

بررسی اثر تغییر نیم موج‌های محیطی بر فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای در ارتعاشات زیر آب به صورت تجربی و عددی

محمد رضا نجفی	سعید محبوب مقدس*	سید محمد مرتضوی	محمود سالاری
دانشجوی دکتری	دانشیار	کارشناسی ارشد	استاد
دانشکده فنی و مهندسی	دانشکده فنی و مهندسی	دانشکده فنی و مهندسی	دانشکده فنی و مهندسی
دانشگاه جامع امام حسین (علیه السلام)	دانشگاه جامع امام حسین (علیه السلام)	دانشگاه جامع امام حسین (علیه السلام)	دانشگاه جامع امام حسین (علیه السلام)
Drmrnajafi@ihu.ac.ir	Smahjoubmoghadass@ihu.ac.ir	Mortazavi.smme@gmail.com	M.salari@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۸/۱۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۱۴

چکیده

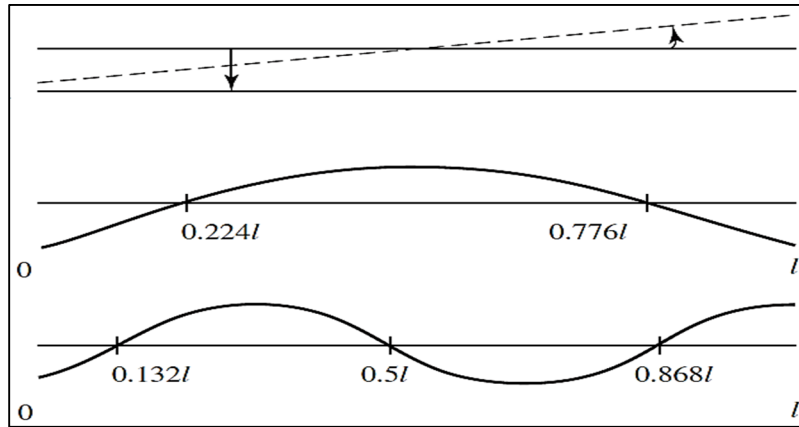
در پژوهش حاضر، اثر تغییر نیم موج‌های محیطی بر فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای به صورت تجربی و عددی بررسی شده است. سه پوسته استوانه‌ای با نسبت قطر به طول متفاوت مورد بررسی قرار گرفتند. حالت‌های مختلف تماس با آب هم با روش شبیه‌سازی عددی و هم آزمون‌های تجربی مورد مقایسه واقع شدند. اثرات عمق غوطه‌وری، نسبت قطر به طول، روند تغییرات فرکانس طبیعی در نیم موج‌های محیطی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. بررسی‌ها نشان داد که کاهش فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای برای نیم موج‌های محیطی مربوط به فرکانس کمینه، اندک و برای قبل و بعد این نیم موج محیطی، بیشتر است و در آغاز غوطه‌وری و در غوطه‌وری کامل، کاهش فرکانسی به صورت ناگهانی است. همچنین با کاهش نسبت قطر به طول پوسته، فرکانس‌های مربوط به نیم موج‌های محیطی پایین کاهش یافته و کمترین مقدار فرکانس طبیعی به سمت نیم موج‌های محیطی کمتر متمایل می‌شود. در نیم موج‌های محیطی پایین، فرکانس‌های طبیعی، اختلاف قابل توجهی دارند و با افزایش شماره n ، این اختلاف کاهش یافته و به یکدیگر هم‌گرا می‌شوند.

واژگان کلیدی: نیم موج‌های محیطی، تعامل سازه و سیال، ارتعاشات زیر آب، فرکانس طبیعی، شکل مود.

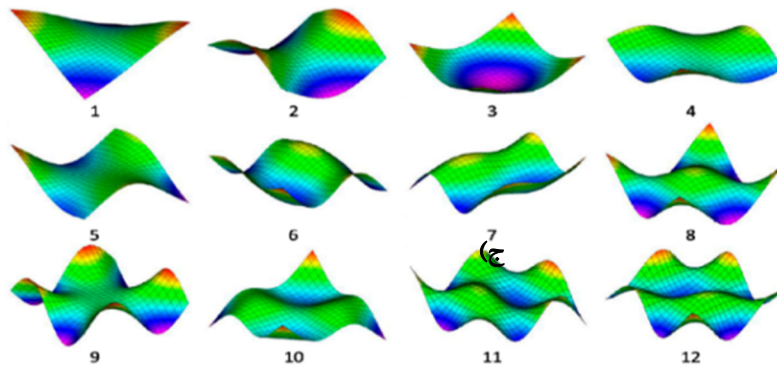
۱. مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای به دلیل عدم وجود تمرکز تنش در دیواره‌شان کاربردهای متنوع و فراوانی در سازه‌های مهندسی مانند هواپیماها، مخازن، زیردریایی‌ها و خطوط لوله دارند.

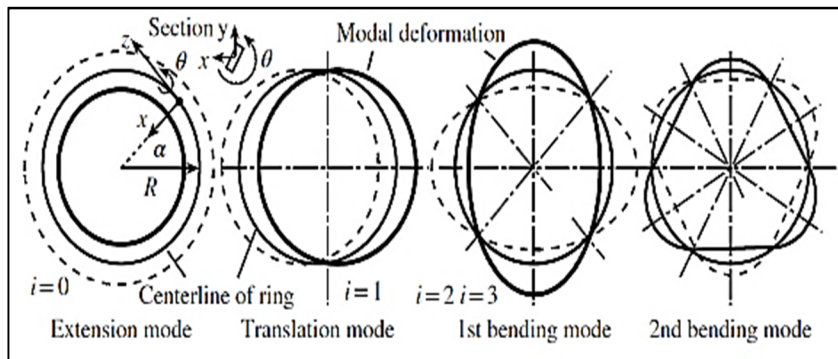
شکل مودهای پوسته‌های استوانه‌ای از دید جانی، مانند یک تیر (شکل ۱-الف) و از دیدگاه دیگر مانند یک صفحه خم شده هستند (شکل ۱-ب) و از دید افقی نیز سطح مقطع آنها مانند یک حلقه است (شکل ۱-ج).



(الف)



(ب)

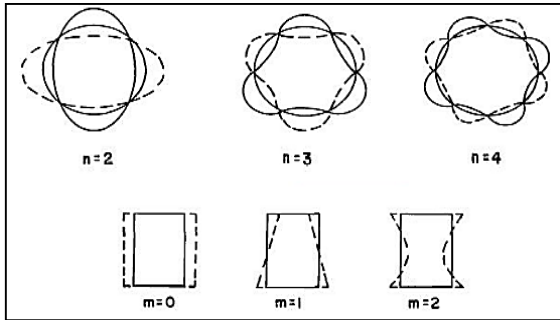


(ج)

شکل ۱. الف) مودهای تیر [۱]، ب) مودهای صفحه آزاد [۲]، ج) مودهای حلقه [۳]

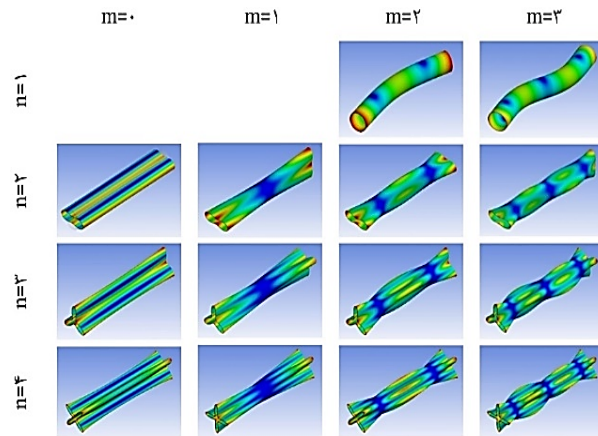
حالت $m=n=1$ نیز برابر صفر است [۵]. پیکربندی m و n برای مود خمشی پوسته استوانه در شکل ۲ قابل مشاهده است. در شکل ۳ حالت‌های مختلف m و n ، موج‌های محیطی و طولی پوسته استوانه‌ای نشان داده شده است [۶].

m و n به ترتیب تعداد نیم موج‌های طولی و تعداد نیم موج‌های محیطی پوسته استوانه‌ای هستند [۳]. حالت‌های پوسته‌ها به وسیله این دو پارامتر که به اصطلاح شاخص مودال نامیده می‌شوند، طبقه‌بندی می‌گردند [۴]. در تمام حالت‌های n و m ، به جز حالت $n=1$ ، محور مرکزی پوسته استوانه‌ای بدون تغییر شکل و ثابت بوده و فرکانس



شکل ۳. بیکربندی m و n برای پوسته استوانه‌ای [۶]

یک فرمول تحلیلی برای ارزیابی انحراف عمودی و مماسی سطح مقطع پوسته ارائه دادند [۱۹]. بوچکارف و همکاران، ارتعاشات طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای غیرمدور بارگذاری شده حاوی سیال ساکن را بررسی کرده و نشان دادند پوسته یکسر درگیر کمترین فرکانس را داشته و به شدت به کاهش ضخامت و افزایش بار اعمالی واکنش نشان می‌دهد [۲۰]. رحمانیان و همکاران در زمینه بررسی فرمولاسیون سریع و کارآمد برای مطالعه دینامیک و پاسخ ارتعاش آزاد و اجباری و پایداری پوسته‌های مخروطی و استوانه‌ای با جریان سیال داخلی پژوهش کردند [۲۱]. گئو و همکاران ارتعاش و تابع آکوستیک پوسته استوانه‌ای کوتاه مغروق در آب با عمق کوتاه و دارای سطح آزاد را مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که ارتعاش پوسته استوانه‌ای در آب کم عمق، شبیه آب با عمق نامحدود است [۲۲]. وانگ و همکاران به بررسی ارتعاش آزاد خمشی پوسته استوانه‌ای افقی مغروق در آب کم عمق با استفاده از روش انتشار موج پرداختند [۲۳]. گئو و همکاران اثر متقابل سازه صدا در یک پوسته استوانه‌ای مغروق در آب را بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهد که در نزدیکی پوسته به مرزها، تأثیر قابل توجهی روی فرکانس‌های طبیعی پوسته دارد [۲۴]. به دلیل تفاوت فرکانس‌های طبیعی قطعه در هوای آزاد با محیط‌های



شکل ۴. بیکربندی m و n برای پوسته استوانه‌ای

برای اولین بار لاو در اواخر قرن ۱۹ میلادی تئوری پایه پوسته‌ها را منتشر کرد و از اصل کار مجازی و اصل همپلتون برای نوشتن معادلات استفاده نمود [۷]. در این معادلات فرض شده که مواد اولیه تشکیل دهنده ورق و پوسته، همگن و همسان‌گرد هستند [۸]. لاو و رایلی، پوسته‌ها را به دو نوع تقسیم‌بندی کردند. نوع اول پوسته‌هایی که کشش سطح میانی اهمیت دارد و خمش در آن مهم نیست و نوع دوم پوسته‌هایی که خمش سطح میانی اهمیت پیدا می‌کند و کشش آن قابل صرف‌نظر کردن است [۹].

بررسی ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای در حالتی که تماس سیال با دیواره پوسته در تماس است مورد توجه محققان بوده و پژوهش‌هایی در مورد تأثیر ارتعاشات محتمل ناشی از برخورد سیال بر سازه انجام شده است [۱۰-۱۶]. عسکری و ژئونگ، ارتعاش هیدرواستاتیک پوسته استوانه‌ای یکسر درگیر نیمه مغروق در مایع را بررسی کردند [۱۷]. پاک و همکاران، به بررسی ارتعاشات غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای مدور یکسر گیردار در تماس با سیال ساکن پرداختند. آنها برای اولین بار ارتعاشات با دامنه بزرگ استوانه‌ای پر شده با آب را مورد مطالعه قرار دادند [۱۸]. ناتالیا و همکاران، به بررسی مدل‌سازی ریاضی ارتعاشات پوسته استوانه‌ای تحت فشار داخلی جریان سیال پرداخته و

دارای تماس با مایع (نیمه مغروق و مغروق)، بررسی ارتعاشات اهمیت دو چندان پیدا می‌کند [۲۵].

در پژوهش حاضر، اثر تغییر بر نیم موج‌های محیطی مختلف بر فرکانس‌های طبیعی در سه پوسته استوانه‌ای با هندسه‌های متفاوت به صورت تجربی و عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد. ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای در چهار حالت مختلف (افقی دو سر باز و بسته و عمودی دو سر باز و یک سر بسته) مورد بررسی قرار گرفته و نتایج عددی صحت‌سنجی می‌شوند. در ادامه اثرات عمق غوطه‌وری، نسبت قطر به طول، روند تغییرات فرکانس‌های طبیعی بر نیم موج‌های محیطی و تغییرات شکل مودها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۲. معادلات حاکم بر مسئله

در این بخش معادلات ارتعاشات سازه پوسته‌ی استوانه‌ای برای حالتی که سازه داخل سیال ارتعاش می‌کند بررسی می‌شود. برای به دست آوردن معادله ارتعاش سیال، اول باید معادله کلی موج آکوستیکی را به دست آورد. این کار دارای دو مرحله است. مرحله اول بسط معادله پیوستگی محیط و مرحله دوم استخراج معادله دینامیکی محیط است. معادله نهایی به وسیله کوپل شدن معادلات ارتعاشی پوسته با معادله ارتعاش سیال به دست می‌آید.

معادله ۱ ارتعاش سازه در حالت ماتریسی را بیان می‌کند.

$$[M]\{\ddot{u}_i\} + [C_v]\{\dot{u}_i\} + [K]\{u_i\} + \{F\} = 0 \quad (1)$$

که $[M]$ ماتریس جرم، $[C]$ ماتریس میرایی، $[K]$ ماتریس سفتی و $\{F\}$ بردار نیرو است. در صورت ارتعاش سازه در سیال خواهیم داشت [۲۶]:

$$\{F\} = \frac{-1}{\rho} [Q]^T \{P_i\} + \{R\} \quad (2)$$

که $\frac{-1}{\rho} [Q]^T \{P_i\}$ همان نیروی فشار سیال وارد بر سازه محسوب می‌شود که ρ چگالی سیال، و $\{R\}$ نیروی خارجی تعمیم یافته وارد بر سازه است. با جای گذاری معادله ۲ در معادله ۱، ارتعاش سازه به صورت معادله زیر به دست می‌آید.

$$[K]\{u_i\} + [C_v] \frac{\partial \{u_i\}}{\partial t} + [M] \frac{\partial^2 \{u_i\}}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho} [Q]^T \{P_i\} + \{R\} = 0 \quad (3)$$

برای به دست آوردن معادله ارتعاش سیال، اول باید معادله کلی موج آکوستیکی را به دست آورد. با فرض این که المان سیال دارای مختصات تعادلی x ، y و z بوده و به ترتیب دارای جابجایی u ، v و w در جهت‌های اشاره شده باشد، جریان خالص در کل المان به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) \right] dx \cdot dy \cdot dz \quad (4)$$

با توجه به اینکه مقدار جریان خالص واحد جرم سیال با میزان تغییرات چگالی نسبت به زمان برابر است، در نتیجه:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) \right] = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (5)$$

برای استخراج معادله دینامیکی المان سیال در جهت x فرض می‌شود که فشار المان، P است. نیروی خالص وارد به المان در جهت x برابر خواهد بود با:

با استفاده از معادلات (۵) و (۸) به معادله زیر می‌رسیم:

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \quad (۹)$$

که داریم:

$$\rho = \rho_0(1 + s) \quad (۱۰)$$

$$P = K \cdot s \quad (۱۱)$$

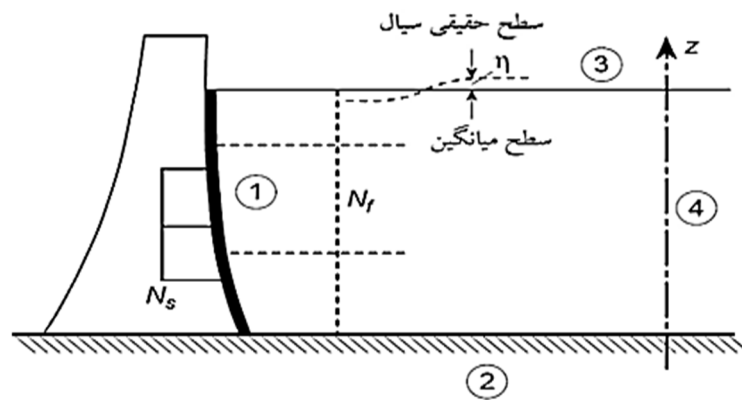
که ρ_0 چگالی استاتیکی، s بهم‌فشرده‌گی سیال و K ضریب انباشت سیال است. با مشتق‌گیری از معادلات ۱۰ و ۱۱ و جای‌گذاری در ۹ و با توجه به اینکه سرعت صوت در سیال برابر با $c = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}$ است، به معادله نهایی زیر می‌رسیم:

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}\right) = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (۱۲)$$

معادله فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت، که مبنای مسائل آکوستیکی است [۲۷-۲۸].

$$\nabla^2 P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (۱۳)$$

شکل ۴ نشان‌دهنده کلیه شرایط مرزی سیال است [۲۹] به طوری که مرز ۱ نشان‌دهنده مرز بین سازه ارتعاشی و سیال، مرز ۲ نشان‌دهنده مرز بین سیال و زمین، مرز ۳ نشان‌دهنده مرز بین سیال و هوا و مرز ۴ نشان‌دهنده سیال بی‌نهایت است.



شکل ۴. انواع شرایط مرزی سیال [۲۹]

$$\left[\left[P - \frac{\partial P}{\partial x} \left(\frac{dx}{2} \right) \right] - \left[P + \frac{\partial P}{\partial x} \left(\frac{dx}{2} \right) \right] \right] \cdot dy \cdot dz \quad (۶)$$

$$= - \frac{\partial P}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz$$

که در آن $P - \frac{\partial P}{\partial x} \left(\frac{dx}{2} \right)$ فشار در سمت چپ و $P + \frac{\partial P}{\partial x} \left(\frac{dx}{2} \right)$ فشار در سمت راست المان را نشان می‌دهد. با فرض این که سرعت سیال هنگام عبور از سیال در جهت x برابر u است و با استفاده از قانون دوم نیوتن و همچنین با فرض اینکه دامنه جابه‌جایی و سرعت ذرات سیال هنگام عبور از المان ناچیز باشد، می‌توان نتیجه گرفت مقدار جرم المان برابر $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ است و نوشت:

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} (\rho v \cdot dx dy dz) \rightarrow \quad (۷)$$

$$- \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho v)$$

با در نظر گرفتن همین معادلات در جهات y و z و مشتق‌گیری از آنها خواهیم داشت:

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) \right] \quad (۸)$$

با نوشتن معادله ۷ در جهت Z خواهیم داشت:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho w) \quad (14)$$

با در نظر گرفتن گرادیان فشار در راستای عمود بر سطح n داریم:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\rho_f \dot{V}_n = -\rho_f \psi^T \dot{V} \quad (15)$$

که ψ بردار کسینوس هادی بردار عمود بر سطح و \dot{V}_n سرعت در راستای عمودی است. معادله ۱۶ شرایط مرز ۱ را که در آن حرکت سازه با سیال کوپل شده نشان می‌دهد:

$$\dot{V}_n = \dot{u}_n = \psi^T \ddot{u} \quad (16)$$

جابه‌جایی سازه با بردار u ، بیان شده است. سرعت در راستای عمودی برای مرز ۲ به صورت $\dot{v} = 0$ بوده و شرایط مرزی ۳ و ۴ نیز از طریق معادلات زیر بیان می‌شود.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{-1}{g} \ddot{P} \quad (17)$$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{1}{C} \dot{P} \quad (18)$$

با اعمال شرایط مرزی و انتگرال‌گیری و اعمال روش گالرکین بر معادله ۱۳ فرم ضعیف شده معادله سیال-سازه، به صورت معادله ۱۹ خواهد شد.

$$[S] \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{P_i\} + [C_f] \frac{\partial}{\partial t} \{P_i\} + [H] \{P_i\} + [V] \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u_i\} = 0 \quad (19)$$

در معادله بالا $[S]$ ماتریس جرم سیال، $[C_f]$ ماتریس میرایی سیال و $[H]$ ماتریس سفتی سیال هستند. برای حل مسائل سیال-سازه باید معادله ۳ و معادله ۱۹ را به طور هم‌زمان حل کرد. شکل ماتریسی حل این معادلات به صورت معادله ۲۰ برای بررسی ارتعاشات سازه در محیط

سیال بوده و اساس حل این نوع مسائل در نرم‌افزارهای المان محدود است.

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} [M] & 0 \\ [V] & [S] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \dot{P}_i \end{Bmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} [C] & 0 \\ 0 & [C_f] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ P_i \end{Bmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} [K] & -\frac{[Q]^T}{\rho} \\ 0 & [H] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ P_i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} R \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

۳. مدل‌سازی پوسته و سیال به صورت عددی

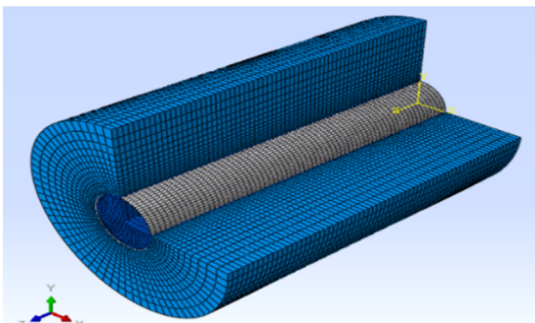
شبیه‌سازی عددی پوسته و سیال در نرم‌افزار آباکوس^۱ انجام شده است. مدل‌سازی پوسته به صورت Shell، و سیال اطراف به صورت المان آکوستیک انجام شد. برای اینکه امواج منتشر شده با برخورد به مرز سیال، انعکاس پیدا نکنند؛ مرز سیال به صورت نامحدود در نظر گرفته شده است. المان‌های پوسته و سیال با هم تعامل تماسی دارند. و تحریک به صورت انتشار موج است. ابعاد پوسته‌های استوانه‌ای در جدول ۱ مشاهده می‌شود. پوسته‌های استوانه‌ای مورد آزمایش از جنس فولاد با مدول الاستیسیته ۲۰۰ GPa و چگالی 7900 kg/m^3 و نسبت پواسون 0.3 هستند.

جدول ۱. مشخصات پوسته‌های استوانه‌ای

شماره پوسته	طول L (mm)	ضخامت t (mm)	قطر بیرونی (mm)	D/L
۱	۴۰۰	۲	۱۱۴	۰/۲۸
۲	۶۰۰	۲	۱۱۴	۰/۱۹
۳	۶۰۰	۲	۸۹	۰/۱۴

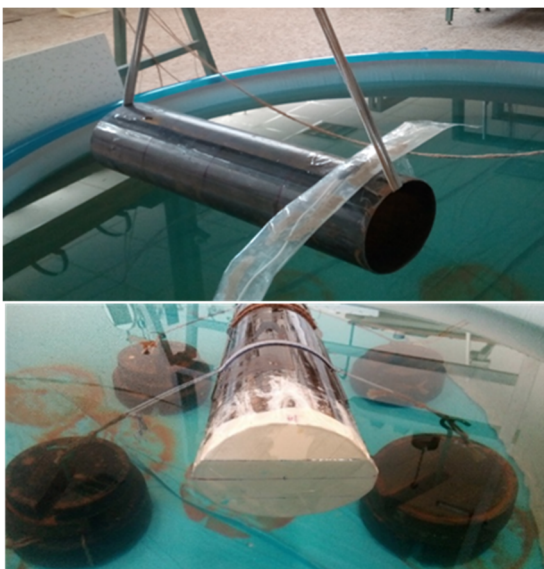
در شکل ۵ نمودار بررسی استقلال از مش آورده شده است. تعداد مش در جهت طولی، از ۲۰ تا ۱۰۰ و در جهت محیطی، از ۴۰ تا ۱۱۲ بررسی شده است. با توجه به نمودار، تعداد مش در جهت طولی ۷۰ و در جهت محیطی ۱۰۰

تعیین نشده است. همچنین شرایط مرزی در تمام تست‌های انجام شده نیز به صورت آزاد-آزاد در نظر گرفته شده است.



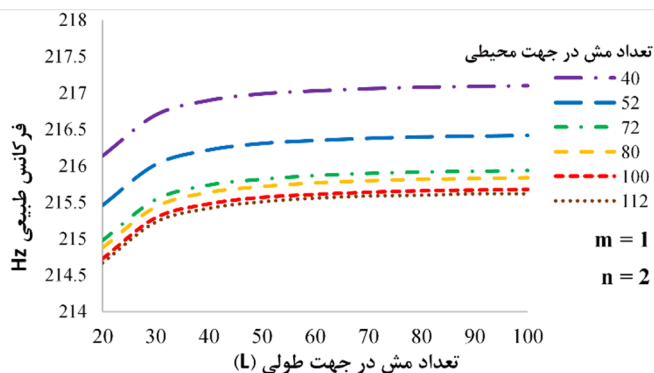
شکل ۶. سیال و سازه مش‌بندی شده

صورت پذیرفت. چهار حالت مختلف مورد آزمایش قرار گرفت که حالت افقی دو سر باز و افقی دو سر بسته در شکل ۸ و حالت عمودی پر شده از آب (یک‌طرف باز) و حالت عمودی دو طرف باز در شکل ۹ نشان داده شده است. با توجه به اینکه در این پژوهش، هدف اصلی، یافتن فرکانس‌های طبیعی پوسته مغروق بود، با متصل کردن سنسور در هر جای پوسته و به دلیل عدم نیاز به مقدار نیروی وارد شده، تحریک به وسیله یک میله ساده که به پوسته متصل شده بود انجام شد.



شکل ۸. حالت افقی دو سر باز و افقی دو سر بسته

انتخاب شد. نمونه مدل مش‌بندی شده در شکل ۶ آورده شده است. مرز بین جامد و سیال به صورت تماسی لحاظ شده است و برای مرز انتهای سیال، چیزی در نرم‌افزار



شکل ۵. نمودار استقلال از مش

۴. آزمایش تجربی

جهت ثبت تغییرات سرعت ارتعاشاتی از شتاب‌سنج پیزوالکتریک مدل ۳۳۳B30 ساخت شرکت PCB که دارای محدوده فرکانس $0.5 \text{ Hz} < f_r < 3000 \text{ Hz}$ است، استفاده شد. پوسته‌های مورد آزمایش در شکل ۷ آمده است.



شکل ۷. پوسته‌های استوانه‌ای مورد آزمایش

برای انجام آزمایش در حالت مغروق، از یک حوضچه پلاستیکی با قطر ۱/۵ متر و ارتفاع ۴۵ سانتی‌متر استفاده شد. این داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار متلب و با روش فوریه سریع^۲ (FFT)، از حوزه زمان به حوزه فرکانسی تبدیل شد. شرط مرزی در همه آزمایش‌ها به صورت آزاد-آزاد لحاظ شد که این شرایط با آویزان کردن به وسیله یک کش الاستیک

۵-۱. صحت‌سنجی نتایج شبیه‌سازی عددی با

نتایج تجربی در نیم موج‌های محیطی مختلف

جدول ۲ نتایج تجربی و عددی برای حالت‌های مختلف را نمایش می‌دهد. برای پوسته ۱ سه حالت و برای پوسته ۲، دو حالت آزمایش آورده شده است. اعداد موجود در هر ستون، با توجه به مقدار نیم موج‌های محیطی، فرکانس طبیعی مربوط به آزمایش تجربی و شبیه‌سازی عددی را نشان می‌دهد. در حالت افقی ملاک عمق غوطه‌وری براساس قطر (D) بوده و در حالت‌های عمودی براساس طول استوانه (L) است. خطای بین نتایج تجربی و عددی در اکثر موارد بسیار کم بوده و بیشترین خطا در موارد اندکی به حدود ۹ درصد رسیده است و با توجه به این تطابق، نتایج شبیه‌سازی برای به‌دست آوردن سایر پارامترها معتبر است.



شکل ۹. حالت عمودی پر شده از آب (یک‌طرف باز) و عمودی دو طرف باز

۵. نتایج و بحث

در ادامه نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی و شبیه‌سازی عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل‌های زیر، نتایج تجربی با حرف E و به‌صورت نقطه و نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی با حرف N و به‌صورت خط‌چین نشان داده شده است. در حالت‌های یکسان آزمایش تجربی و شبیه‌سازی عددی با یک رنگ مشخص شده است.

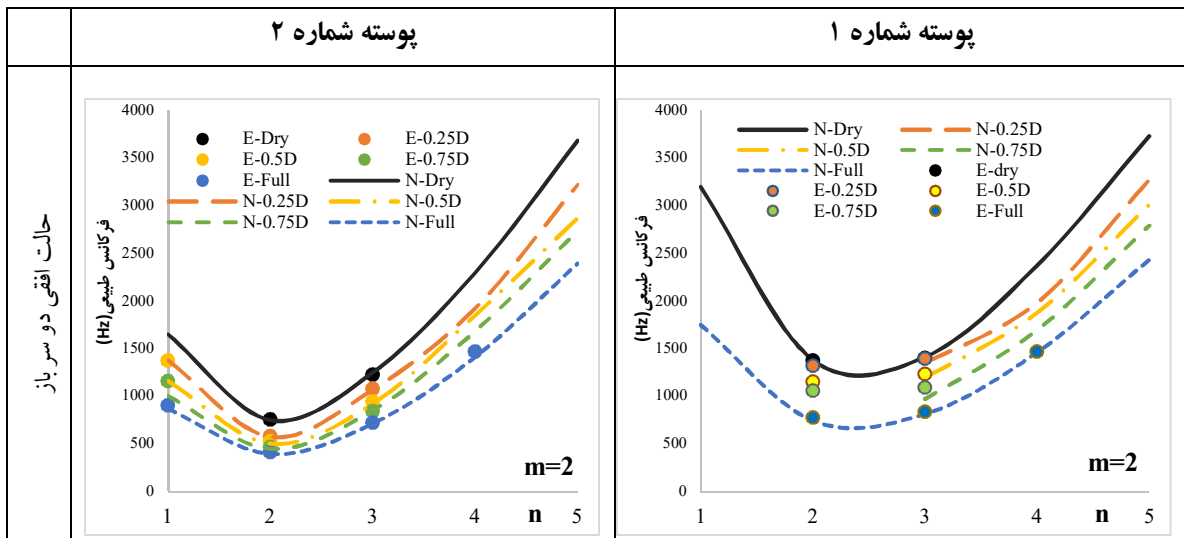
جدول ۲. صحت‌سنجی نتایج تجربی و عددی فرکانس‌های طبیعی (Hz) برای برخی از حالات در $m=2$

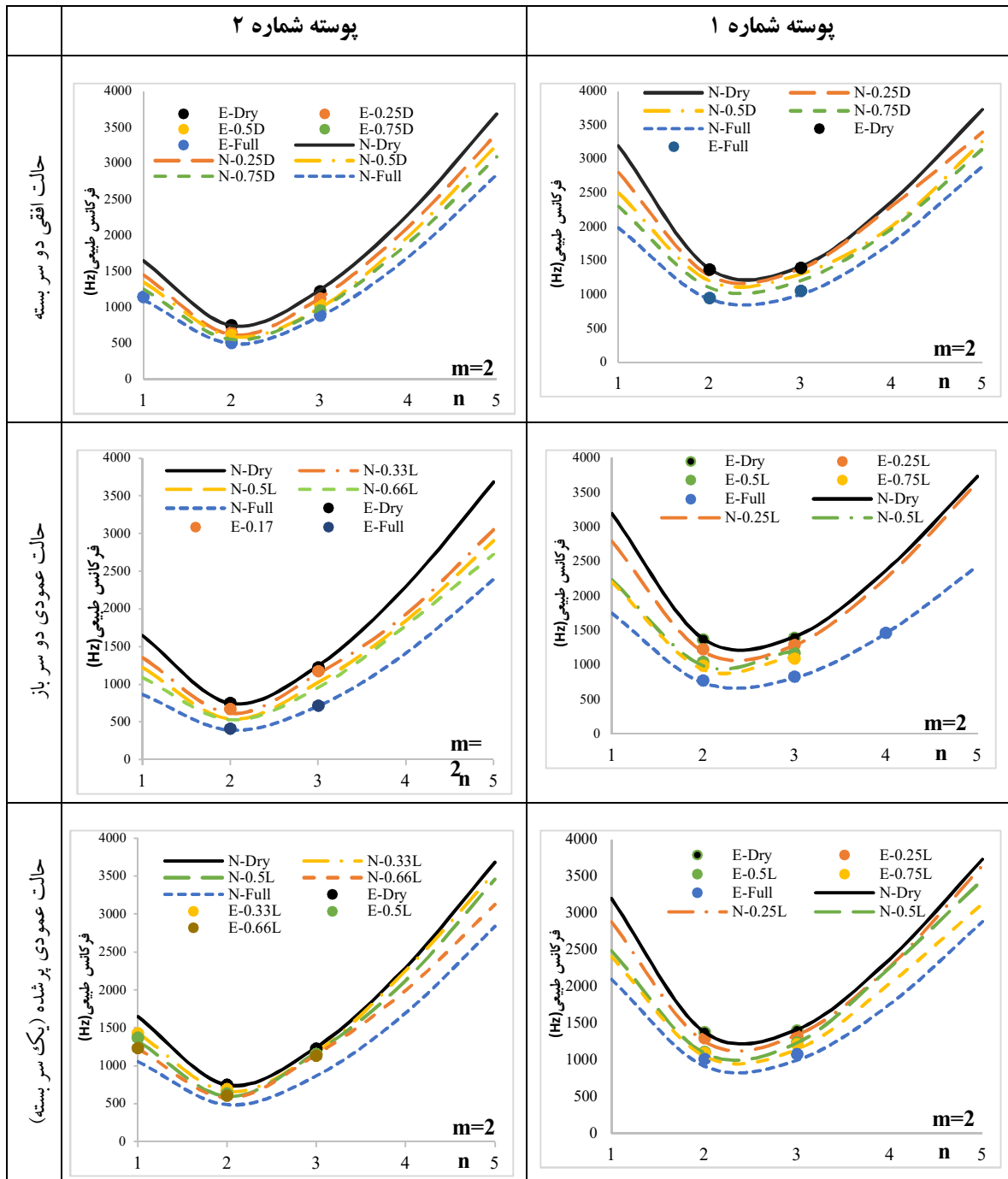
پوسته شماره ۲				پوسته شماره ۱					عمق غوطه‌وری	n
افقی دو سر بسته		افقی دو سر باز		عمودی پر شده		افقی دو سر باز		عمودی دو سر باز		
$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=3$	$n=2$		
۱۲۲۴	۷۵۱	۱۲۲۴	۷۵۱	۱۳۹۸	۱۳۷۳	۱۳۹۸	۱۳۹۸	۱۳۷۳	تجربی	
۱۲۴۵	۷۴۶	۱۲۴۵	۷۴۶	۱۴۱۰	۱۳۷۸	۱۴۱۰	۱۴۱۰	۱۳۷۸	عددی	
۱۱۲۴	۶۵۳	۱۰۷۴	۵۷۶	۱۳۲۴	۱۲۹۳	۱۳۹۳	۱۲۹۱	۱۲۲۸	تجربی	
۱۱۳۱	۶۲۰	۱۰۶۷	۵۷۱	۱۳۳۵	۱۲۴۸	۱۳۵۰	۱۲۸۳	۱۱۹۱	عددی	
۱۰۴۲	۶۱۵	۹۴۵	۵۲۶	۱۲۳۴	۱۱۰۳	۱۲۳۳	۱۱۷۱	۱۰۴۶	تجربی	
۹۹۴	۵۹۵	۹۱۹	۵۰۰	۱۲۲۸	۱۰۹۱	۱۱۹۴	۱۲۰۹	۹۸۸	عددی	
۹۶۰	۵۳۳	۸۴۰	۴۶۷	۱۲۱۰	۱۰۹۲	۱۰۸۷	۱۰۹۴	۹۸۸	تجربی	
۹۷۹	۵۵۲	۹۴۹	۴۴۴	۱۱۴۱	۱۰۴۹	۹۶۹	۱۱۲۰	۹۳۰	عددی	
۸۹۲	۵۱۰	۷۲۰	۴۱۰	۱۰۷۳	۱۰۰۸	۸۳۳	۸۳۳	۷۷۷	تجربی	
۸۷۵	۴۹۳	۷۱۰	۳۹۱	۹۹۱	۹۱۲	۸۱۱	۸۱۱	۷۴۰	عددی	

۲-۵. بررسی اثر عمق غوطه‌وری بر تغییرات فرکانس طبیعی در نیم موج‌های محیطی مختلف

تغییر فرکانس طبیعی پوسته در چهار حالت مغروق افقی دوسر باز، افقی دو سر بسته، مغروق شده عمودی دوسر باز و در حالت پر شده با آب برای پوسته استوانه‌ای ۱ و ۲ و برای $m=2$ و در نیم موج‌های محیطی مختلف به صورت عددی و تجربی در شکل ۱۰ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عمق غوطه‌وری، فرکانس‌های طبیعی در نیم موج‌های محیطی (m) به صورت غیریکنواخت کاهش می‌یابد؛ به طوری که برای نیم موج‌های محیطی ابتدایی و انتهایی (ابتدای غوطه‌وری و در حالت مغروق کامل)، زیاد و ناگهانی بوده و برای نیم موج‌های محیطی مربوط به فرکانس کمینه، کم است. می‌توان گفت اثر جرم افزوده در نیم موج‌های محیطی مربوط به فرکانس کمینه، کمتر است. با افزایش فرکانس طبیعی اثرات جرم افزوده

افزایش می‌یابد. همچنین در حالت افقی، چه در هنگام آغاز غوطه‌وری و چه در هنگام مغروق شدن کامل، میزان تغییرات در سطح مرطوب نسبت به کل مساحت سطح پوسته، قابل توجه است. برای دو حالت مغروق شده عمودی دوسر باز و در حالت پر شده با آب شرایط متفاوت می‌شود. کاهش ناگهانی نیم موج‌های محیطی ابتدایی در آغاز غوطه‌وری اتفاق افتاده و در حالت مغروق کامل، کاهش ناگهانی نداریم و با افزایش نیم موج‌های محیطی، این حالت معکوس شده است؛ به طوری که در آغاز غوطه‌وری بدون کاهش ناگهانی و در پایان غوطه‌وری، شاهد کاهش ناگهانی فرکانس طبیعی هستیم. این پدیده نشان می‌دهد نحوه تماس سازه با سیال در نحوه تغییرات فرکانس طبیعی آن مؤثر است. لازم به ذکر است که تطابق خوب نتایج آزمایش‌های تجربی با شبیه‌سازی عددی، نشان‌دهنده صحت نتایج است.



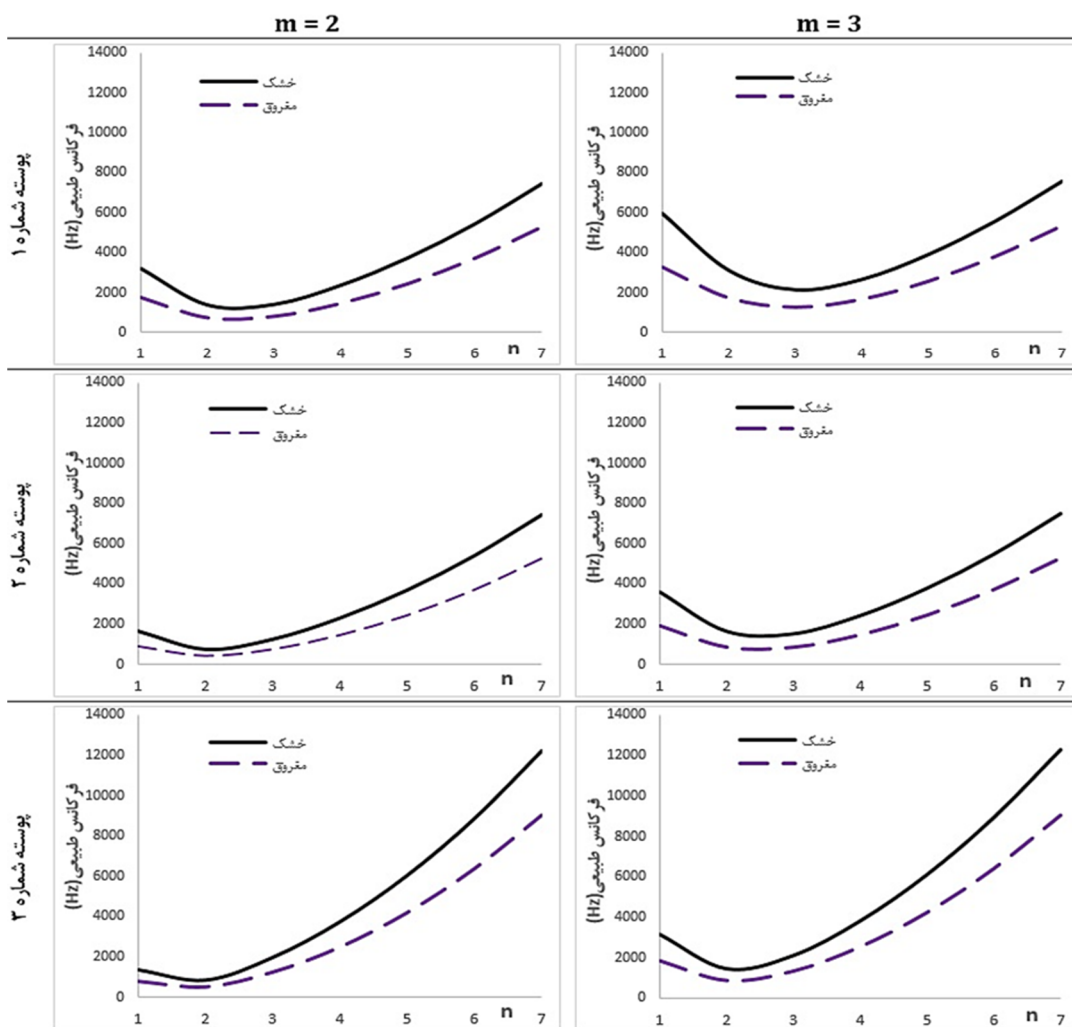


شکل ۱۰. اثر عمق غوطه‌وری بر تغییرات فرکانس طبیعی در نیم موج‌های محیطی مختلف به صورت عددی و تجربی

۳-۵. بررسی تأثیر نسبت قطر به طول در نیم موج‌های محیطی مختلف

شکل ۱۱ تغییرات فرکانس طبیعی در شبیه‌سازی حالت مغروق شده دو سر باز را برای هر سه پوسته نشان می‌دهد. با توجه به این که بیشترین نسبت قطر به طول در پوسته شماره ۱ و کمترین نسبت آنها در پوسته شماره ۳ است، نتایج نشان می‌دهد که در حالت خشک، با کاهش نسبت قطر به طول پوسته، فرکانس‌های مربوط به نیم موج‌های محیطی پایین (n کمتر) کاهش یافته و کمترین مقدار فرکانس طبیعی به سمت نیم موج‌های محیطی (n) کمتر متمایل شده است. همچنین در حالت مغروق نیز فرکانس‌های طبیعی کاهش یافته و الگوی نمودارها با

نمودارهای حالت خشک یکسان است؛ با این تفاوت که تقعر نمودار در حالت مغروق بیشتر از حالت خشک است. این بدین معنی است که تأثیر تماس با مایع روی فرکانس‌های مربوط به نیم موج‌های محیطی قبل و بعد از فرکانس کمینه، بیشتر است. این که الگوی فرکانس‌های طبیعی در حالت خشک و مغروق کامل شبیه به هم هستند را می‌توان این‌گونه شرح داد که شرایط مرزی و الگوی تماس با سیال در هر دو یکسان بوده و تنها تفاوت بین آنها، تفاوت چگالی سیال اطراف آنها است. این تفاوت، تنها باعث تغییر در میزان جرم افزوده و در نتیجه تغییر در فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای می‌شود.

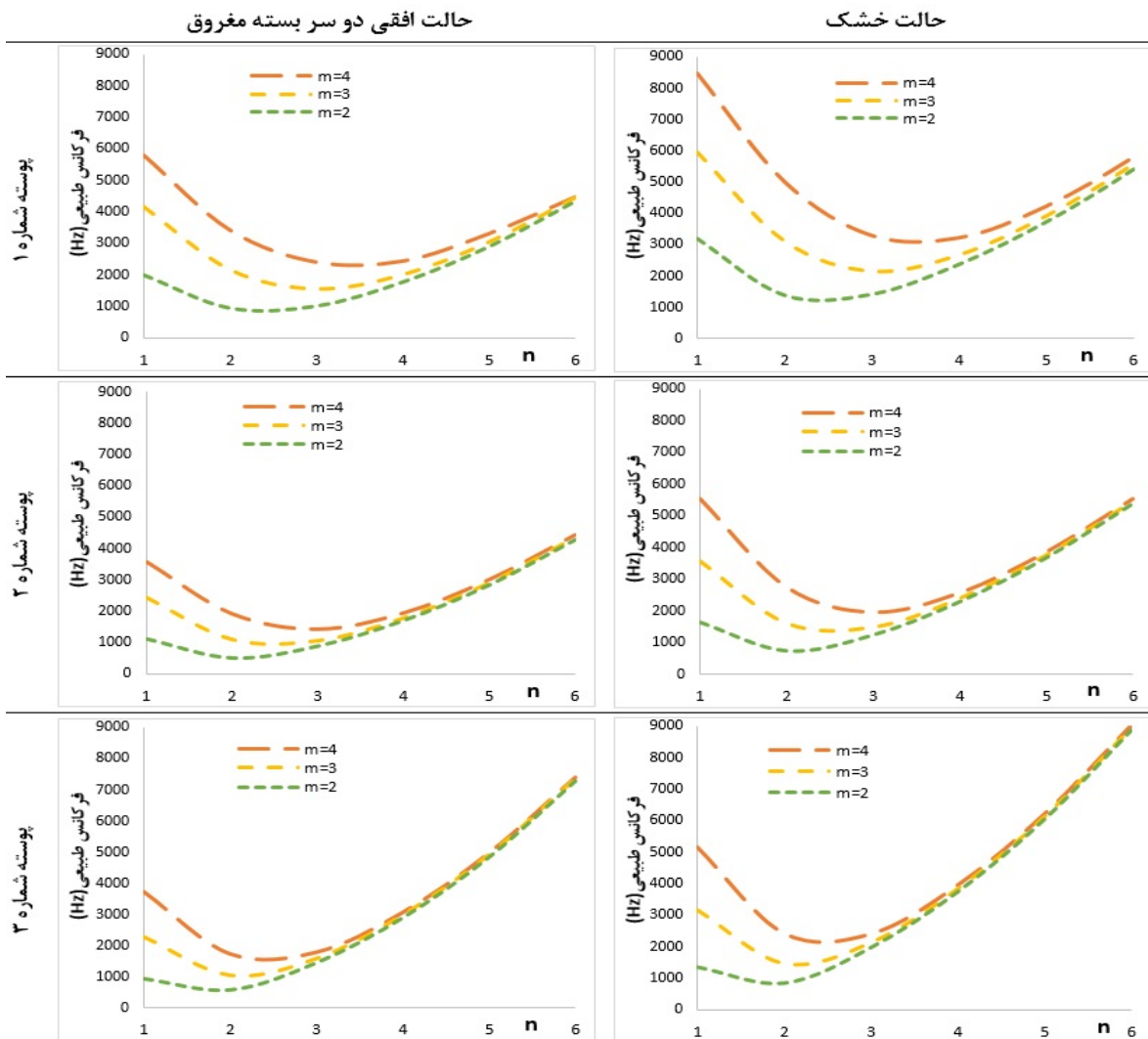


شکل ۱۱. تغییرات فرکانس طبیعی در غوطه‌وری کامل در حالت دو سر باز برای هر سه پوسته استوانه‌ای

۴-۵. بررسی روند تغییرات فرکانس طبیعی در نیم موج‌های محیطی مختلف

شکل ۱۲ تغییرات فرکانس‌های طبیعی در نیم موج‌های محیطی مختلف برای هر سه پوسته در حالت‌های خشک و مغروق افقی دو سر بسته را نشان می‌دهد. در نیم موج‌های محیطی (n) پایین (کمتر از فرکانس کمینه)، فرکانس‌های طبیعی در m های مختلف، اختلاف قابل توجهی دارند. با افزایش شماره n ، این اختلاف کاهش

یافته و به یکدیگر همگرا می‌شوند که این همگرایی در همه نمودارها بعد از n با فرکانس کمینه اتفاق می‌افتد. نتیجه دیگر این است که با کاهش نسبت قطر به طول پوسته مؤلفه n مربوط به فرکانس کمینه کاهش می‌یابد و به n های کمتر متمایل می‌شود که نقاط همگرایی نیز از این الگو پیروی می‌کنند. در حالت مغروق نیز، الگوی مربوط به حالت خشک تکرار شده و فقط مقدار فرکانس‌ها کاهش یافته است.



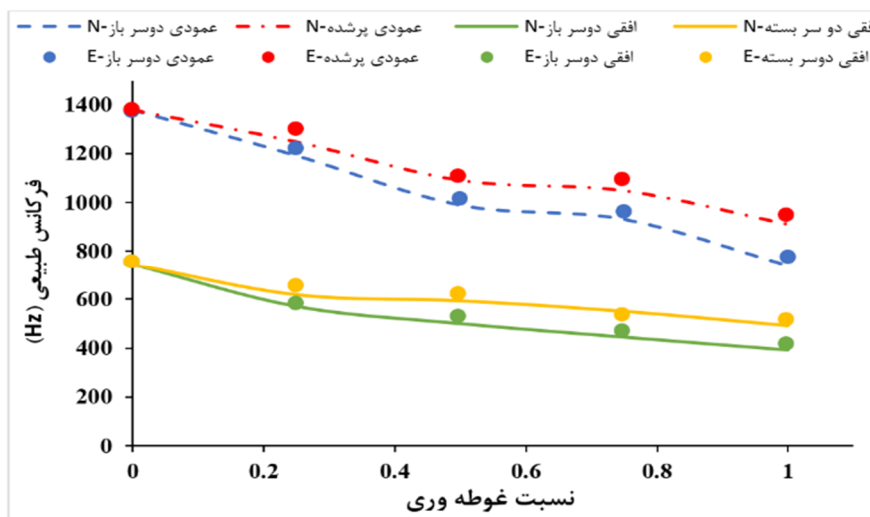
شکل ۱۲. تغییرات فرکانس طبیعی در نیم موج‌های محیطی مختلف در حالت افقی دو سر بسته مغروق و حالت خشک

۵-۵. بررسی تغییرات فرکانس طبیعی در عمق‌های مختلف غوطه‌وری

شکل ۱۳ فرکانس‌های طبیعی دو پوسته شماره ۱ (خط چین) و پوسته شماره ۲ (خط) را برای $m=2$ و $n=2$ نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش عمق غوطه‌وری فرکانس طبیعی روند نزولی پیدا می‌کند اما این

کاهش به‌صورت خطی نیست. دلیل این امر نیز اثر جرم افزوده است که در عمق‌های مختلف غوطه‌وری میزان متفاوتی دارد.

همچنین تطابق نتایج تجربی (نقاط) با نتایج شبیه‌سازی عددی (خط‌ها) به خوبی قابل مشاهده است.

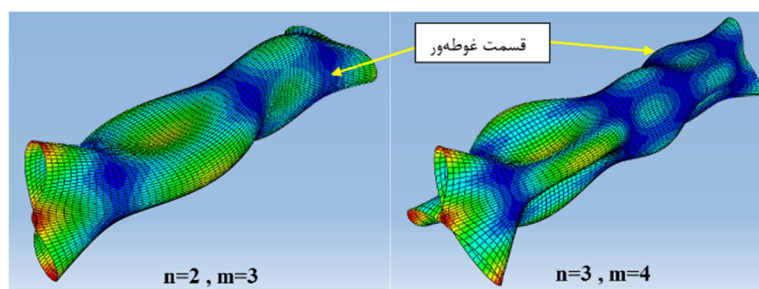


شکل ۱۳. تغییرات فرکانس طبیعی در عمق‌های مختلف غوطه‌وری

۵-۶. بررسی تغییرات شکل مود

تماس پوسته‌ی استوانه‌ای با سیال مایع، روی شکل موده‌های آن نیز تأثیر دارد. شکل ۱۴ موده‌های مربوط به شبیه‌سازی حالت مغروق شده عمودی دو سر باز که تا نصف طول پوسته با آب در تماس است، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که قسمت‌هایی از پوسته که با سیال در تماس است، دارای دامنه ارتعاشی پایین‌تری نسبت به قسمت

خشک است. علت این امر می‌تواند افزایش جرم افزوده در این قسمت و تأثیر روی مقدار دامنه ارتعاش باشد. همچنین طول موج‌های طولی مربوط به بخش خیس شده کوچکتر از بخش خشک است. بنابراین تعداد نیم موج‌های طولی در قسمت مرطوب شده بیشتر و در نتیجه تعداد گره‌ها در قسمت غوطه‌ور، بیشتر از قسمت خشک است.



شکل ۱۴. تغییرات شکل مود در حالت نیمه غوطه‌وری

۶. نتیجه گیری

در این مقاله اثر تغییر نیم موج‌های محیطی بر فرکانس‌های طبیعی در پوسته‌های استوانه‌ای به صورت تجربی و عددی مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی عددی با آزمایش‌های تجربی در حالت‌های مختلف اعتبارسنجی شدند. نتایج این پژوهش به شرح زیر است:

۱. کاهش فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای برای نیم موج‌های محیطی مربوط به فرکانس کمینه، اندک و برای قبل و بعد این نیم موج محیطی، بیشتر است. می‌توان گفت اثر جرم افزوده در نیم موج‌های محیطی مربوط به فرکانس کمینه، کمتر بوده و با افزایش فرکانس طبیعی اثرات جرم افزوده افزایش می‌یابد.

۲. در حالت غوطه‌وری افقی، در ابتدای غوطه‌وری و پایان آن (مغروق کامل) کاهش فرکانسی برای همه نیم موج‌های محیطی ناگهانی است اما در حالت غوطه‌وری عمودی، کاهش ناگهانی فرکانس طبیعی در ابتدای غوطه‌وری (تبدیل حالت خشک به نیمه مغروق)، برای نیم موج‌های

۷. مأخذ

پایین اتفاق می‌افتد اما در انتهای غوطه‌وری (تبدیل حالت نیمه مغروق به مغروق کامل) این کاهش ناگهانی برای نیم موج‌های بالا مشاهده می‌شود.

۳. در هر دو حالت خشک و مغروق، با کاهش نسبت قطر به طول پوسته، فرکانس‌های مربوط به نیم موج‌های محیطی پایین (n کمتر) کاهش یافته و کمترین مقدار فرکانس طبیعی به سمت نیم موج‌های محیطی کمتر متمایل شده است.

۴. در نیم موج‌های محیطی پایین (کمتر از فرکانس کمینه)، فرکانس‌های طبیعی در m های مختلف، اختلاف قابل توجهی دارند. با افزایش شماره n ، این اختلاف کاهش یافته و به یکدیگر همگرا می‌شوند که این همگرایی در همه نمودارها بعد از n با فرکانس کمینه اتفاق می‌افتد.

۵. برای حالت‌های عمودی که غوطه‌وری به صورت کامل نبوده است، تعداد نیم موج‌های طولی در قسمت غوطه‌ور بیشتر و در نتیجه تعداد گره‌ها بیشتر از قسمت خشک است.

- [1] Rao, Singiresu S., "Vibration of continuous systems", Vol.464, New York, Wiley, 2007.
- [2] Senjanović, Ivo, Marko Tomić, Nikola Vladimir, and Neven Hadžić, "An analytical solution to free rectangular plate natural vibrations by beam modes—ordinary and missing plate modes", *Transactions of FAMENA*, 2016, Vol.40, no.3, pp.1-18.
- [3] Blevins, Robert D., "Formulas for dynamics, acoustics and vibration", John Wiley & Sons, 2015.
- [4] Frymoyer, Edward Morris, "Vibration and Wave Propagation in Cylindrical Shells", Pennsylvania State Univ University Park Ordnance Research Lab, 1967.
- [5] Alujević, Neven, Nuria Campillo-Davo, Peter Kindt, Wim Desmet, Bert Pluymers, and Stijn Vercammen, "Analytical solution for free vibrations of rotating cylindrical shells having free boundary conditions", *Engineering structures*, 2017, Vol.132, pp.152-171.
- [6] Clary, R. R., and J. D. Watkins, "Vibrational characteristics of some thin-walled cylindrical and conical frustum shells", 1965.
- [7] Palacios Gomez, Oscar F., "Vibrations of preloaded cylindrical shells", PhD diss. University of Leicester, 1970.
- [8] Ugral, Ansel, "Stresses in plates and shells", McGraw-Hill, 1999.
- [9] Soedel, Werner, and Mohamad S. Qatu, "Vibrations of shells and plates", 2005, pp.1683-1683.
- [10] Goncalves, P. B., and R. C. Batista, "Frequency response of cylindrical shells partially submerged or filled with liquid", *Journal of Sound and Vibration*, 1987, Vol.113, no.1, pp.59-70.

- [11] Senjanović, Ivo, Marko Tomić, Nikola Vladimir, and Neven Hadžić, "An analytical solution to free rectangular plate natural vibrations by beam modes—ordinary and missing plate modes", *Transactions of FAMENA*, 2016, Vol.40, no.3, pp.1-18.
- [12] Missaoui, J., Li Cheng, and M. J. Richard, "Free and forced vibration of a cylindrical shell with a floor partition", *Journal of Sound and Vibration*, 1996, Vol.190, no.1, pp.21-40.
- [13] Lakis, A. A., and S. Neagu, "Free surface effects on the dynamics of cylindrical shells partially filled with liquid", *Journal of Sound and Vibration*, 1997, Vol.207, no.2, pp.175-205.
- [14] Jeong, Kyeong-Hoon, and Kwi-Ja Kim, "Free vibration of a circular cylindrical shell filled with bounded compressible fluid", *Journal of Sound and Vibration*, 1998, Vol.217, no.2, pp.197-221.
- [15] Ergin, A., and P. Temarel, "Free vibration of a partially liquid-filled and submerged, horizontal cylindrical shell," *Journal of Sound and vibration*, 2002, Vol.254, no.5, pp.951-965.
- [16] Zhang, G. J., T. Y. Li, X. Zhu, J. Yang, and Y. Y. Miao, "Free and forced vibration characteristics of submerged finite elliptic cylindrical shell", *Ocean Engineering*, 2017, Vol.129, pp.92-106.
- [17] Askari, Ehsan, and Kyeong-Hoon Jeong, "Hydroelastic vibration of a cantilever cylindrical shell partially submerged in a liquid", *Ocean Engineering*, 2010, Vol.37, no.11-12, pp.1027-1035.
- [18] Paak, M., M. P. Paidoussis, and A. K. Misra, "Nonlinear vibrations of cantilevered circular cylindrical shells in contact with quiescent fluid", *Journal of Fluids and Structures*, 2014, Vol.49, pp.283-302.
- [19] Naumova, Natalia, Denis Ivanov, Tatiana Voloshinova, and Boris Ershov, "Mathematical modelling of cylindrical shell vibrations under internal pressure of fluid flow", *In 2015 International Conference on Mechanics-Seventh Polyakhov's Reading*, pp.1-3, IEEE, 2015.
- [20] Bochkarev, S. A., S. V. Lekomtsev, and V. P. Matveenko, "Natural vibrations of loaded noncircular cylindrical shells containing a quiescent fluid", *Thin-Walled Structures*, 2015, Vol.90, pp.12-22.
- [21] Rahmanian, M., R. D. Firouz-Abadi, and E. Cigeroglu, "Dynamics and stability of conical/cylindrical shells conveying subsonic compressible fluid flows with general boundary conditions", *International Journal of Mechanical Sciences*, 2017, Vol.120, pp.42-61.
- [22] Guo, Wenjie, Tianyun Li, Xiang Zhu, Yuyue Miao, and GuanJun Zhang, "Vibration and acoustic radiation of a finite cylindrical shell submerged at finite depth from the free surface", *Journal of sound and vibration*, 2017, Vol.393, pp.338-352.
- [23] Wang, Peng, Tianyun Li, and Xiang Zhu, "Free flexural vibration of a cylindrical shell horizontally immersed in shallow water using the wave propagation approach", *Ocean Engineering*, 2017, Vol.142, pp.280-291.
- [24] Guo, Wenjie, Tianyun Li, Xiang Zhu, and Yuyue Miao, "Sound-structure interaction analysis of an infinite-long cylindrical shell submerged in a quarter water domain and subject to a line-distributed harmonic excitation", *Journal of Sound and Vibration*, 2018, Vol.422, pp.48-61.
- [25] Shariati, Seyed Khalil, and Saeed Mahjob Mogadas, "Vibration analysis of submerged submarine pressure hull", *Journal of vibration and acoustics*, 2011, Vol.133, no.1.
- [26] Zienkiewicz, O. C., "Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid", *In Proc. of Symposium on Finite Element Techniques Held at the University of Stuttgart*, 1969.
- [27] Zienkiewicz, O. C., and R. L. Taylor, *The finite element method, Butterworth Heinemann*, 2000.
- [28] Paidoussis, Michael P., *"Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow"*, Vol.1, Academic press, 1998.

[۲۹] شریعتی، خ.، "تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده مغروق با استفاده از نرم‌افزار انسیس"، ۱۳۸۵، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه جامع امام حسین (علیه السلام).

پی‌نوشت:

1. Abaqus Software
- 2 .Fast Fourier transform