

بررسی کارایی روش هیبرید کنترل فعال و غیرفعال در کاهش نوفه جیغ

چرخ قطار

سید رحیم مرجانی*

استادیار

گروه مهندسی راه آهن، دانشگاه صنعتی کرمانشاه،

کرمانشاه، ایران

r.marjani@kut.ac.ir

داوود یونسیان

استاد

دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت،

تهران، ایران

younesian@iust.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۱۲

چکیده

جیغ چرخ^۱ قطار، یکی از آزاردهنده ترین نوفه های راه آهن است که هنگام عبور قطار از قوس های با شعاع کم ایجاد می شود. تا به امروز روش های مختلفی برای کاهش یا حذف این نوفه ارائه شده است، که تمامی آنها با محدودیت هایی روبه رو بوده اند. در این مقاله با ترکیب دو روش کنترل دیترینگ^۲ به وسیله عملگرهای پیزوالکتریک چندلایه میله ای^۳ روی ریل و افزایش میرایی چرخ به وسیله چسباندن وصله پیزوالکتریک متصل به مدار شانت^۴، راهکاری هیبرید کنترل فعال و غیرفعال برای حذف نوفه جیغ چرخ در یک بازه فرکانسی گسترده ارائه شده است. برای بررسی عملکرد راهکار پیشنهادی، یک مدل جامع و تأیید شده نوفه جیغ چرخ قطار در حوزه زمان شامل دینامیک خط و چرخ و نیروهای غیرخطی تماس به کار گرفته شده است. سپس مدل برای اضافه کردن اثر هم زمان کنترل دیترینگ به ریل و تغییر دینامیک چرخ به روزرسانی شده است. مدار شانت در نظر گرفته شده از نوع رزونانسی شامل یک مقاومت و سلف است، که امکان افزایش میرایی در یک فرکانس خاص را می دهد. عملگرهای متصل به چرخ به دو گروه تقسیم شده اند و مدارهای شانت هر گروه برای ایجاد میرایی در فرکانس های مورد نظر طراحی شده اند. براساس نتایج به دست آمده راهکار پیشنهادی به خوبی توانسته تراز فشار صوت^۵ جیغ چرخ را در تمامی فرکانس ها کاهش دهد و میانگین تراز فشار صوت کاهش یافته به ۱۵ دسی بل می رسد.

واژگان کلیدی: جیغ چرخ قطار، کنترل دیترینگ، کنترل غیرفعال، کنترل فعال

۱. مقدمه

مسافری قطارها است. بنابراین اهمیت کاهش یا حذف این نوفه واضح است. اما از آنجایی که یک پدیده بسیار پیچیده است روشی ساده بدین منظور وجود ندارد. علت وقوع این پدیده، ارتعاشات ناپایدار و خود تحریک شونده چرخ قطار در

نوفه جیغ چرخ قطار با اندازه های بیشتر از سایر نوفه های راه آهن (حدود ۲۰ دسی بل) و وقوع در محدوده فرکانس حساس گوش انسان به صدا (۵۰۰ تا ۵۰۰۰ هرتز) یکی از آزاردهنده ترین نوفه برای ساکنان اطراف خطوط ریلی و

اثر نیروهای تماس ناپایدار در محدوده لغزش زیاد جانبی در ناحیه تماس، هنگام عبور از قوس‌های با شعاع کم است. در دهه‌های اخیر مطالعات زیادی برای ارائه مدل‌های جامع و کاربردی برای فهم بهتر پدیده جیج چرخ انجام شده است. مدل‌های ارائه شده در دو حوزه زمان و فرکانس هستند. در مدل‌های حوزه فرکانس با تحلیل پایداری یک مدل خطی دینامیکی تأثیر عوامل مختلف مانند میرایی چرخ و سرعت قطار [۱]، مشخصات تماس [۲]، دینامیک خط راه‌آهن [۳]، لغزش طولی [۵] و دینامیک عمودی چرخ [۶] بر احتمال وقوع جیج چرخ مورد بررسی قرار می‌گیرد. اما در مدل‌های حوزه فرکانس نیاز به خطی کردن نیروها تماس بوده و امکان تحلیل مدل‌های پیچیده وجود ندارد. از سوی دیگر فقط احتمال وقوع قابل بررسی بوده و نمی‌توان تأثیر روش‌های کنترلی مختلف را بر شدت نوفه ایجاد شده تحلیل کرد. از این‌رو مدل‌های در حوزه زمان با امکان مدل‌سازی نیروهای غیرخطی و محاسبه تراز فشار صوت ارائه شده‌اند. در مدل‌های اولیه ارتعاشات خود تحریک شونده چرخ در اثر شیب منفی نمودار ضریب چسبندگی-لغزش به‌عنوان تنها عامل بروز جیج چرخ لحاظ می‌شد [۷-۱۰]. اما در سال‌های اخیر مطالعات تجربی و تئوری نشان داد، در اثر کوپلینگ مودهای جانبی و عمودی چرخ، حتی در صورت حذف شیب منفی و ثابت بودن ضریب چسبندگی، امکان وقوع جیج چرخ وجود دارد [۱۱، ۱۲]. تمامی مدل‌های ارائه شده توسط تست‌های آزمایشگاهی با دستگاه‌های شبیه‌ساز یا به‌وسیله اندازه‌گیری‌های میدانی تأیید شده‌اند. تامسون و همکاران در یک مطالعه جامع تمامی مدل‌ها و روش‌های ارائه شده در سال‌های اخیر را جمع‌بندی و ارائه کرده‌اند [۱۳]. در تمامی این مدل‌ها وقوع جیج چرخ در فرکانس‌های طبیعی متناظر با مودهای محوری مورد تأیید است. روش‌های مختلفی برای حذف یا کاهش نوفه جیج چرخ ارائه شده است. با توجه به نتایج به‌دست آمده در مدل‌های تئوری، افزایش میرایی چرخ، می‌تواند از وقوع جیج چرخ جلوگیری

کند [۱]. در همین راستا روش‌های مختلفی برای افزایش میرایی چرخ مورد بررسی قرار گرفته است، که از آن جمله می‌توان به قراردادن یک رینگ تحت فشار در شیاری روی چرخ [۱۴] نصب لایه‌های میراکننده [۱۵] و مواد کامپوزیتی [۱۶] روی چرخ اشاره کرد. این روش‌ها میرایی مورد نیاز را ایجاد نکرده، یا عملکرد آنها با عدم قطعیت زیاد همراه بوده است. همچنین مرجانی و یونسین [۱۷، ۱۸] امکان افزایش میرایی چرخ به‌وسیله چسباندن پیزوالکتریک‌های متصل به مدار شانت را مورد بررسی قرار داده‌اند. ارتعاشات خمشی چرخ توسط پیزوالکتریک به جریان الکتریکی تبدیل می‌شود و انرژی الکتریکی توسط مدار شانت تلف می‌شود. نتایج ارائه شده ایجاد میرایی مناسب فقط در فرکانس‌های بالا را نشان می‌دهد. زیرا در هر سیکل مقدار مشخصی انرژی تلف می‌شود و در ارتعاشات فرکانس بالا، تعداد سیکل‌های ایجاد جریان الکتریکی افزایش می‌یابد. همان‌طور که ذکر شد ارتعاشات چرخ ناشی از نیروهای ناپایدار تماس به‌عنوان عامل اصلی وقوع جیج چرخ عنوان شده است. در نتیجه تعدادی از محققین، روش‌های مختلفی را برای اصلاح نیروهای تماس در قوس‌ها به‌عنوان راه‌حلی برای کاهش یا حذف این نوفه مورد بررسی قرار داده‌اند. از آن جمله می‌توان به بررسی میدانی و آزمایشگاهی استفاده از بهبوددهنده‌های اصطکاک و روانکاری در تحقیقات مختلف [۱۹-۲۳] اشاره کرد. نتایج ارائه شده عدم قطعیت در اثرگذاری روش‌های پیشنهادی را نشان می‌دهد. از سوی دیگر این روش‌ها هزینه‌های مربوط به دوره بهره‌برداری را با توجه به نیاز به رسیدگی مداوم افزایش می‌دهند. همچنین مرجانی و یونسین [۲۴] استفاده از کنترل دیترینگ، اعمال نیروی با دامنه کم و فرکانس بالا بر روی چرخ یا ریل را مورد بررسی قرار داده‌اند. هدف این روش نیز تغییر نیروهای تماس، برای جلوگیری از بروز پدیده چسبیدن-لغزیدن در ناحیه تماس و جلوگیری از وقوع جیج چرخ است. نتایج عملکرد مناسبی در حذف جیج چرخ در

فرکانس‌های پایین نشان می‌دهد اما در فرکانس‌های بالا باعث افزایش تراز فشار صوت جیغ چرخ شده است.

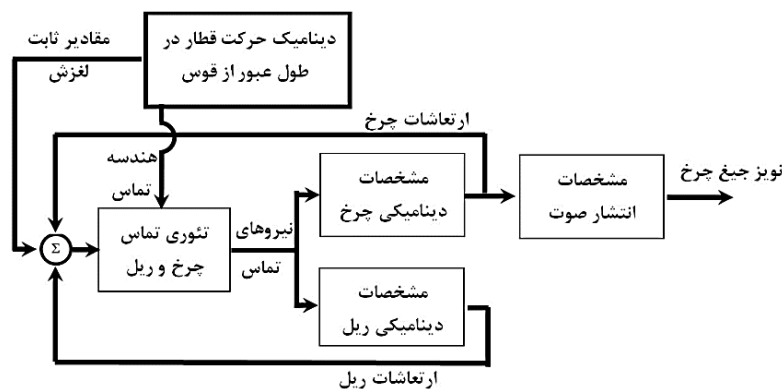
در این مقاله راهکاری برای کاهش جیغ چرخ در تمامی فرکانس‌ها ارائه شده است. بدین منظور از کنترل دیتترینگ اعمالی به ریل برای جلوگیری از وقوع جیغ چرخ استفاده شده است. همچنین با چسباندن وصله پیزوالکتریک متصل به مدار شانت روی چرخ به صورت هم‌زمان از تشدید ارتعاشات در فرکانس‌های بالا جلوگیری شده است. برای بررسی کارایی روش پیشنهادی از یک مدل جامع و تأیید شده در حوزه زمان شامل دینامیک خط ریلی و چرخ محور و مدل غیرخطی نیروهای تماس استفاده شده است. ارتعاشات چرخ و تراز فشار صوت ایجاد شده برای ارزیابی اثربخشی روش پیشنهادی محاسبه شده‌اند.

ساختار مقاله شامل این موارد می‌شود. در بخش دوم اجزای مختلف مدل جیغ چرخ توضیح داده شده است. در بخش سوم نحوه مدل‌سازی کنترل دیتترینگ ریل شرح داده شده و در ادامه در قسمت چهارم مدل‌سازی میرایی ناشی از چسباندن وصله پیزوالکتریک متصل به مدار شانت به چرخ توصیف شده است. در بخش پنجم مشخصات مدلی که مورد ارزیابی قرار گرفته معرفی شده است. در بخش ششم نتایج بررسی ارائه و تحلیل شده‌اند. در بخش هفتم و انتهایی جمع‌بندی بیان شده است.

۲. مدل‌سازی جیغ چرخ قطار

در این مقاله، مدلی در حوزه زمان، ارائه شده در مطالعات قبلی [۲۴]، استفاده شده است. برای تأیید مدل، نوبه کنار خط هنگام عبور قطار از قوس در مسیر راه‌آهن شمال اندازه‌گیری شده و با نتایج مدل‌سازی با مشخصات مشابه مقایسه شده است. شرح کامل مراحل اندازه‌گیری میدانی و تأیید مدل در مرجع [۲۴] ارائه شده است. این مدل شامل دینامیک چرخ محور و خط راه‌آهن و نیروهای غیرخطی تماس است. علاوه بر این نیروهای تماس در حالت حرکت یکنواخت در قوس بوسیله شبیه‌سازی دینامیکی حرکت قطار محاسبه و در مدل مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین براساس پاسخ زمانی چرخ به وسیله انتگرال ریلی ارائه شده توسط یونسیان و شاکری [۲۹] تراز فشار صوت محاسبه شده است.

اجزای مختلف مدل و ارتباط بین آنها در شکل ۱ نمایش داده شده است. در بخش‌های بعدی توضیحات تکمیلی در خصوص هر جزء ارائه شده است. در حلقه مدل جیغ چرخ قطار، در هر مرحله نیروهای افقی و عمودی در ناحیه تماس محاسبه می‌شود، و براساس آن پاسخ چرخ و ریل به دست آمده و براساس آن مجدد نیروهای تماس محاسبه می‌شوند. با تکرار این حلقه و انتگرال‌گیری مرحله به مرحله شبیه‌سازی کامل می‌شود. در انتها تراز فشار صوت جیغ چرخ قطار در نقطه دلخواه، براساس تاریخچه زمانی پاسخ چرخ به دست می‌آید.



شکل ۱. مدل‌گذرای جیغ چرخ قطار

۱-۲. معادلات حرکت چرخ محور

مدل‌سازی توسط نرم‌افزار اجزای محدود برای محاسبه اطلاعات مودال چرخ شامل فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها مورد استفاده قرار گرفته است. سپس نتایج به‌وسیله انجام آزمایش مودال تجربی یک چرخ محور و مطابقت فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده تأیید شده‌اند. این اطلاعات برای مدل‌سازی دینامیک چرخ محور به‌کار رفته‌اند. معادلات حرکت چرخ محور در فضای حالت به‌صورت زیر است [۲۵].

$$\dot{y}^w = [A^w] \bar{y}^w + [B^w] \bar{f}^w \quad (۱)$$

$$\bar{v}^w = [C^w] \bar{y}^w \quad (۲)$$

در رابطه بالا \bar{y}^w یک متغیر برداری مرتبه دو در فضای حالت است که شامل سرعت مودال \dot{q}_r و جابجایی مودال \bar{q}_r برای هر مود r (1 - n) است و به‌صورت زیر می‌توان آن را نمایش داد،

$$\bar{y}^w = \{\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n, q_1, q_2, \dots, q_n\}^T = \dots \{y_1^w, y_2^w, \dots, y_{2n}^w\}^T \quad (۳)$$

همچنین $\bar{f}^w = \{f_2^w, f_3^w\}$ نیروهای ورودی و $\bar{v}^w = \{v_2^w, v_3^w\}$ سرعت خروجی در دو جهت جانبی و عمود بر ناحیه تماس هستند. ماتریس دینامیک سیستم $[A^w]$ ، ماتریس ورودی $[B^w]$ و ماتریس خروجی $[C^w]$ براساس روش ارائه شده در مرجع [۲۵] به‌دست آمده‌اند.

۲-۲. معادلات حرکت خط راه‌آهن

محاسبه دقیق نیروهای تماس به‌خصوص در فرکانس‌های بالا نیازمند مدل‌سازی دینامیک خط در راستای عمودی و عرضی است. در این راستا دینامیک عمودی خط مطابق روش پیشنهادی گراسی و همکاران [۲۶] مدل‌سازی شده است، که در آن ریل به‌صورت یک تیر تیموشنکو بی‌نهایت، تراورس‌ها به‌صورت جرم متمرکز (M_s) و پد زیر تراورس^۶

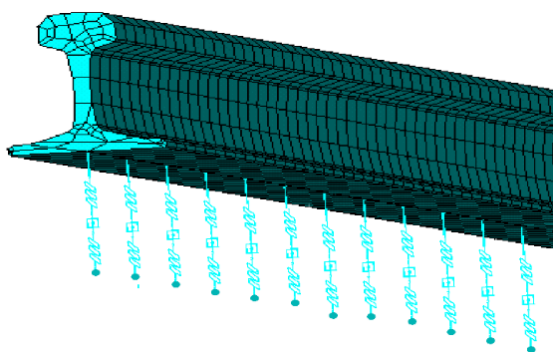
$(K_p$ و $C_p)$ و بالاست^۷ $(K_b$ و $C_b)$ با مجموعه فنر و میراکننده خطی مدل شده‌اند.

برای مدل‌سازی دینامیک عرضی خط از روش ارائه شده در مرجع [۲۷] استفاده شده است. در این مدل برای افزایش دقت در فرکانس‌های بالا تغییر شکل مقطع ریل نیز در نظر گرفته شده است. بنابراین ریل به‌صورت سه تیر متصل به یکدیگر شامل دو تیر تیموشنکو بی‌نهایت برای تاج ریل و پایه ریل و یک تیر دیگر متصل به این دو برای مدل‌سازی جان ریل به‌کار گرفته شده است. همچنین مقاومت ریل در برابر پیچش توسط یک فنر پیچشی $(K_{pr}$ و $C_{pr})$ شبیه‌سازی می‌شود. علاوه بر این، مدل‌سازی تراورس، پد زیر تراورس و بالاست مشابه مدل دینامیک عمودی خط است.

پاسخ فرکانسی خط در دو جهت عمودی و عرضی توسط نرم‌افزار اجزای محدود محاسبه شده است. مشابه مدل‌سازی چرخ محور این نتایج برای محاسبه پاسخ دینامیکی خط در دو راستای عمودی و افقی استفاده شده است. معادلات حالت خط در فضای حالت به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\dot{y}_{2,3}^r = [A_{2,3}^r] \bar{y}_{2,3}^r + [B_{2,3}^r] \bar{f}_{2,3}^r \quad (۴)$$

$$\bar{v}_{2,3}^r = [C_{2,3}^r] \bar{y}_{2,3}^r \quad (۵)$$



شکل ۲. مدل‌سازی خط در راستای عمودی [۲۶].

$$F_3 = N + k_h \Delta w_3 \quad (6)$$

$$\Delta w_3 = (w_3^w - w_3^r) \quad (7)$$

که در رابطه فوق K_H سختی فنر تماس هرترز، N نیرو عمودی استاتیکی وارد بر ناحیه تماس، w_3^w و w_3^r به ترتیب جابه‌جایی عمودی چرخ و ریل در نقطه تماس است. نیروهای عرضی در ناحیه تماس به‌وسیله رابطه زیر محاسبه می‌شود [۲]،

$$F_2 = \mu_2 (\gamma_2) F_3 \quad (8)$$

که در رابطه فوق γ_2 لغزش جانبی و μ_2 ضریب چسبندگی جانبی که با رابطه ورمیلون-جانسون^۱ [۲۴] محاسبه می‌شود.

۲-۴. روش محاسبه نوفه

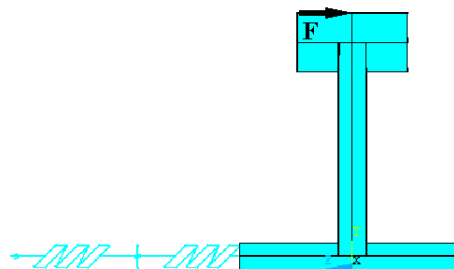
محاسبه نوفه ایجاد شده در یک نقطه مشخص ناشی از ارتعاشات چرخ براساس انتگرال رایلی [۲۹] محاسبه می‌شود. سطح چرخ به بخش‌های تقسیم‌بندی می‌شود و پاسخ زمانی نقطه میانی این بخش محاسبه می‌شوند. با جای‌گذاری پاسخ به‌دست آمده و جای‌گذاری آنها در رابطه زیر می‌توان اندازه نوفه در نقطه و زمان مشخص را به‌دست آورد.

$$p(R, \varphi, \phi, t) = \frac{\rho_0}{2\pi} \int_{A_{wheel}} \frac{1}{R} \ddot{w}_2^w(r, \theta, t - \frac{R}{c_0}) dA \quad (9)$$

در رابطه فوق c_0 و ρ_0 سرعت انتشار صوت در هوا و چگالی هوا است. همچنین R فاصله نقطه مورد نظر تا سطح خارجی چرخ و \ddot{w}_2^w شتاب جانبی چرخ است. انتگرال‌گیری بر روی کل سطح بیرونی چرخ (A_{wheel}) انجام می‌شود.

۳. روش کنترل دیترینگ

کنترل دیترینگ اعمال نیرو نوسانی با دامنه پایین و فرکانس بسیار بالا به یکی از دو جسم در تماس برای جلوگیری از پدیده چسبیدن - لغزیدن است. نتایج مطالعات اثرگذاری این روش در ناحیه تماس و حذف شیب منفی نمودار ضریب چسبندگی - لغزش را تأیید می‌کند [۳۰]. در نتیجه حذف این شیب، از بروز ارتعاشات خود تحریک‌شونده در چرخ جلوگیری

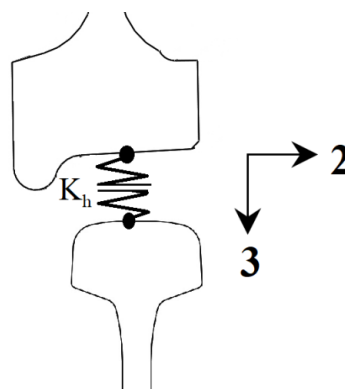


شکل ۳. مدل‌سازی خط در راستای افقی [۲۷]

در رابطه بالا مشابه معادلات حرکت چرخ، \bar{v}_r یک متغیر برداری مرتبه دو در فضای حالت برای خط ریلی است. همچنین \bar{f}^r نیروهای تماس وارده به ریل و \bar{v}^r سرعت خروجی هستند. ماتریس دینامیک سیستم $[A]$ ، ماتریس ورودی $[B]$ و ماتریس خروجی $[C]$ مربوط خط ریلی براساس روش ارائه شده در مرجع [۲۵] به‌دست آمده‌اند. همان‌طور که در شکل ۴ نمایش داده شده، زیرنویس ۲ مربوط به جابه‌جایی عرضی و زیرنویس ۳ مربوط به جابه‌جایی عمودی است.

۲-۳. نیروهای تماس

چرخ، ریل و محورهای مختصات ۲ و ۳ در شکل ۴ نمایش داده شده است. در شکل جهت ۳ عمود بر ناحیه تماس و جهت دو جهت عرضی است. نیروهای عمودی در ناحیه تماس F_3 ، از رابطه زیر به‌دست می‌آید [۲]،



شکل ۴. دستگاه مختصات در ناحیه تماس

پس از اضافه کردن نیروی عملگر به معادله دینامیک جانبی خط، رابطه ۴ به صورت زیر در خواهد آمد،

$$\dot{y}_2^r = [A_2^r] \bar{y}_2^r + [B_2^r] (\bar{f}_2^r + F_p) \quad (13)$$

۴. پیزوالکتریک متصل به مدار شانت

در سال‌های اخیر کاربرد پیزوالکتریک‌های متصل به مدار شانت به عنوان میراگر در سازه‌های مختلف بسیار گسترش یافته است. در این نوع عملگرها کرنش مکانیکی سازه توسط مبدل پیزوالکتریک به جریان الکتریکی تبدیل می‌شود و با اتلاف این انرژی الکتریکی در مدارهای شانت به صورت گرما، افزایش میرایی سازه حاصل می‌شود. برای اینکه حداکثر میزان میرایی به دست آید، می‌بایست محل اتصال عملگرهای پیزوالکتریک به سازه و مشخصات مدار شانت با دقت تعیین شوند.

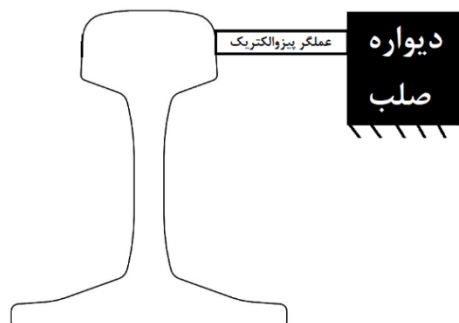
همان‌گونه که در مقدمه ذکر شد، در تمامی مطالعات در خصوص جیغ چرخ قطار وقوع آن در فرکانس‌های طبیعی متناظر با مودهای محوری مورد تأیید است. دلیل این امر میرایی کمتر در این مودها عنوان شده است. مطابق نتایج به دست آمده در مطالعه قبلی [۲۴] اعمال دیترینگ چرخ از وقوع جیغ چرخ در مودهای محوری $(0, 0)$ ، $(0, 1)$ و $(0, 2)$ جلوگیری می‌کند، اما بر مودهای با فرکانس بالاتر اثری نداشته و حتی موجب تشدید در این فرکانس‌های می‌شود. لذا برای اینکه بتوان جیغ چرخ را در بازه فرکانسی وسیع‌تری کنترل کرد، افزایش میرایی در مودهای محوری چرخ محور به خصوص مودهای $(0, 3)$ و $(0, 4)$ مدنظر قرار گرفته است. در شکل ۶ شکل مودهای $(0, 3)$ و $(0, 4)$ و خط‌های گره نمایش داده شده است. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود بیشترین تغییر شکل و میزان کرنش در شعاع بیرونی چرخ نزدیک محل تماس رخ می‌دهد. در نتیجه در شعاع‌های بیرونی در سطح داخلی و خارجی چرخ عملگرهای پیزوالکتریک به چرخ چسبانده شده است که به صورت

می‌شود [۲]. در این مطالعه سیگنال دیترینگ به صورت موازی با ناحیه تماس چرخ و ریل اعمال می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۵ نمایش داده شده است، عملگر پیزوالکتریک بین یک سازه صلب و سطح جانبی تاج ریل قرار گرفته است. در این نوع عملگر تغییر شکل و نیرو هم‌راستا هستند. رابطه نیروی اعمال شده به ریل (F_p) و ولتاژ اعمالی به پیزوالکتریک $V_{actuator}$ به وسیله رابطه زیر به دست می‌آید،

$$F_p = K_A (\Delta L - n_p d_{33} V_{actuator}) \quad (10)$$

که در این رابطه، n_p تعداد پیزوالکتریک، ΔL تغییر طول عملگر و d_{33} ضریب کرنش پیزوالکتریک است. همچنین K_A ثابت سختی عملگر پیزوالکتریک بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$K_A = \frac{A_p E_p}{L_p} \quad (11)$$

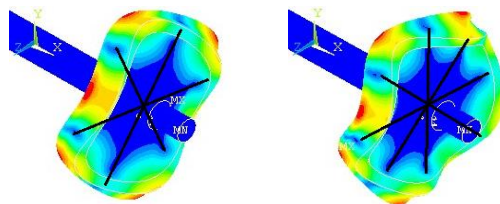


شکل ۵. نحوه نصب عملگر پیزوالکتریک روی ریل

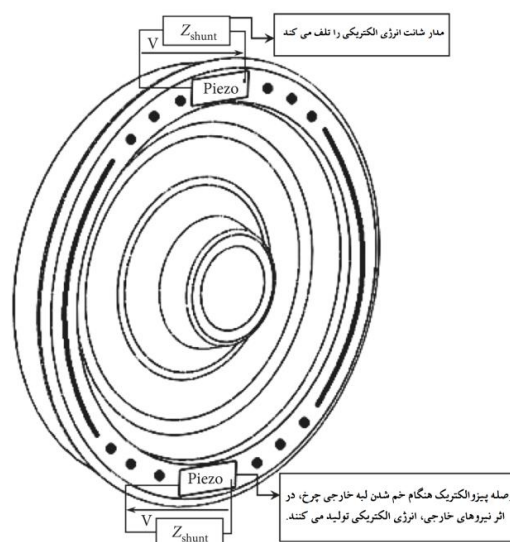
که A_p ، L_p و E_p به ترتیب سطح مقطع، طول و مدول یانگ پیزوالکتریک هستند. همان‌طور که در شکل ۵ نمایش داده شده است یک طرف عملگر به صورت کامل ثابت شده و حرکتی ندارد، در نتیجه میزان تغییر طول عملگر پیزوالکتریک برابر با جابه‌جایی جانبی ریل خواهد بود و رابطه به صورت زیر بازنویسی می‌شود،

$$F_p = K_A (y_2^r - n_p d_{33} V_{actuator}) \quad (12)$$

شماتیک در شکل ۷ نمایش داده شده است. همچنین در هر سمت تعداد پیزوالکتریک‌ها باید فرد باشد تا از قرارگیری هم‌زمان روی گره‌ها قطری جلوگیری شود.



شکل ۶. مدهای محوری چرخ
مود (۰، ۳)، ۹۷۲ هرتز مود (۰، ۴)، ۱۷۵۲ هرتز



شکل ۷. محل‌های نصب و وصله‌های پیزوالکتریک [۱۸]

مدار شانت رزونانسی شامل یک مقاومت و یک سلف مورد استفاده قرار گرفته است. در این نوع مدار امکان طراحی مدار برای رسیدن به حداکثر میرایی در فرکانس دلخواه وجود دارد. بدین منظور مقادیر بهینه مقاومت و سلف به‌عنوان متغیرهای مجهول براساس روش پیشنهادی در مرجع [۳۱] محاسبه شده‌اند. در این روش ابتدا باید ضریب کوپلینگ کلی K_{ij} به‌وسیله رابطه زیر در فرکانس مورد نظر محاسبه شود،

$$K_{ij}^2 = \frac{(\omega_n^D)^2 - (\omega_n^E)^2}{(\omega_n^E)^2} \quad (14)$$

که در رابطه فوق ω_n^D فرکانس طبیعی برای حالتی است که مدار شانت باز بوده و به‌صورت مداری با مقاومت بسیار بالا

($R = \infty$) مدل شده است. همچنین ω_n^E فرکانس طبیعی برای حالتی است که مدار شانت کوتاه بوده و به‌صورت مداری با مقاومت صفر ($R = 0$) مدل شده است. برای محاسبه این فرکانس‌ها چرخ محور با پیزوالکتریک متصل به مدار شانت متصل به آن در نرم‌افزار اجزای محدود به مدل ترکیبی مکانیکی-الکتریکی مدل‌سازی شده است و فرکانس‌های طبیعی برای دو حالت فوق با آنالیز مودال به‌دست آمده است. پس از محاسبه K_{ij} ، متغیرهای تنظیم‌کننده بهینه δ^{opt} و متغیر میرایی r^{opt} از روابط زیر محاسبه شده است.

$$\delta^{opt} = \sqrt{1 + K_{ij}^2} \quad (15)$$

$$r^{opt} = \frac{\sqrt{2}K_{ij}}{(1 + K_{ij}^2)} \quad (16)$$

حال می‌توان براساس دو مقدار فوق، مقادیر بهینه برای مقاومت و سلف را به‌صورت زیر به‌دست آورد.

$$R^{opt} = \frac{r^{opt}}{C_{pi}^S \cdot \omega_n^E} \quad (17)$$

$$L^{opt} = \frac{C_{pi}^S}{(\delta^{opt} \cdot \omega_n)^2} \quad (18)$$

در رابطه فوق C_{pi}^S نمایش ظرفیت ذاتی خازنی پیزوالکتریک در حالت مدار کوتاه است. در هر سمت چرخ ۱۵ عدد عملگر پیزوالکتریک متصل شده است و همان‌طور که در شکل ۷ نمایش داده شده است، هر پیزوالکتریک به یک مدار شانت مختص خود متصل است. همان‌گونه که ذکر شد، هدف طراحی مدارهای شانت دستیابی به حداکثر میرایی در مدهای (۰، ۳) و (۰، ۴) است. بدین منظور پیزوالکتریک‌ها به دو دسته تقسیم شده‌اند. مدارهای شانت یک گروه برای ایجاد میرایی حداکثر در مود (۰، ۳) و گروه دیگر در مود (۰، ۴) طراحی شده‌اند. از آنجایی که با افزایش فرکانس عملکرد مدارهای شانت بهبود پیدا می‌کند، در هر سمت چرخ از ۱۵ عملگر پیزوالکتریک چسبانده شده، که مدار شانت ۹ عدد روی مود (۰، ۳) و بقیه روی مود (۰، ۴) تنظیم شده‌اند.

۵. مطالعه موردی

برای بررسی عملکرد روش‌های پیشنهادی از مدل ارائه شده و مورد تأیید توسط اندازه‌گیری میدانی استفاده شده است و تمامی مراحل مدل‌سازی و اندازه‌گیری میدانی و نتایج به صورت مشروح ارائه شده است [۲۴]. در این بخش به صورت خلاصه مشخصات مدل معرفی شده و سپس به بررسی نتایج پرداخته شده است. مدل‌سازی شامل یک قطار

باری در حال حرکت ثابت ۴۵ کیلومتر بر ساعت روی یک قوس با مشخصات جدول ۱ است در جدول ۲ نتایج حاصل از شبیه‌سازی حرکت یکنواخت قطار در نرم‌افزار تحلیل دینامیک حرکت قطار نمایش داده شده است. همچنین مشخصات مربوط چرخ در جدول ۳، مشخصات خط شامل ریل UIC60 در جدول ۴ و مسیر ریلی شامل ریل روی تراورس بتنی و پد زیر ریل مستقر روی بالاست در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۲. نتایج شبیه‌سازی دینامیک حرکت قطار [۲۴]

متغیر	نماینه	واحد	مقدار
نیروی عمودی	N	KN	۶۷/۸
لغزش جانبی استاتیکی	γ_2	-	۱۱/۱×۳-۱۰

جدول ۱. مشخصات قوس [۲۴]

متغیر	بار محوری (تن)	دور (mm)	طول (m)	شعاع (m)
اندازه	۲۰	۱۳۶	۸۰۰	۲۲۰

جدول ۴. مشخصات ریل UIC60 [۲۴]

متغیر	نماینه	واحد	مقدار
مدول الاستیسیته	E	GPa	۲۱۰
چگالی	ρ	Kg/m ³	۷۸۵۰
نسبت پواسون	ν	---	۰/۳

جدول ۳. مشخصات چرخ [۲۴]

متغیر	نماینه	واحد	مقدار
مدول الاستیسیته	E	GPa	۲۰۰
چگالی	ρ	Kg/m ³	۷۸۵۰
نسبت پواسون	ν	---	۰/۳

جدول ۵. مشخصات مدل‌سازی روسازی خط [۲۴]

متغیر	K_p	C_p	K_{pr}	C_{pr}	M_s	K_b	C_b
واحد	(MN/m)	(KN. s/m)	(KN.m)	(N.m.s)	(Kg)	(MN/m)	(KN. s/m)
دینامیک جانبی خط	۵۰	۱۲/۵	۶۵۴	۱۶۳/۵	۱۶۲	۸۰	۴۸
دینامیک عمودی خط	۳۵۰	۸۷/۵	-----	-----	۱۶۲	۵۰	۵۰

جدول ۶. مشخصات عملگر پیزوالکتریک چند لایه میله‌ای [۳۲]

متغیر	بازه مجاز تغییرات ولتاژ	حداکثر تغییر طول مجاز	قطر	طول	چگالی	ثابت پیزوالکتریک (d_{33})	مدول نرمی (S_{33})	سختی طولی
واحد	V	mm	mm	mm	Kg/m ³	m/V	m ² /N	kN/m
مقدار	۱۰۰ - ۰	۳	۲۵	۲۴۴	۷۸۰۰	۵۰۰×۱۰^{-۱۲}	۱۹×۱۰^{-۱۲}	۵۴۰۰۰

استفاده قرار گرفته که مشخصات و ابعاد آنها در جدول ۶ تا ۸ ذکر شده‌اند.

برای مدل‌سازی وصله پیزوالکتریک متصل به مدار شانت و کنترل‌کننده دیترینگ دو نوع عملگر پیزوالکتریک مورد

جدول ۷. مشخصات وصله پیزوالکتریک [۳۲]

متغیر	نمایه	واحد	مقدار
گذردهی نسبی	\mathcal{E}_{33}^T	---	۱۷۰۰
ثابت پیزوالکتریک	d_{31}	10e-12 m/N	۱۹۰
ماتریس نرمی	S_{33}^E	10e-12 m ² /N	۱۸/۸
	S_{11}^E	10e-12 m ² /N	۱۶/۴
	S_{12}^E	10e-12 m ² /N	-۵/۷۴
	S_{13}^E	10e-12 m ² /N	-۷/۲۲
	S_{44}^E	10e-12 m ² /N	۴۷/۵
	S_{55}^E	10e-12 m ² /N	۴۴/۳
	S_{66}^E	10e-12 m ² /N	۴۴/۳

۹۷۲ هرتز و (۴، ۰) با فرکانس طبیعی ۱۷۵۲ هرتز ایجاد کند. بدین ترتیب با آنالیز مودال چرخ محور پس از چسباندن پیزوالکتریک و استفاده از روابط بخش ۴ مقدار بهینه اولیه محاسبه شده‌اند. سپس با انجام شبیه‌سازی متعدد، مشخصات مدار شانت برای دستیابی به حداکثر میرایی به دست آمد که در جدول ۹ ارائه شده است.

همچنین شبیه‌سازی متعدد برای تعیین مقادیر بهینه ولتاژ و فرکانس اعمالی به پیزوالکتریک چند لایه میله‌ای برای کنترل دیترینگ انجام شد. با توجه به نتایج به دست آمده با اعمال ولتاژ ۱۰ ولت در فرکانس ۳۵۰ هرتز به عملکرد پیزوالکتریک بیشترین کاهش تراز فشار صوت حاصل می‌شود.

جدول ۸. ابعاد وصله پیزوالکتریک

متغیر	نمایه	واحد	مقدار
ضخامت	t_p	m	۰/۰۲
طول	L_p	m	۰/۱۶۳
عرض	w_{pf}	m	۰/۰۵۸
	w_{pb}	m	۰/۰۴

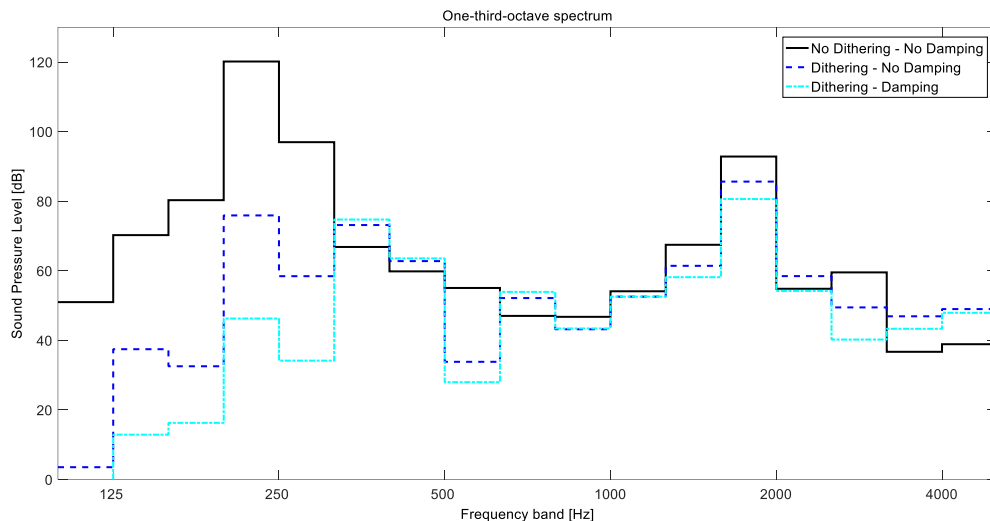
شکل ۸ مقادیر محاسبه شده تراز فشار صوت در باندهای فرکانسی ۱/۳ اکتاو در یک لحظه خاص در نقطه‌ای در فاصله ۲ متری از مرکز چرخ برای سه حالت بدون روش کنترلی، فقط کنترل دیترینگ و ترکیب کنترل دیترینگ و افزایش میرایی با وصله پیزوالکتریک متصل به مدار شانت نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، هر دو قله در فرکانس پایین و فرکانس بالا به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش پیدا کرده‌اند. حتی در فرکانس‌های پایین می‌توان حذف کامل نوفه جیج چرخ را مشاهده نمود. نوفه باقیمانده حاصل از حرکت چرخ روی ریل است. درحالتی که فقط از روش کنترل دیترینگ استفاده می‌شود کاهش تراز فشار صوت در فرکانس پایین حدود ۴۴ دسی‌بل و در فرکانس‌های بالا ۷ دسی‌بل است. اما با اضافه شدن میرایی چرخ میزان کاهش در فرکانس‌های پایین به ۷۴ دسی‌بل و در فرکانس‌های بالا به ۱۲ دسی‌بل می‌رسد. در نتیجه ترکیب این دو روش به خوبی توانسته باعث بهبود و حذف نوفه جیج چرخ شود.

جدول ۹. مشخصات بهینه مدار شانت

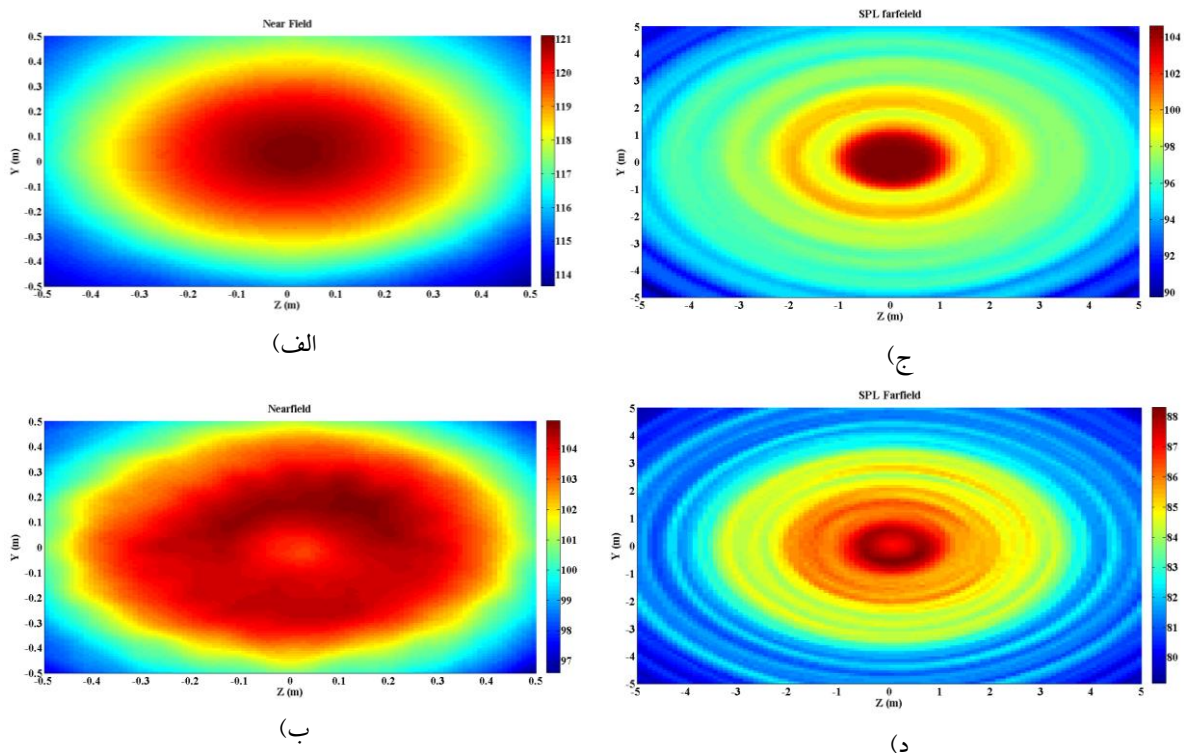
مد / متغیر	Frequency (Hz)	R_{opt} (Ω)	L_{opt} (H)	Damping
(۳، ۰)	۹۷۲	۷۰۰	۰/۸	۰/۰۰۹۴
(۴، ۰)	۱۷۵۲	۲۰۰	۰/۲۳	۰/۰۰۱۲

۶. نتایج و تحلیل

در این بخش نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی جیج چرخ و عملکرد روش پیشنهادی در کاهش نوفه جیج چرخ مورد تحلیل قرار گرفته است. ابتدا باید مشخصات بهینه مدار شانت برای دو گروه پیزوالکتریک مشخص شود تا هر کدام حداکثر میرایی را در مودهای محوری چرخ (۳، ۰) با فرکانس طبیعی



شکل ۸. مقایسه تراز فشار صوت در نقطه‌ای در فاصله دو متری از مرکز چرخ روش‌های کنترلی مختلف



شکل ۹. میانگین تراز فشار صوت (الف) در فاصله نزدیک بدون کنترل (ب) در فاصله نزدیک با کنترل (ج) در فاصله دور بدون کنترل (د) در فاصله دور با کنترل. (فاصله نزدیک : ۰/۱ متر و فاصله دور : ۵ متر)

همان‌گونه که مشاهده می‌شود در فاصله نزدیک مقدار حداکثر تراز فشار صوت ۱۷ دسی‌بل کاهش و در فاصله دور مقدار تراز فشار صوت حداکثر ۶ دسی‌بل کاهش پیدا کرده است. مقدار کاهش تراز فشار صوت در فاصله نزدیک و

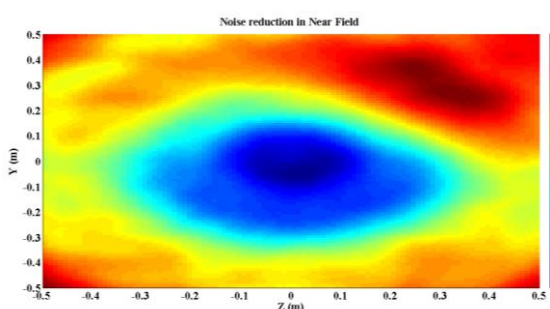
همچنین مقدار متوسط تراز فشار صوت در یک بازه زمانی مشخص در فاصله نزدیک به چرخ و در فاصله دور از چرخ برای دو حالت بدون کنترل و پس از اعمال روش‌های پیشنهادی محاسبه شده و در شکل ۹ نمایش داده شده است.

فاصله دور در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. با توجه به این تصویر کاهش بین ۸ تا ۱۴ دسی بل حاصل شده است. در شکل‌های ۱۱ و ۱۳ پاسخ زمانی سرعت جانبی چرخ و ریل در نقطه تماس نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود دامنه پاسخ زمانی هر دو سازه ریل و چرخ کاهش یافته و نوسانات از حالت تصادفی به حالت نوسانی نزدیک شده است که نشان از عدم ارتعاشات ناپایدار چرخ دارد. شکل ۱۲ پاسخ فرکانسی چرخ را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دیترینگ به خوبی ارتعاشات در فرکانس‌های متنظر با مودهای (۰، ۰)، (۰، ۱) ارتعاشات حذف کرده و فرکانس طبیعی مود (۰، ۲) کاهش پیدا کرده است.

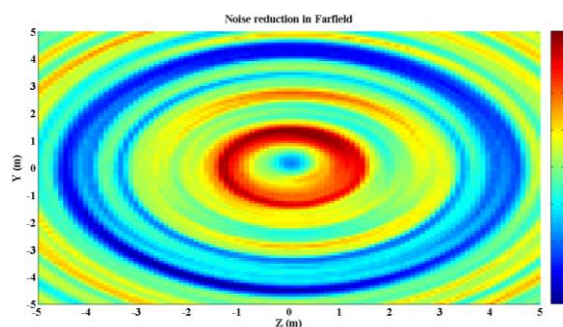
همچنین در مودهای (۰، ۳) و (۰، ۴) افزایش میرایی به خوبی توانسته در این فرکانس‌ها باعث حذف یا کاهش ارتعاشات بشود. میزان لغزش جانبی نیز در شکل ۱۴ ارائه شده است، که میزان کاهش لغزش جانبی قابل مشاهده است. همان‌گونه که ذکر شد، علت اصلی بروز جیغ چرخ شیب منفی نمودار چسبندگی- لغزش در محدوده لغزش‌های زیاد است. با کاهش لغزش جانبی از ورود به ناحیه شیب منفی جلوگیری شده و در نتیجه ارتعاشات خود تحریک شونده ایجاد نمی‌شود. جدول ۱۰ خلاصه نتایج و عملکرد روش پیشنهادی را ارائه می‌کند.

جدول ۱۰. میزان تأثیر روش کنترلی پیشنهادی بر متغیرهای مختلف

میانگین تراز فشار صوت در فاصله نزدیک (dB)	میانگین تراز فشار صوت در فاصله دور (dB)	حداکثر سرعت جانبی چرخ در نقطه تماس (m/s)	حداکثر سرعت جانبی ریل در نقطه تماس (m/s)	
۱۱۶	۹۸	۰/۲۴	۰/۲۲	مقدار اولیه
۱۰۱	۸۴	۰/۱۳	۰/۱۸	مقدار پس از اعمال روش کنترلی
۱۵	۱۴	۰/۱۱	۰/۰۴	میزان تغییر
۱۴٪	۱۴٪	۴۶٪	۱۸٪	درصد تغییر

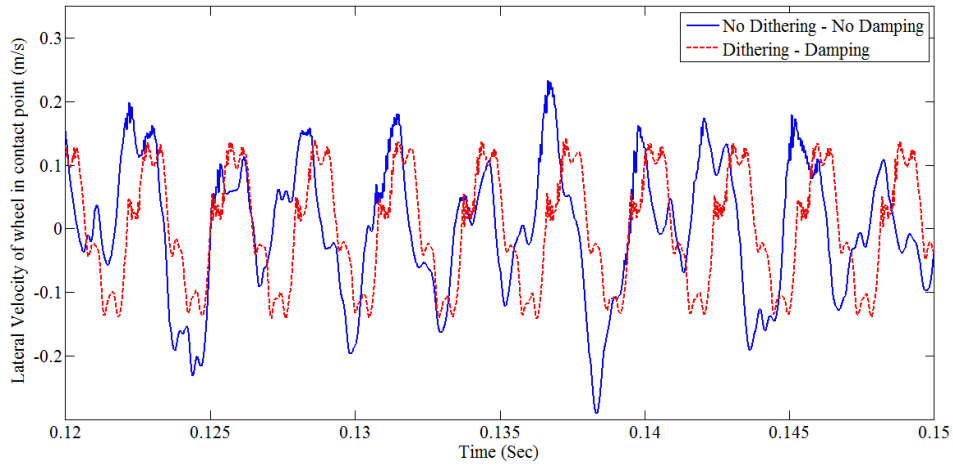


(الف)

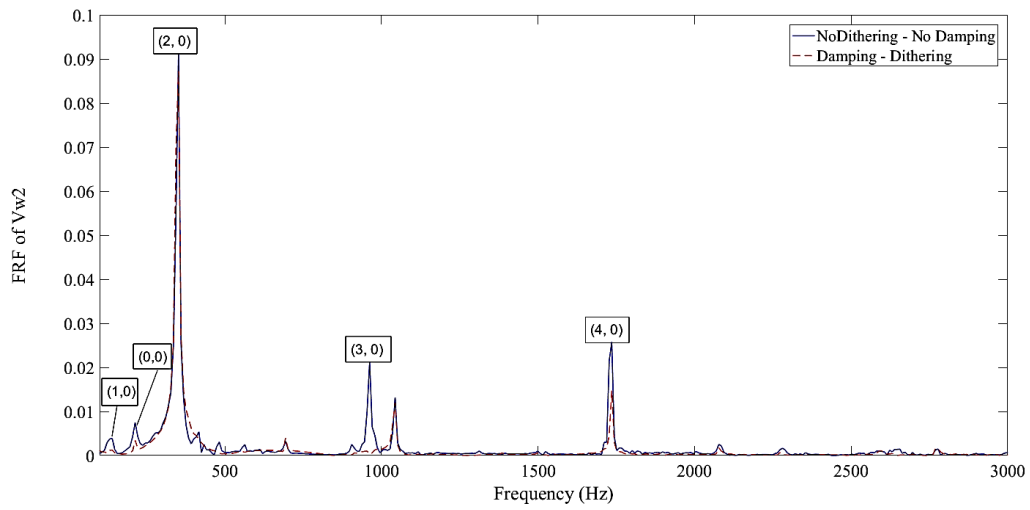


(ب)

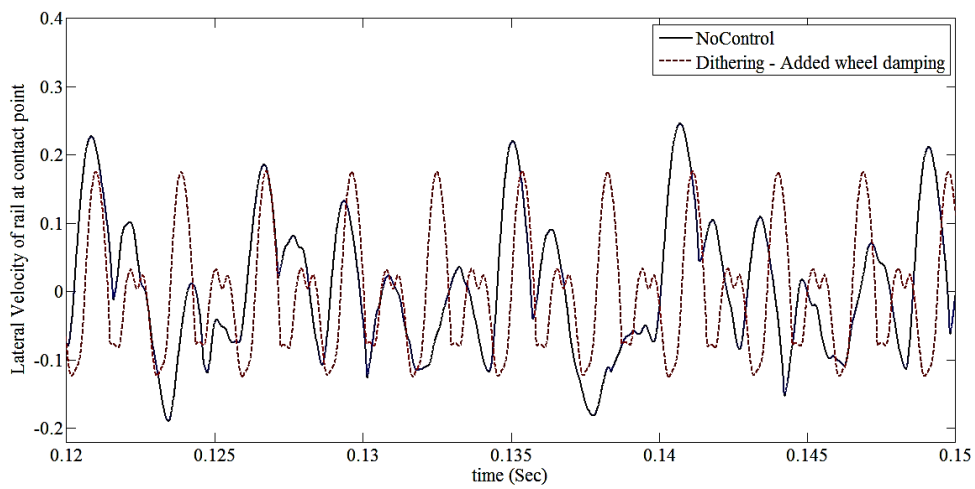
شکل ۱۰. مقدار کاهش میانگین تراز فشار صوت در الف) فاصله نزدیک ۰/۱ متر ب) فاصله دور ۵ متر



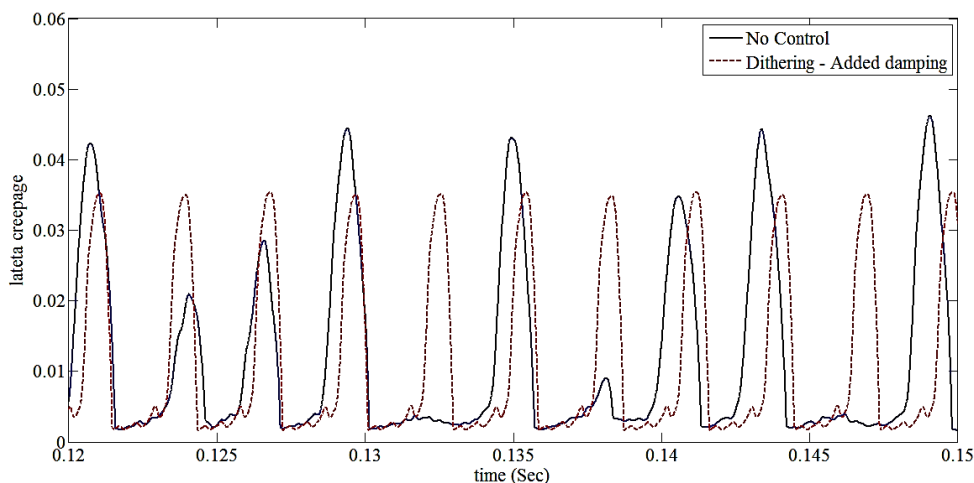
شکل ۱۱. تاریخچه زمانی سرعت جانبی چرخ در نقطه تماس



شکل ۱۲. پاسخ فرکانسی سرعت جانبی چرخ در نقطه تماس



شکل ۱۳. تاریخچه زمانی سرعت جانبی ریل در نقطه تماس



شکل ۱۴. تاریخچه زمانی لغزش جانبی

مودال به وسیله چسباندن پیزوالکتریک متصل به مدار شانت استفاده شد. برای رسیدن به حداکثر کارایی، پیزوالکتریک‌ها در لبه بیرونی چرخ که بیشترین تغییر شکل را در شکل موده‌های هدف شامل مود (۳، ۰) و مود (۴، ۰) دارد چسبانده شد. علاوه بر این پیزوالکتریک‌ها به دو دسته تقسیم شدند و مشخصات مدار شانت روزنانشی هر گروه، شامل یک مقاومت و سلف، به گونه‌ای تعیین شد تا حداکثر میرایی را در فرکانس مورد نظر داشته باشد. نتایج به دست آمده کارایی روش پیشنهادی را در تمامی فرکانس‌ها به خوبی نشان می‌دهد و میزان کاهش تراز فشار صوت ۸ تا ۱۵ دسی‌بلی در فاصله نزدیک و فاصله دور از چرخ قابل دستیابی است.

۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله با ترکیب دو روش کنترل دیتترینگ و افزایش میرایی مودال چرخ بوسیله چسباندن وصله پیزوالکتریک متصل به مدار شانت، راهکاری برای کاهش نوفه جیج چرخ در یک بازه فرکانسی وسیع ارائه و مورد بررسی قرار گرفت. برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی از یک مدل جامع و تأیید شده در حوزه زمان استفاده شد. کنترل دیتترینگ برای جلوگیری از بروز پدیده چسبیدن-لغزیدن در فرکانس‌های پایین، یک موج فرکانس ثابت با دامنه کم و فرکانس بالا به ریل اعمال می‌کند. نتایج به دست آمده، حذف جیج چرخ در فرکانس‌های پایین به وسیله این روش را نشان می‌دهد. همچنین برای جلوگیری از بروز جیج چرخ در فرکانس‌های بالا از افزایش میرایی چرخ

۷. مأخذ

- [1] Rudd, M. J., "Wheel/rail noise—Part II: Wheel squeal", *Journal of Sound and Vibration*, 1976, Vol.46, no.3, pp.381-394.
- [2] Thompson, D. J., and A. D. Monk-Steel, "A theoretical model for curve squeal", *Southampton, UK: University of Southampton, Institute of Sound and Vibration Research*, 2003.
- [3] Ding, Bo, Giacomo Squicciarini, and David Thompson, "Effect of rail dynamics on curve squeal under constant friction conditions", *Journal of Sound and Vibration*, 2019, Vol.442, 183-199.
- [4] Lai, Van-Vuong, Olivier Chiello, Jean-François Brunel, and Philippe Dufrenoy, "The critical effect of rail vertical phase response in railway curve squeal generation," *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, Vol.167, p.105281.
- [5] Fourie, Daniël J., P. J. Gräbe, Philippus Stephanus Heyns, and Robert Desmond Fröhling, "Frequency domain model for railway wheel squeal resulting from unsteady longitudinal creepage", *Journal of Sound and Vibration*, 2019, Vol.445, pp.228-246.

- [6] Collette, Christophe, "Importance of the wheel vertical dynamics in the squeal noise mechanism on a scaled test bench", *Shock and Vibration*, 2012, Vol.19, no.2, pp.141-149.
- [7] Heckl, Maria A., and I. D. Abrahams, "Curve squeal of train wheels, part 1: mathematical model for its generation", *Journal of Sound and Vibration*, 2000, Vol.229, no.3, pp.669-693.
- [8] Brunel, Jean-François, Philippe Dufrenoy, M. Naït, Jean-Luc Muñoz, and F. Demilly, "Transient models for curve squeal noise", *Journal of sound and vibration*, 2006, Vol.293, no.3-5, pp.758-765.
- [9] Huang, Z. Y., D. J. Thompson, and C. J. C. Jones, "Squeal prediction for a bogied vehicle in a curve", In *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2008, pp.313-319.
- [10] Glocker, Ch, E. Cataldi-Spinola, and R. I. Leine, "Curve squealing of trains: Measurement, modelling and simulation", *Journal of Sound and Vibration*, 2009, Vol.324, no.1-2, pp.365-386.
- [11] Ding, Bo, Giacomo Squicciarini, David Thompson, and Roberto Corradi, "An assessment of mode-coupling and falling-friction mechanisms in railway curve squeal through a simplified approach", *Journal of Sound and Vibration*, 2018, Vol.423, pp.126-140.
- [12] Meehan, Paul A., "Prediction of wheel squeal noise under mode coupling", *Journal of Sound and Vibration*, 2020, Vol.465, p.115025.
- [13] Thompson, David J., G. Squicciarini, B. Ding, and L. Baeza, "A state-of-the-art review of curve squeal noise: phenomena, mechanisms, modelling and mitigation", *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*, 2018, pp.3-41.
- [14] Brunel, Jean-François, Philippe Dufrenoy, Jacques Charley, and F. Demilly, "Analysis of the attenuation of railway squeal noise by preloaded rings inserted in wheels", *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2010, Vol.127, no.3, pp.1300-1306.
- [15] Merideno, Inaki, Javier Nieto, Nere Gil-Negrete, Aitor Landaberea, and Jon Iartza, "Constrained layer damper modelling and performance evaluation for eliminating squeal noise in trams", *Shock and Vibration*, 2014.
- [16] Yun, Yang-Soo, and Jae-Chul Kim, "Reducing Curve Squeal Noise Using Composite Materials Based on Experimental Investigation", *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2021, Vol.22, no.9, pp.1573-1582.
- [17] Marjani, Seyed Rahim, and Davood Younesian, "Suppression of train wheel squeal noise by shunted piezoelectric elements", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2017, Vol.17, no.02, pp.1750027.
- [18] Marjani, Seyed Rahim, and Davood Younesian, "Performance Analysis of Piezoelectric Actuators in Railway Wheel Squealing Noise Mitigation", *Shock and Vibration*, 2019.
- [19] Garg, Naveen, and Omkar Sharma, "Noise emissions of transit trains at curvature due to track lubrication", 2010.
- [20] Curley, D., D. C. Anderson, J. Jiang, and D. Hanson, "Field trials of gauge face lubrication and top-of-rail friction modification for curve noise mitigation", In *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*, 2015, Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 449-456.
- [21] Meehan, Paul A., and Xiaogang Liu, "Modelling and mitigation of wheel squeal noise under friction modifiers", *Journal of Sound and Vibration*, 2019, Vol.440, pp.147-160.
- [22] Meehan, Paul A., and Xiaogang Liu, "Wheel squeal noise control under water-based friction modifiers based on instantaneous rolling contact mechanics", *Wear*, 2019, Vol.440, pp.203052.
- [23] Kim, Jae Chul, Hee-Min Noh, and Yang Soo Yun, "Local coating of curved rails by using low friction material for squeal noise reduction", *Advances in Mechanical Engineering*, 2020, Vol.12, no.12, p.1687814020980650.
- [24] Marjani, Seyed Rahim, and Davood Younesian, "Application of dithering control for the railway wheel squealing noise mitigation", *Smart Structures and Systems, An International Journal*, 2019, Vol.23, no.4, pp.347-357.
- [25] Squicciarini, G., S. Usberti, D. J. Thompson, Roberto Corradi, and A. Barbera. "Curve squeal in the presence of two wheel/rail contact points." In *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*, 2015, Springer, Berlin, Heidelberg, pp.603-610.

- [26] Grassie, S. L., R. W. Gregory, D. Harrison, and K. L. Johnson, "The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation", *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1982, Vol.24, no.2, pp.77-90.
- [27] Wu, T. X., and D. J. Thompson, "Analysis of lateral vibration behavior of railway track at high frequencies using a continuously supported multiple beam model", *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1999, Vol.106, no.3, pp.1369-1376.
- [28] Younesian, Davood, Mohammad Hosein Aleghafourian, and Ebrahim Esmailzadeh, "Vibration analysis of circular annular plates subjected to peripheral rotating transverse loads", *Journal of Vibration and Control*, 2015, Vol.21, no.7, pp.1443-1455.
- [29] Shakeri, Rezar, and Davood Younesian, "Broad-band noise mitigation in vibrating annular plates by dynamic absorbers", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2016, Vol.16, no.06, p.1550014.
- [30] Teoh, Choe-Yung, and Zaidi MohdRipin, "Dither effect on drum brake squeal", *Journal of Vibration and Control*, 2017, Vol.23, no.7, pp.1057-1072.
- [31] Liang, J. R., and W. H. Liao, "Piezoelectric energy harvesting and dissipation on structural damping", *Journal of intelligent material systems and structures*, 2009, Vol.20, no.5, pp.515-527.
- [32] <http://www.mide.com/collections/piezoelectric-products> (Accessed Oct 1, 2016)

پی نوشت

1. Wheel Squeal
2. Dithering Control
3. Piezoelectric Stack
4. Shunted Piezoelectric patch
5. Sound Pressure Level (SPL)
6. Sleeper
7. Ballast
8. Vermeulen and Johnson