مقاله

هنر اندازه‌گیری و مدلسازی در آزمایش مودال و مشکلات آن

(بخش پایانی)

هدی سرپرست
دانشجوی کارشناسی ارشد
دانشکدهٔ مهندسی مکانیک
دانشگاه سمنان

محمدرضا آشوری
دانشیار گروه مکانیک
دانشکده مهندسی
دانشگاه سمنان
mr.ashory@gmail.com

محمدمهدی خطیبی
مدرس گروه مهندسی مکانیک
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد سمنان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۴/۲۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۸/۴

چکیده

تحلیل دینامیکی سازه‌ها برای طراحی، تعمیر و نگهداری آنها بسیار حائز اهمیت است. تعیین مشخصات دینامیکی سازه بخش مهمی از این تحلیل دینامیکی می‌باشد و آزمایش مودال یکی از بهترین روش‌ها به منظور تخمین مشخصات دینامیکی شامل فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها می‌باشد. با توجه به این که در مسیر انجام آزمایش مودال عواملی وجود دارد که باعث ایجاد خطا در نتایج به دست آمده می‌شود، شناسایی عوامل خطا و ارائه راه‌حل‌هایی در جهت کاستن از آنها، می‌تواند نتایج به دست آمده از آزمایش را تا حد زیادی بهبود بخشد. این موضوع در قالب دو مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. در مقاله اول مهم‌ترین عوامل خطا در آزمایش مودال معرفی شدند و برخی از عوامل خطا نظیر اثر بارگذاری جرمی شتاب‌سنج، درگیری قطعه و لرزاننده و رفتار غیرخطی مورد بررسی قرار گرفتند و به منظور کاستن یا برطرف نمودن آنها راه‌حل‌هایی ارائه شد. در این مقاله، که مکمل مقاله اول است، سایر عوامل خطا در آزمایش مودال شامل عدم امکان اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی، عدم دقت در آزمون چکش، نویز، خطای پردازش سیگنال‌ها و مودهای نزدیک به هم مطرح گردیده و راه‌حل‌هایی برای کاستن یا برطرف نمودن آنها ارائه شده است. سپس در ادامه، آزمایش مودال محیطی به عنوان روشی که می‌تواند مشکلات مربوط به یکی از این منابع خطا یعنی تحریک را در آزمایش مودال برطرف کند مطرح شده است.

واژگان کلیدی: آزمایش مودال، درجات آزادی چرخشی، نویز، مودهای نزدیک به هم، آزمایش مودال محیطی

۱. مقدمه

در دنیای امروز، طراحی سازه‌های پیچیده مکانیکی، هوایی و ساختمانی از اهمیت بسزایی برخوردار است. این طراحی‌ها باید به گونه ای باشند که سازه، علاوه بر مقاومت بالا، دارای وزن کم و قابلیت انعطاف زیاد باشد [۱]. یکی از الزامات در طراحی و تعمیر و نگهداری سازه‌ها، تحلیل دینامیکی آنها می‌باشد. یافتن مشخصات دینامیکی سازه

یکی از اساسی‌ترین بخشهای تحلیل دینامیکی است. یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی سازه روش اجزای محدود است. اما این روش به دلیل ساده‌سازی در شرایط مرزی، بارگذاری و جزئیات سازه‌های پیچیده و نیز عدم اطلاع دقیق از خواص مواد، معمولاً در موارد عملی با خطاهایی همراه است. بنابر این، نتایج حاصل از روش اجزای محدود در موارد عملی از دقت لازم برخوردار نمی‌باشند. تحلیل مودال یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی است که این خطاها را تا حد زیادی کاهش می‌دهد. تحلیل مودال فرایند تعیین خواص ذاتی یک سیستم در قالب فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها می‌باشد که از آنها برای ایجاد یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سیستم استفاده می‌شود. این مدل ریاضی، مدل مودال سیستم و اطلاعات مربوط به مشخصات آن، داده‌های مودال نامیده می‌شوند [۱]. تحلیل مودال نه تنها در مهندسی مکانیک و هوانوردی، بلکه در سازه‌های ساختمانی، مسائل بیومکانیک، سازه‌های فضایی، تجهیزات آکوستیک، حمل‌ونقل و نیروگاه‌های هسته‌ای نیز، کاربردهای فراوانی پیدا کرده است. تحلیل مودال، هر دو مبحث تئوری و تجربی را در بر می‌گیرد. تحلیل مودال تئوری، بر اساس یک مدل فیزیکی از سیستمی دینامیکی شامل خواص جرمی، سختی و میرایی می‌باشد. این خواص ممکن است به صورت معادلات دیفرانسیل پاره‌ای موجود باشند. به کمک تحلیل اجزای محدود مدرن می‌توان تقریباً هر سازه دینامیکی خطی را گسسته‌سازی کرد، که در نتیجه به طور قابل ملاحظه ای قابلیت و میدان کاری تحلیل مودال تئوریک افزایش می‌یابد. یکی از راه‌های شناسایی خصوصیات دینامیکی سازه‌ها آزمایش ارتعاشی است. با استفاده از نتایج آزمایشگاهی می‌توان درستی مدل‌های عددی مانند اجزای محدود را بررسی کرد و حتی آنها را تا حدود زیادی بهبود بخشید. نتایج حاصل از اندازه‌گیری ارتعاشات کاربردهای متعددی مانند پیش‌بینی رفتار ارتعاشی قطعه در شرایط کاری، محاسبه نیروهای وارد بر قطعه در هنگام کار، اصلاح رفتار ارتعاشی قطعه با تغییر ابعاد و ... دارد [۱]. آزمایش مودال به عنوان یک ابزار قدرتمند برای تعیین مشخصات دینامیکی سیستم نظیر فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها به کار می‌رود. با وجود توانمندی این روش در تعیین خواص ذاتی سیستم، مشکلاتی نیز در مسیر انجام آزمایش مودال وجود دارد که در بخش ۲ این مقاله به معرفی برخی از آنها پرداخته شده است. سپس این عوامل خطا شامل عدم امکان اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی، عدم دقت در آزمایش چکش، نویز، خطای پردازش سیگنال‌ها و مودهای نزدیک مورد بررسی قرار گرفته و به منظور کاهش آنها راه‌حل‌هایی ارائه شده است. در بخش ۳ آزمایش مودال محیطی به عنوان ابزار مناسبی برای برطرف نمودن مشکل تحریک در آزمایش مودال معرفی شده است. سرانجام در بخش ۴ که بخش انتهایی این مقاله می‌باشد، نتیجه‌گیری کلی از مباحث مطرح‌شده صورت گرفته است.

۲. انواع خطاها در آزمایش مودال و راه‌حل‌هایی برای کاهش آنها

آزمایش مودال یک روش قدرتمند برای تعیین مشخصات دینامیکی سیستم نظیر فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها می‌باشد. با وجود توانمندی این روش در تعیین خواص ذاتی سیستم، عواملی وجود دارد که باعث ایجاد خطا در نتایج به دست آمده از آزمایش می‌شود. برخی از عوامل ایجاد خطا در آزمایش مودال عبارتند از:

الف. عدم امکان اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی

ب. عدم دقت در آزمایش چکش

ج. نویز

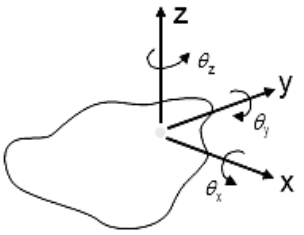
د. خطای پردازش سیگنال‌ها

ه. مودهای نزدیک به هم

در ادامه این بخش، عوامل خطای مطرح‌شده مورد بررسی قرار گرفته و راه‌حل‌هایی به منظور کاستن یا برطرف نمودن آنها ارائه شده است.

۲-۱. عدم امکان اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی[1]

به دست آوردن رفتارهای ارتعاشی محصولات در صنعت از اهمیت ویژه ای برخوردار می‌باشد. معمولاً قبل از تولید محصول، یک مدل از محصول ساخته شده و آزمایش‌هایی بر روی مدل انجام می‌شود. اما محدودیت عمده در استفاده از این مدل، نداشتن اطلاعات دقیق از درجات آزادی چرخشی مدل می‌باشد. حرکت ارتعاشی هر نقطه از سطح سازه حداکثر دارای شش درجه آزادی می‌باشد. سه مؤلفه حرکت از نوع انتقالی در راستای x، y و z و چرخش حول این محورها سه مؤلفه ارتعاشی چرخشی محسوب می‌شود (شکل ۱). جابه‌جایی‌های چرخشی، در بیش از ۷۵٪ درایه‌های ماتریس توابع پاسخ فرکانسی[2] دیده می‌شود. بنابر این محاسبه درجات آزادی چرخشی در درستی ماتریس تابع پاسخ فرکانسی سازه بسیار مهم است و در دقت نتایج حاصل، نقش اساسی دارد. البته به دلیل مشکلات اندازه‌گیری آنها، در بسیاری موارد از آنها صرف‌نظر می‌شود که این امر باعث ایجاد خطا در اندازه‌گیری می‌شود [۲]. در ادامه به بیان روش‌های به دست آوردن درجات آزادی چرخشی پرداخته شده است.



شکل ۱. مؤلفه‌های انتقالی و چرخشی حرکت ارتعاشی

۲-۱-۱. روش‌های به دست آوردن درجات آزادی چرخشی

به طور کلی می‌توان روش‌های به دست آوردن درجات آزادی چرخشی را به سه دسته تقسیم کرد:

الف. روش‌های اندازه‌گیری مستقیم و غیرمستقیم: این روش‌ها در مرجع [۳] شرح داده شده است.

ب. روش‌های تحریک گشتاوری: در این روش تحریک توسط ضربه چکش یا لرزاننده [۴] انجام می‌شود.

ج. روش‌های تخمین درجات آزادی چرخشی با پردازش منحنی و یا سطح: در این روش تخمین درجات آزادی چرخشی با استفاده از شیوه تراکم (کاهش) یا گسترش (بسط) [۵] امکان‌پذیر می‌باشد.

۲-۱-۲. روش‌های اندازه‌گیری مستقیم و غیرمستقیم درجات آزادی چرخشی

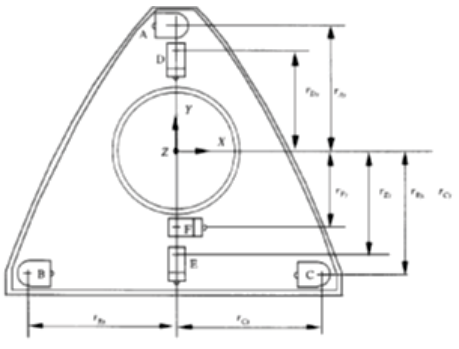
۲-۱-۲-۱. اندازه‌گیری درجات آزادی توسط حسگرهای بدون تماس (لیزر)

از آنجایی که شتاب‌سنج‌ها فقط می‌توانند ارتعاشات انتقالی سازه‌ها را اندازه بگیرند و قادر به اندازه‌گیری ارتعاشات زاویه‌ای نمی‌باشند، استفاده از لیزر اهمیت می‌یابد. زیرا با استفاده از ارتعاش‌سنج لیزر داپلر[3] امکان اندازه‌گیری مؤلفه ارتعاشی سازه در راستای پرتو لیزر فراهم می‌شود. جدول ۱ انواع اسکن‌ها و کاربرد آنها را نشان می‌دهد.

۲-۱-۳. روش‌های تحریک گشتاوری و به دست آوردن درجات آزادی چرخشی

۲-۱-۳-۱. استفاده از مبدل شش‌درجه‌آزادی[4]

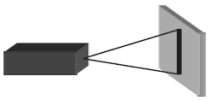
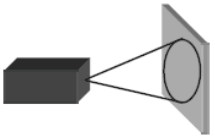
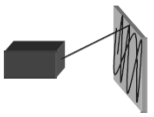
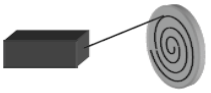
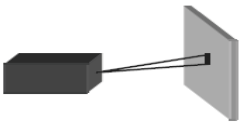
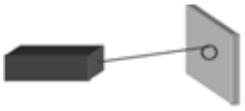
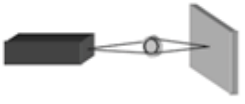
شکل ۲ یک مبدل شش‌درجه‌آزادی مثلثی شکل برای اندازه‌گیری همزمان ۳ درجه آزادی انتقالی و ۳ درجه آزادی چرخشی را نشان می‌دهد.



شکل۲. نمایی از مبدل ٦ درجه‌آزادی، که شتاب‌سنج‌های خطی از A تا F نامگذاری شده اند و فاصله شتاب‌سنج‌ها تا مرکز مبدل با r نشان داده شده است

برای کاهش اثرات بار ناشی از وزن مبدل از ۶ شتاب‌سنج سبک‌وزن و تجهیزات آلومینیومی توخالی استفاده شده است که وزن آنها تقریباً ۶ گرم می‌باشد. به منظور اندازه‌گیری تحریک‌ها، تا حد امکان مبدل بایستی به سطح نزدیک باشد، به همین دلیل مبدل شش درجه آزادی نازک و به ضخامت ۰،۵ میلی‌متر ساخته می‌شود. با فرض اینکه مبدل صُلب می‌باشد از معادلات سینماتیک جسم صلب استفاده می‌شود.

جدول ۱. انواع اسکن‌ها و کاربرد آنها [۶]

نوع اسکن	نمای کلی	کاربردها
اسکن خطی		اندازه‌گیری در سازه‌های یک‌بعدی (در تیرها)
اسکن دایره‌ای		اندازه‌گیری در سازه‌های دوبعدی (در صفحه‌ها و دیسک‌ها)
اسکن سطحی		اندازه‌گیری در سازه‌های دوبعدی (صفحه‌ها)
اسکن سطحی دایره‌ای		اندازه‌گیری در سازه‌های دوبعدی (دیسک‌ها)
اسکن خطی کوتاه		اندازه‌گیری نقطه‌ای: درجات آزادی انتقالی و یک درجه آزادی چرخشی
اسکن دایره‌ای کوتاه		اندازه‌گیری درجات آزادی انتقالی و دو درجه آزادی چرخشی
اسکن مخروطی		اندازه‌گیری نقطه‌ای: سه درجه آزادی انتقالی

از ویژگی‌های این روش می‌توان به این موارد اشاره کرد:

الف. در مرکز مبدل سوراخی وجود دارد که امکان اندازه‌گیری صحیح نقطه تحریک را که توسط نیرو یا ممان ایجاد شده است، فراهم می‌کند.

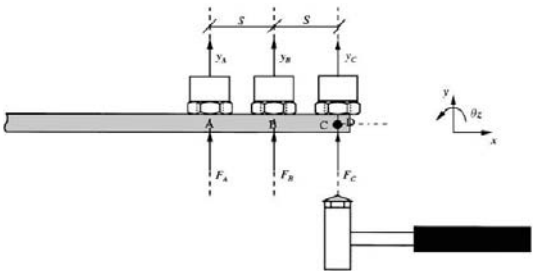
ب. سطح صاف و نازک به منظور اندازه‌گیری در نزدیکی سازه.

ج. سبک بودن سازه که امکان اندازه‌گیری در سازه‌های سبک‌تری را فراهم می‌کند.

محدودیت اصلی این مبدل، حساسیت عرضی شتاب‌سنج‌ها است که جزو ویژگی‌های ذاتی شتاب‌سنج‌ها می‌باشد، که باعث ایجاد مشکلاتی در نتایج اندازه‌گیری می‌شود [۷].

۲-۱-۳-۲. روش اختلاف محدود

همان طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود در این روش از سه شتاب‌سنج (بسته به فرمول اختلاف محدود از دو شتاب‌سنج هم استفاده می‌شود) که در نزدیکی یکدیگر و در یک فاصله ثابت نسبت به هم قرار می‌گیرند استفاده می‌شود.



شکل ۳. روش اختلاف محدود برای اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی

به همین دلیل روش اختلاف محدود را روش شتاب‌سنج نزدیک نیز می‌گویند. در این روش یکی از شتاب‌سنج‌ها در نقطه ای که قصد استخراج تحریک چرخشی آن نقطه را داریم قرار می‌گیرد و بقیه شتاب‌سنج‌ها براساس فرمول اختلاف محدود، در جهت محور اصلی قرار می‌گیرند. سپس حرکت انتقالی اندازه‌گیری می‌شود و با استفاده از فرمول اختلاف محدود کمیت چرخشی مورد نیاز به دست می‌آید. در روش اختلاف محدود از دو تقریب مرتبه اول و مرتبه

دوم برای به دست آوردن درجات آزادی چرخشی استفاده می‌شود. تقریب مرتبه اول برای تخمین دامنه چرخش و تقریب مرتبه دوم برای تعیین مقدار باقی‌مانده مناسب است.

از مزایای این روش می‌توان به موارد زیر اشاره کرد [۸]:

الف. نیاز به دستگاه خاصی ندارد و فقط از یک مبدل معمولی استفاده می‌شود.

ب. نصب ویژه ای نیاز ندارد و آزمایش مودال به سادگی انجام می‌شود.

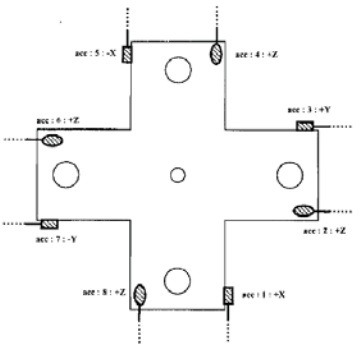
معایب این روش عبارتند از:

الف. فاصله بین شتاب‌سنج‌ها در هنگام آزمایش باید یکسان و ثابت باشد.

ب. از تقریب برای به دست آوردن ماتریس حرکت‌پذیری[5] استفاده می‌شود.

۲-۱-۳-۳. روش افزودن جرم

این دیدگاه با استفاده از تکنیک کوپل و دی-کوپل، مشکل جرم و اینرسی اضافه شده به سازه را بر طرف می‌نماید. حسگر جرم اضافی دارای دو مدلِ تک‌لایه (شامل یک جرم با حداقل ۶ شتاب‌سنج) و دولایه (شامل دو جرم دارای حداقل ۶ شتاب‌سنج) می‌باشد (شکل ۴).



شکل ٤. نمایی از جرم اضافی و نحوه قرارگیری شتاب سنج‌ها بر روی آنها

جزئیات به کارگیری این روش در مرجع [۹] شرح داده شده است. مزایای استفاده از تکنیک جرم اضافی عبارتند از:

الف. حسگر اجازه محاسبه ماتریس کامل ۶×۶ را در نقطه اتصال بدون تأثیر جرم اضافه شده می‌دهد.

ب. کم هزینه می‌باشد.

از معایب این روش می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

الف. پروسه اندازه‌گیری زمان‌بر است.

ب. به دلیل وزن بالای حسگرها، روش در سازه‌های سبک و انعطاف پذیر نمی‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

۲-۱-۳-۴. استفاده از بلوک تی- شکل

اعمال گشتاور خالص (بدون نیرو)، اگر چه محاسبات را تا حد زیادی ساده می‌کند ولی نیاز به ابزار مناسب دارد. با اعمال نیروی خارج از مرکز می‌توان در مرکز، گشتاور ایجاد نمود. روش استفاده از بلوک تی- شکل (شکل ۵)، با اندازه‌گیری توابع پاسخ فرکانسی متناظر با یک ستون از ماتریس حرکت‌پذیری شروع می‌شود. بدین منظور، سازه در یک جهت انتقالی دلخواه تحریک می‌شود و پاسخ‌های چرخشی و انتقالی اندازه‌گیری می‌شود. با کاربرد این روش دیگر نیاز به اعمال گشتاور خالص و یا نیروی خارج از مرکز (برای اعمال گشتاور) نیست. البته از بلوک تی- شکل برای اعمال گشتاور نیز استفاده می‌شود [۱۰و ۱۱].

شکل ۵. نمایی از یک تیر با بلوک T شکل متصل به آن

مزایای این روش عبارتند از:

الف. اجرای این روش به راحتی امکان‌پذیر است و نیازی به تحریک گشتاوری ندارد.

ب. یک روش ارزان محسوب می‌شود.

و معایب آن عبارتند از:

الف. روش بلوک تی- شکل، علاوه بر حذف جرم بلوک نیاز به حذف اثر اینرسی چرخشی آن نیز دارد.

ب. محدوده فرکانسی پاسخ‌ها به ویژگی‌های محل و طرز اتصال بلوک به سازه بستگی دارد.

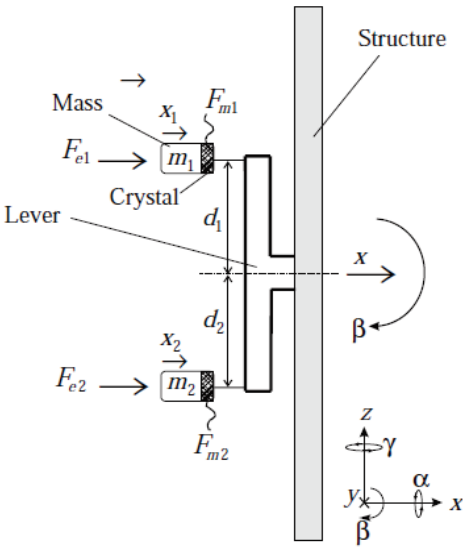
ج. ابعاد بلوک تی- شکل به اندازه سازه و اندازه شتاب‌سنج‌ها وابسته است.

د. بلوک تی- شکل باید در محدوده فرکانسی مورد نیاز کاملا صلب باشد.

ه. فرایند اندازه‌گیری در این روش وقت‌گیر و دشوار است.

۲-۱-۳-۵. روش اندازه‌گیری پی‌درپی

این روش برای دو درجه آزادی شرح داده شده و از بسط آن برای به دست آوردن ۶ درجه آزادی استفاده شده است. در اندازه‌گیری پی‌درپی از یک اهرم سبک تی- شکل و دو لرزاننده که در مدت اندازه‌گیری به سازه متصل هستند مطابق شکل ۶ استفاده می‌شود [۱۲].



شکل ٦. شماتیکی از طرز اتصال اهرم و لرزاننده‌ها به تیر معلق

از مزایای روش پی‌درپی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

الف. ماتریس حرکت‌پذیری سازگارتری نسبت به روش‌های سنتی می‌دهد.

ب. صرفه‌جویی در زمان نصب به دلیل کافی بودن یک بار نصب ممکن می‌شود.

از معایب این روش می‌توان به دشوار بودن اجرای آن اشاره کرد.

۲-۲. عدم دقت در آزمایش چکش

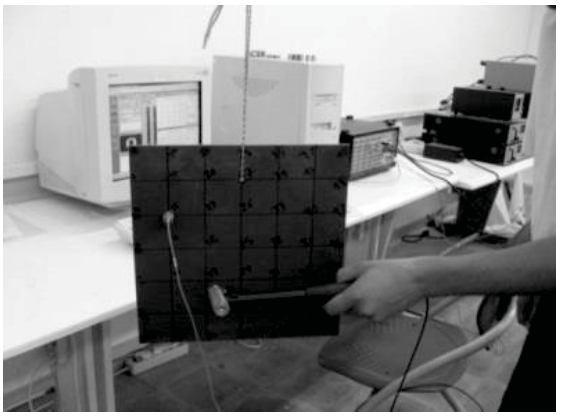
یکی از ابزارهایی که برای تحریک سازه مورد استفاده قرار می‌گیرد، چکش مجهز به نیروسنج است. آزمایش‌های ارتعاشی با استفاده از ضربه چکش (شکل ۷) دارای مزیت‌هایی است، که قابلیت به‌کارگیری در گستره وسیعی از آزمایش‌های دینامیکی سازه را دارد. برخی از مزیت‌های آزمایش چکش عبارتند از [۱۳]:

الف. آماده‌سازی آزمایش ساده می‌باشد. وجود سَرهای مختلف برای چکش این امکان را فراهم می‌کند که محدوده فرکانسی تحریک شده، برای آزمایش سازه‌های مختلف، متفاوت باشد.

ب. در مواردی که نتایج اولیه و صرفاً پیدا کردن فرکانس‌های طبیعی مورد نیاز است، روش سریع‌تری می‌باشد.

ج. در مقایسه با لرزاننده ابزار مقرون‌به‌صرفه‌تری است.

البته ضربه چکش نقایصی هم دارد که باعث می‌شود در برخی موارد، استفاده از دیگر انواع تحریک هم لازم باشد.



شکل ۷. نحوه تحریک به وسیله چکش

از معایب آزمایش چکش می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

الف. آزمایش چکش یک آزمایش حلقه‌باز است که سطح نیروی به کار رفته در آن قابل کنترل نیست. این ویژگی کاربرد آن را فقط به آزمایش خطی محدود می‌کند.

ب. محدوده فرکانسی که سازه آزمایش در آن تحریک می‌شود محدود است زیرا تنها سیگنال ضربه را به وسیله آن می‌توان ایجاد کرد و نوع ضربه به نوع سَری که استفاده می‌شود محدود می‌شود. این ممکن است منجر به عدم امکان اندازه‌گیری برخی از مودهای مهم ارتعاشی شود.

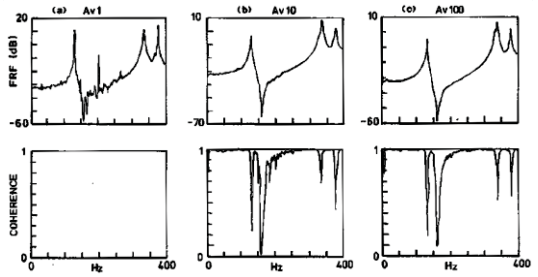
ج. چکش باعث اختلال در اندازه‌گیری نمی‌شود اما محدودیت این روش در تعیین جهت و محل اعمال نیرو است که از دقت آزمایش می‌کاهد.

د. اگرچه آماده سازی آزمایش ساده می‌باشد، قیمت ملزومات بسیار زیاد است. چرا که قطعات، برای مثال سر چکش، باید از نوع خوبی باشند.

تنها راه‌حلی که برای پیشگیری از مشکلات در آزمایش چکش می‌توان پیشنهاد کرد، دقت و تمرکز زیاد هنگام ضربه زدن است، به طوری که نقطه ضربه زدن کاملاً دقیق، و جهت ضربه نیز عمود بر سطح باشد. البته به منظور جلوگیری از بروز خطای نشتی[۶] باید توابع پنجره مناسبی برای سیگنال‌ها به کار گرفت که با ضربه به کار رفته سازگار باشد.

۲-۳. نویز

نویز عامل کاهش دقت اندازه‌گیری درآزمایش مودال است و چون همه پارامترهای مؤثر در اندازه‌گیری قابل کنترل نیستند، ورود نویز به سیستم در آزمایش مودال اجتناب‌ناپذیر است. ماهیت این خطا اتفاقی است و با تکرار آزمایش و متوسط‌گیری تا حدود زیادی قابل برطرف شدن است. تابعی که معمولاً برای بررسی اثر نویز بر سیستم اندازه‌گیری، به کار می‌رود تابع وابستگی[۷] است. این تابع بر حسب فرکانس رسم می‌شود. هر چه مقدار این تابع به یک نزدیک‌تر باشد نشان دهنده اثر کمتر نویز بر روی اندازه‌گیری است و هر چه به صفر نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده تأثیر قوی‌تر نویز در اندازه‌گیری است. در روند اندازه‌گیری معمولاً اثر نویز در نزدیکی تشدیدها و ضدتشدیدها اجتناب‌ناپذیر است [۲]. شکل ۸ یک نمونه از توابع وابستگی به همراه تابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری‌شده را نشان می‌دهد. در نمودار اول از سمت چپ فقط نتیجه حاصل از یک آزمایش رسم شده است و همان طور که مشاهده می‌شود نمودار تابع پاسخ فرکانسی دارای نویز می‌باشد ولی نمودار وابستگی به علت در دست داشتن فقط یک تابع پاسخ فرکانسی مقدار ثابت یک را نشان می‌دهد. اما نمودار دوم با در دست داشتن مقادیر ده آزمایش و متوسط‌گیری از آنها حاصل شده و به همین دلیل دارای نویز کمتری می‌باشد و نمودار تابع وابستگی مربوط به آن، نمایانگر مقدار نویز در بازه فرکانسی آزمایش می‌باشد.



شکل ۸. اثر نویز در اندازه‌گیری به وسیله تابع وابستگی

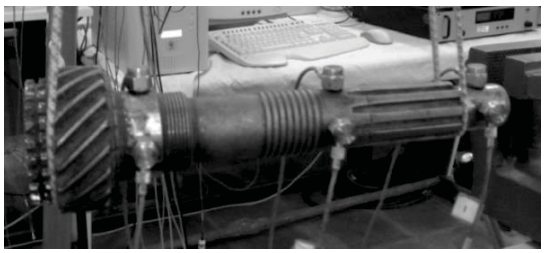
در نمودار سوم مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد آزمایش‌ها به صد، نمودار تابع پاسخ فرکانسی و نمودار تابع وابستگی، بهبود یافته اند. برای بررسی مسئله نویز، می‌توان از تخمین‌زننده‌های مختلفی برای تابع پاسخ فرکانسی استفاده کرد. یکی از آنها تخمین‌زننده H_1 می‌باشد که جزئیات مربوط به آن توسط بندات و پیرسل در [۱۴] شرح داده شده است. تخمین‌زننده بعدی H_2 می‌باشد که تخمین زننده مناسبی برای تابع پاسخ فرکانسی در تشدید، حتی در حضور نویز است [۱۵]. مشکل تخمین‌زننده H_v کیفیت پایین آن در ضدتشدیدهای تابع پاسخ فرکانسی می‌باشد. تخمین‌زننده‌های دیگری در [۱۶و۱۷] ارائه شده اند که از میان آنها، H_v یک تخمین‌زننده مطلوب در تمام بازه فرکانسی می‌باشد [۱۷]. در سال ۱۹۸۵، گویدر[۸] در [۱۸] ایده ای را برای بهبود بخشیدن به فرایند تخمین تابع پاسخ فرکانسی ارائه داده است. جزئیات مربوط به این روش توسط کاب[۹] در [۱۹و۲۰] مطرح شده است. او خواص این تخمین‌زننده غیربایاس[۱۰] را توضیح داده است و برای اولین بار اصولی را برای تخمین محدوده‌ای روی تابع پاسخ فرکانسی تعریف نموده و روشی را برای تعیین منبع نویز

مربوط به تراگذار و لرزاننده در یک سیستم و مقدار نویز معرفی کرده است. این تخمین‌زننده تابع پاسخ فرکانسی، بهترین روش را برای تخمین غیرباياس تابع پاسخ فرکانسی فراهم کرده است.

از دیگر عوامل خطا در آزمایش مودال، خطاهای مربوط به تحلیل سیگنال‌های خروجی از شتاب‌سنج و نیروسنج می‌باشد. این خطا در اثر تبدیل سیگنال‌ها از حوزه زمان به حوزه فرکانس، توسط تبدیل فوریه ایجاد می‌شود. خطای نشتی، با تابع پنجره[11] مناسب در سیگنال نیرو و پاسخ تا حدود زیادی قابل کاهش است. تابع پنجره یک تابع وزن است که در سیگنال زمانی ضرب می‌شود. این تابع در آزمایش چکش، در سیگنال نیرو، باید از نوع گذرا و در سیگنال پاسخ باید نمایی باشد. اگر سیگنال نیرو اتفاقی باشد باید هر دو سیگنال نیرو و پاسخ را در تابع وزن هنینگ[12] ضرب کرد. خطاهای دیگری نیز در این زمینه وجود دارد که به طور خودکار توسط آنالایزرها ایجاد می‌شود [۲].

۲-۵. مودهای نزدیک به هم[13]

مودهای نزدیک به هم در واقع مودهایی هستند که دارای فرکانس‌های طبیعی یکسان یا نزدیک به هم می‌باشند و معمولاً در سازه‌های متقارن نظیر صفحات دایره‌ای‌شکل، چرخدنده‌ها یا دیسک‌ها اتفاق می‌افتد. بنابر این، مودهای نزدیک به هم دو مود کاملاً مجزا می‌باشند که شکل مود مربوط به آنها بر هم عمود هستند در صورتی که در اغلب روش‌های شناسایی مودال، این دو مود به عنوان یک مود منحصر به فرد شناخته می‌شوند. این موضوع به عنوان یک مشکل اصلی در سازه‌هایی که دارای مودهای نزدیک به هم می‌باشند مطرح می‌شود. در شکل ۹ نمایی از آزمایش محور جعبه‌دنده به عنوان یک سازه متقارن نشان داده شده است [۲۱]. معمولاً درخصوص مودهای نزدیک به هم دو سؤال اصلی مطرح است: الف. چگونه می‌توان وجود دو مود نزدیک به هم را تشخیص داد؟ ب. چگونه باید مودهای نزدیک به هم را جهت انجام دقیق تحلیل مودال تفسیر کرد؟ با توجه به این که در اکثر روش‌های شناسایی مودال یک سازه مشکل مودهای نزدیک به هم ملاحظه می‌شود، معیار اصلی برای ارزیابی یک روش، نحوه برخورد آن با مودهای نزدیک به هم است. به عبارت دیگر روشی که قابلیت جداسازی مودهای نزدیک به هم را داشته باشد، ترجیح داده می‌شود. مطالعه معیارهای مربوط به میزان دخالت دو مود در یکدیگر باعث فهم بهتر پارامترهای حاکم بر این پدیده می‌شود. این معیارها در مراجع [۲۲و۲۳] مطرح شده اند.



شکل ۹. نمایی از آزمایش محور جعبه‌دنده

روش‌های گوناگونی برای شناسایی مودهای نزدیک به هم در سالهای اخیر پیشنهاد شده است که اغلب آنها برای داده‌های تئوری مناسب می‌باشند. یعنی در مورد داده‌های تجربی که حضور نویز در آنها امری غیرقابل‌اجتناب است معمولاً نتایج دقیقی ارائه نمی‌دهند. البته میزان نزدیکی دو مود به یکدیگر نیز در دقت نتایج حاصل از این روش‌ها مؤثر است. به طوری که با افزایش نزدیکی دو مود به یکدیگر میزان دقت نتایج کاهش می‌یابد. از میان این روش‌ها، روش‌هایی که بر پایه تحلیل مودال محیطی قرار گرفته اند ترجیح داده می‌شوند. روش تجزیه حوزه فرکانسی[14] یکی از روش‌های تحلیل مودال محیطی[15] در حوزه فرکانس است،که مزیت‌های زیادی نسبت به روش‌های حوزه فرکانس کلاسیک نظیر انتخاب قله[16] دارد. در این روش ماتریس چگالی طیفی توان به مجموعه ای از سیستم‌های تک‌درجه‌آزادی تجزیه می‌شود که امکان شناسایی مودهای نزدیک به هم با دقت بسیار بالا را فراهم

می‌کند. جزئیات این روش در مرجع [۲۴] مطرح شده است.

۳. برطرف نمودن مشکل تحریک در آزمایش مودال با استفاده از آزمایش مودال محیطی[۱۷]

در سازه‌های بزرگ و پیچیده، آزمایش مودال با دو مشکل اساسی مواجه است:

الف. دشوار بودن تحریک سازه‌های بزرگ، مثلا در سازه‌هایی مانند سدها و پل‌ها.

ب. وجود نویز زیاد در محیط اندازه‌گیری.

وقتی سازه‌های بزرگ به منظور اجرای آزمایش مودال تحریک می‌شوند، باید سطح تحریک در حدی باشد که تعادل مجموعه را در همه نقاط بر هم بزند. بنابر این برای تحریک کل سازه، مقدار نیروی زیادی مورد نیاز است. از طرف دیگر، سطح تحریک اعمالی نمی‌تواند خیلی زیاد باشد، زیرا موجب آسیب محلی سازه و بروز رفتار غیرخطی در سازه می‌گردد. همچنین محیطی که سازه در آن قرار دارد اغتشاشاتی مانند باد، نوفه، تردد خودرو و غیره وجود دارد که باعث ایجاد نویز می‌شوند و فرایند اندازه‌گیری و آزمایش را دشوار می‌کند. بنابراین محققان در چند دهه اخیر روش‌هایی ارائه کرده اند که در آنها سازه توسط اغتشاشات محیطی تحریک می‌شود و صرفاً با اندازه‌گیری پاسخ سازه، ویژگی‌های دینامیکی به دست می‌آید. این روش‌ها با عناوین مختلف نظیر تحلیل ارتعاشات محیطی، تحلیل مودال محیطی[۱۸] یا تحلیل مودال بر مبنای پاسخ[۱۹]، شناخته می‌شوند [۲۵]. اولین موارد کاربرد این روش‌ها، در زمینه بررسی ارتعاشات پل معلق [۲۶] و ارتعاشات سازه‌ها [۲۷] صورت گرفته است که نتایج مطلوبی به دنبال نداشته است [۲۸]. با پیشرفت کامپیوترها و روش‌های محاسباتی در دهه اخیر، فعالیت گسترده‌تری صورت گرفته و روش‌های مختلفی در این زمینه ارائه شده است. همچنین آزمایش‌های متعددی بر روی ساختمان‌ها [۲۹]، پل‌ها [۳۰]، قطارها [۳۱] و غیره صورت گرفته است. در نتیجه اجرای این روش‌ها، پارامترهای مودال سازه شامل فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودهای نامیزان[۲۰] به دست خواهند آمد [۲۵].

۳-۱. مروری بر روش‌های مهم تحلیل مودال محیطی

ساده‌ترین روش به منظور تخمین پارامترهای مودال در تحلیل مودال محیطی روش انتخاب قله می‌باشد. در این روش فرکانس‌های طبیعی از طریق در نظر گرفتن قله‌های توابع طیفی توان[۲۱] به دست می‌آیند. نقص فرضیات اساسی (میرایی پایین و فرکانس‌های طبیعی کاملاً جدا از هم) منجر به پاسخ‌های غیردقیق در این روش می‌گردد. در این روش، تغییرشکل‌های محیطی[۲۲] به جای شکل مودهای واقعی سیستم به دست می‌آید. در این روش تخمین ضریب میرایی با استفاده از نقاط نیمه توان[۲۳] صورت می‌گیرد که در اینجا روشی غیردقیق است. همچنین این روش به ندرت برای سازه‌های پیچیده موجود در محیط واقعی به کار می‌رود. زیرا این سازه‌ها معمولاً دارای مودهای نزدیک به هم می‌باشند که روش انتخاب قله در شناسایی آنها به خوبی عمل نمی‌کند [۲۵].

روش دیگر و البته پیشرفته‌تر، از تجزیه مقادیر تکین[۲۴] ماتریس‌های خودهمبستگی طیفی[۲۵] و همبستگی متقاطع طیفی[۲۶] بین خروجی‌ها استفاده می‌کند. این روش در منابع مختلف مورد بحث قرار گرفته است و دارای نام‌های متفاوتی می‌باشد که مشهورترین نام آن تجزیه حوزه فرکانسی[۲۷] می‌باشد. این روش قادر است تعدد مودها (مودهای مختلف در یک فرکانس) را که اغلب روش‌های تحلیل مودال سنتی[۲۸] در تشخیص آن مشکل دارند، تشخیص دهد. روش‌های انتخاب قله و تجزیه حوزه فرکانسی هر دو از روش‌های غیر پارامتریک[۲۹] محسوب می‌شوند. در این روش‌ها فرکانس‌های ویژه با توجه به مشخصه‌های سیگنال، بدون منطبق[۳۰] کردن و یا تخمین یک مدل پارامتریک تعیین می‌شوند [۲۴] و [۳۱]. یک روش مناسب‌تر و پیشرفته‌تر، روش زیرفضاهای اتفاقی[۳۱]

می‌باشد که در آن یک مدل فضای حالت اتفاقی[۳۲]، مستقیماً از داده‌های خروجی اندازه‌گیری شده یا همبستگی خروجی‌ها مشخص می‌شود. می‌توان نشان داد که مدل فضای حالت اتفاقی با ورودی نوفه سفید، یک مدل مناسب از ارتعاشات سازه‌های تحریک شده توسط نیروهای ناشناخته است. کاربردهای واقعی روش زیرفضاهای اتفاقی را می‌توان در [۳۲و۳۳] مشاهده نمود. در مرجع [۳۴] روشی در حوزه فرکانس، به نام احتمال حداکثر[۳۳] برای استخراج پارامترهای مودال از داده‌های خروجی ارائه شده است. این روش به منظور کاربرد توابع پاسخ فرکانسی ارائه شده است [۳۵]. روش تعیین احتمال حداکثر یک روش بر پایه خوش‌بینی است که پارامترهای مودال را به وسیله کمینه کردن نرم خطا تخمین می‌زند. مباحث مربوط به مشخص کردن مدل‌های حوزه فرکانس پارامتریک در مراجع [۳۶و۳۷] موجود می‌باشد. در سالهای اخیر توجه زیادی به بهینه‌سازی روش حوزه فرکانس بر مبنای احتمال حداکثر شده است. کاربردهای موفق صنعتی تحلیل مودال محیطی با استفاده از احتمال حداکثر در مراجع [۳۸و۳۹] آمده است.

۳-۲. مزیت‌های تحلیل مودال محیطی

تحلیل مودال محیطی مزایای فراوانی نسبت به تحلیل مودال کلاسیک دارد که از مهم‌ترین آنها می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

الف. تحلیل مودال محیطی ارزان است و با سرعت زیادی انجام می‌گیرد، زیرا به تجهیزات پیچیده تحریک و شرایط مرزی شبیه‌سازی‌شده نیاز ندارد. ب. مشخصه‌های مدل تحت بارگذاری واقعی، به دلیل وجود تحریک اتفاقی با باند تصادفی پهن، خطی خواهد بود.

ج. تمامی و یا بخشی از نقاط می‌تواند به عنوان مرجع استفاده شود. بنابر این الگوریتم مورد استفاده برای تحلیل مودال محیطی می‌بایست از نوع چندورودی- چندخروجی[۳۴] باشد. در نتیجه مودهای نزدیک به هم یا حتی مودهای تکراری به راحتی تشخیص داده می‌شوند که برای سازه‌های واقعی مناسب می‌باشد.

د. تحلیل مودال محیطی نه تنها برای طراحی دینامیکی و کنترل سازه استفاده می‌شود بلکه برای بازبینی سلامتی[۳۵] و یافتن آسیب[۳۶] سازه‌ها نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ه. ارتعاشات سازه‌های بزرگ نظیر پل و ساختمان‌ها که توسط نیروی باد، بار ترافیکی و امواج صوتی تحریک می‌شوند و نیز سیستم‌های مکانیکی نظیر خودروها که تحت بارگذاری آیرودینامیکی، تحریک تجهیزات خود سیستم و ارتعاشات ناشی از جاده و ریل می‌باشند به کمک تحلیل مودال محیطی قابل تفسیر می‌باشد.

و. تحلیل مودال محیطی ویژگی‌های مودال سیستم را در حین کار به دست می‌آورد. حتی اگر سیستم را بتوان در شرایط آزمایشگاه قرار داد و تحلیل مودال سنتی را بر روی آن ایجاد کرد باز هم نمی‌توان حتی با تحریک هوشمندانه تحریکی همراه با اغتشاش، سطح و نوع تحریکات موجود در محل کار ایجاد کرد.

با وجود مزایای بسیاری که تحلیل مودال محیطی نسبت به تحلیل مودال سنتی دارد با مشکلاتی نیز همراه می‌باشد که در مرجع [۲۵] به آنها اشاره شده است.

٤. نتیجه‌گیری

در این مقاله برخی از خطاهایی که در مسیر انجام آزمایش مودال وجود دارند معرفی شده اند و راه‌حل‌هایی برای کاستن یا برطرف نمودن آنها ارائه شده است. یکی از عوامل خطا عدم امکان اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی است. به منظور برطرف نمودن این مشکل، انواع اسکن‌هایی که توانایی اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی را دارند معرفی شده اند. همچنین، روش‌هایی برای اندازه‌گیری درجات آزادی چرخشی ارائه و مزایا و معایب هر یک از این روش‌ها بیان شده است. عدم دقت در آزمایش چکش نیز عامل دیگر ایجاد خطا در آزمایش مودال است. با ضربه زدن کاملاً دقیق به طوری که جهت ضربه عمود بر

سطح باشد و استفاده از تابع پنجره مناسب برای سیگنال‌ها می‌توان خطای آزمایش را به حداقل ممکن کاهش داد. یکی دیگر از خطاهای مربوط به آزمایش مودال ورود نویز به سیستم است که معمولاً با تکرار آزمایش و متوسط‌گیری، از میزان این خطا کاسته می‌شود. خطای پردازش سیگنال‌ها نیز معمولاً با ضرب کردن سیگنال نیرو و پاسخ در یک تابع پنجره مناسب قابل کاهش است. وجود مودهای نزدیک به هم در سازه‌های متقارن از دیگر مشکلاتی است که آزمایش مودال با آن روبه‌رو است، به خصوص مواقعی که دو مود، بسیار به یکدیگر نزدیک باشند. در این موارد تشخیص دقیق خواص دینامیکی مودهای نزدیک به هم توسط آزمایش مودال امکان‌پذیر نخواهد بود. از این رو، آزمایش مودال محیطی به عنوان یک ابزار قوی به منظور رفع این مشکل به کار گرفته می‌شود. همچنین آزمایش مودال محیطی، مشکل تحریک سازه را که در آزمایش مودال وجود دارد رفع می‌نماید.

۵. مآخذ

[1] Jimin, H., F. Zhi-Fang. *Modal Analysis*, Butterworth-Heinemann, 2001.

[2] Ewins, D.J. *Modal Testing: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, London, 1984.

[3] Jianxin, S., C.M. Mak. "Direct measurement of moment mobility and a moment excitation system." *Applied Acoustics*, vol.63, issue. 2, (2002):139–151.

[4] Scott, A.S., C. Peter, A.B. Rebecca, K.C. Gregory, J.A. Robin, M.S. Elizabeth, J.B. Philip and H.W. Malcolm. "A novel method for the measurement of mechanical mobility." *Journal of Sound and Vibration*, vol. 320, issue.3, p(2009):559–575.

[5] Vetrone, L., A. Sestieri, W. D'ambrogio. "Predicting the effect of distributed structural modifications by alternative techniques." IMAC-XIX, pp.317-323, 2012.

[6] Martarelli, M. "Exploiting the Laser Scanning Facility for Vibration Measurements." A thesis submitted to the University of London for the degree of Doctor of Philosophy, 2001.

[7] Ivarsson, L., M.A. Sanderson, A.G. Troshin. "Design, Theory and Validation of a Low Mass 6-d.o.f. Transducer." *Journal of Sound and Vibration*, vol.230, issue.3, (2000):661-688.

[8] Ludcia, M., M. Duarte and D.J. Ewins. "Rotational degrees of freedom for structural coupling analysis via finite-difference technique with residual compensation." *Mechanical Systems and Signal Processing*, no.14, issue.2, (2000):205-227.

[9] Helderweirt, S., H. Van der Auweraer, P. Mas. "Application of accelerometer-based rotational degree of freedom measurements for engine sub frame modeling." IMAC-XIX, (2012):1298-1304.

[10] Mottershead, E., A. Kyprianou, H. Ouyang. "Structural modification Part 1: rotational receptances." *Journal of Sound and Vibration*, (2005):249–265.

[11] Champoux, Y., V. Cotoni, B. Paillard and O. Beslin. "Moment excitation of structures using two synchronized impact hammers." *Journal of Sound and Vibration*, vol.263, issue.3, (2003):515–533.

[12] Ivarsson, L.H., M.A. Sanderson. "MIMO technique for simultaneous measurement of translational and rotational mobilities." *Applied Acoustics*, vol.61, issue.3, (2000):345-370.

[13] Huang, S. "Dynamic Analysis of Assembled Structures with Nonlinearity." A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy, Department of Mechanical Engineering Imperial College London August, 2007.

[14] Bendat, J.S., A.G. Piersol. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, NewYork: John Wiley and Sons, 1986.

[15] Mitchell, L.D. "Improved Methods for the Fast Fourier Transform (FFT) Calculation of the Frequency Response Function." *Journal of Mechanical Design*, Transactions of the ASME, vol.104, (1982):277-279.

[16] Wicks A.L., H. Vold. "The Hs Frequency Response Function Estimator." *Proceedings of the 4th International Modal Analysis Conference*, 1986.

[17] Vold, H., G.T. Rocklin, J. Crowly. "A comparison of H1, H2, Hv Frequency Response Functions." *International Modal Analysis Conference Proceedings*, (1984):272-278.

[18] Goyder, H.G.D. "Foolproof Methods for Frequency Response Measurement." *Proceedings of the Second International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics*, Southampton, 1984.

[19] Cobb, R.E., L.D. Mitchell. "Estimates of Variance and Confidence Bands for the three-Channel Frequency Response Function Estimator." *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol.5, no.3, (1990):185-194.

[20] Cobb, R.E., L.D. Mitchell. "Estimation of Uncorrelated Content in Experimentally Measured Frequency Response Functions Using Three Measurement Channels." *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol.4, no.6, (1990):449-461.

[21] Malekjafarian, A., M.R. Ashory, M.M. Khatibi. "Double Modes Determination of a Gearbox Shaft Using Operational Modal Analysis." *Proc. of IOMAC*, 2009.

[22] Maia, N.M.M. "Interference Criteria in Modal Identification." M. SC. Thesis, Technical University of Lisbon, 1985.

[23] Maia, N.M.M. "Extraction of valid Modal Properties from Measured Data in Structural Vibrations." PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering Imperial College, London, 1988.

[24] Brincker, R., Z. Lingmi, A. Palle. "Modal Identification from Ambient Response using Frequency Domain Decomposition." *Proc.18th International Modal Analysis Conference*, 2000.

[25] Zhang, L., R. Brincker and R. Andersen. "An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues." *Proc. of IOMAC*, 2005.

[26] Abel-Ghaffer, A.M., G.W. Housner. "Ambient Vibration Test of Suspension Bridge." *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, vol.104, issue.5, (1978):983.

[27] Begg, R.D., A.C. Mackenzie, C.J. Dodds, O. Loland. "Structural Integrity Monitoring Using Digital Processing of Vibration Signals." *Proc. of the Offshore Technology Conf*, vol.2, 1976.

[28] Wenzel, H., D. Pichler. *Ambient Vibration Monitoring*, 1st ed., London:John Wiley & Sons, 2005.

[29] James, G.H., T.G. Crane and J.P. Laufer. "The Natural Excitation Technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures." *Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol.10, issue.4, (1995):260-277.

[30] Asmussen, J.C., R. Brincker and A. Rytter. "Ambient modal testing of the VESTVEJ bridge using random decrement." *Proc. of 17th IMAC*, 1999.

[31] Hanson, D. "Operational Modal Analysis and Model Updating with a Cyclostationary Input." Ph.D. Thesis, University of New South Wales, 2006.

[32] Peeters, B. "System Identification and Damage Detection in Civil Engineering." PhD thesis, Department of Civil Engineering, K. U. Leuven, Belgium, 2000.

[33] Hermans, L., H. Van der auweraer. "Modal testing and analysis of structures under operational condition: industrial application." *Mechanical System and Signal Processing*, vol.13, issue.2, (1999):193-216.

[34] Hermans, L., H. Van der auweraer, P. Guillaume. "A Frequency-domain maximum likelihood approach for the extraction of modal parameters from output-only data." *Proceeding of ISMA23*, (1998):367-376.

[35] Guillaume, P., P. Verboven, S. Vanlanduit. "Frequency-domain likelihood identification of modal parameters with confidence intervals." *Proceeding of ISMA23*, 1998.

[36] Pintelon, R., J. Schoukens. *System Identification: a Frequency Domain Approach*, New York: IEEE Press, 2001.

[37] Guillaume, P., R. Pintelon and J. Schoukens. "Parametric identification of multivariable systems in the frequency domain – a survey." *Proceeding of ISMA 21*, (1996):1069-1082.

[38] Parloo, E. "Application of frequency-domain system identification techniques in the field of operational modal analysis." PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, V. U. Brussel, Belgium, 2003.

[39] Cauberghe, B. "Applied frequency-domain system identification in the field of experimental and operational modal analysis." PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, V. U. Brussel, Belgium, 2004.

پی‌نوشت

1. Rotational Degrees of Freedom (RDOF)
2. Frequency Response Functions (FRFs)
3. Laser Doppler Vibrometer (LDV)
4. Six Degrees of Freedom (6DOFs)
5. Mobility matrix
6. Leakage
7. Coherence function
8. Goyder
9. Cobb
10. Unbiased
11. Window function
12. Hanning
13. Close Modes
14. Frequency Domain Decomposition (FDD)
15. Operational Modal Analysis (OMA)
16. Peak Picking (PP)
17. Operational modal testing
18. Operational Modal Analysis (OMA)
19. Output Only Modal Analysis (OOMA)
20. Unscaled mode shapes
21. Power spectral functions
22. Operational Deflection Shapes (ODS)
23. Half-power point
24. Singular Value Decomposition (SVD)
25. Spectral auto-correlation Matrix
26. Spectral cross-correlation Matrix
27. Frequency Domain Decomposition (FDD)
28. Experimental Modal Analysis (EMA)
29. Non-Parametric
30. Fit
31. Stochastic Subspace Identification (SSI)
32. Stochastic state space model
33. Maximum Likelihood Method
34. Multi Input Multi Output (MIMO)
35. Health monitoring
36. Damage detection