastic medium subjected to electric potential via modified strain gradient theory", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2020, Vol.234, no.12, pp.2309-2328.
- [16] Khanahmadi, Mohtasham, Majid Gholhaki, Ahmad Ghasemi-Ghalebahman, and Morteza Khademi-Kouhi, "Damage detection in laminated composite plates using wavelet analysis analytical method", *Journal of Vibration and Sound*, 2022, Vol.10, no.20, pp.144-156.
- [17] Nguyen, Dinh Duc, "Nonlinear thermo-electro-mechanical dynamic response of shear deformable piezoelectric sigmoid functionally graded sandwich circular cylindrical shells on elastic foundations", *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2018, Vol.20, no.3, pp.351-378.
- [18] Xing, Yufeng, Bo Liu, and Tengfei Xu, "Exact solutions for free vibration of circular cylindrical shells with classical boundary conditions", *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013, Vol.75, pp.178-188.
- [19] Lam, K. Y., and C. T. Loy, "Analysis of rotating laminated cylindrical shells by different thin shell theories", *Journal of Sound and Vibration*, 1995, Vol.186, no.1, pp.23-35.
- [20] Lam, K. Y., and C. T. Loy, "Influence of boundary conditions and fibre orientation on the natural frequencies of thin orthotropic laminated cylindrical shells", *Composite Structures*, 1995, Vol.31, no.1, pp.21-30.
- [21] Khdeir, A. A., and J. N. Reddy, "Influence of edge conditions on the modal characteristics of cross-ply laminated shells", *Computers & structures*, 1990, Vol.34, no.6, pp.817-826.
- [22] Khademi-kouhi, Morteza, and Meisam Shakouri, "Analysis and investigation of the effect of elastic mechanical properties on the vibration behavior of cylindrical shells made of materials with gradient properties with different boundary conditions", *Journal of Vibration and Sound*, 2022, Vol.11, no.21, pp.110-118.
- [23] Bellini, Costanzo, Vittorio Di Cocco, Francesco Iacoviello, and Luca Sorrentino, "Performance evaluation of CFRP/Al fibre metal laminates with different structural characteristics", *Composite Structures*, 2019, Vol.225, p.111117.
- [24] Tan, C. Y., and Hazizan Md Akil, "Impact response of fiber metal laminate sandwich composite structure with polypropylene honeycomb core", *Composites Part B: Engineering*, 2012, Vol.43, no.3, pp.1433-1438.
- [25] Li, Zhi-Min, and Tao Liu, "A new displacement model for nonlinear vibration analysis of fluid-conveying anisotropic laminated tubular beams resting on elastic foundation", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2021, Vol.86, p.104172.

پی نوشت:

-
1. Fiber Metal Laminates (FML)
 2. Glass Reinforced Aluminum Laminate
 3. Aramid Reinforced Aluminum Laminate
 4. Finite Element Method (FEM)